

УДК 536.24:621.036:621.793

## ТЕПЛООБМЕН ЧАСТИЦЫ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ ПРИ ГАЗОТЕРМИЧЕСКОМ И ПЛАЗМЕННОМ НАПЫЛЕНИИ

*д-р техн. наук, проф. Е.М. ИВАНОВ, д-р техн. наук, проф. В. С. ИВАШКО,  
канд. техн. наук, доц. К.В. БУЙКУС  
(Белорусский государственный аграрный технический университет, Минск)  
д-р техн. наук, проф. М.Л. ХЕЙФЕЦ  
(Полоцкий государственный университет)*

*Проведен анализ методик расчета коэффициента теплоотдачи и числа Нуссельта. Рассмотрены предельные случаи теплообмена: в начальный период времени и стационарный случай. Установлено, что вне зависимости от направления теплового потока в начальный период будет происходить снижение числа Нуссельта. Показано, что при нагреве дисперсных частиц до высоких температур необходимо учитывать потери частицами тепла на излучение, особенно в зоне слабого конвективного теплообмена. Отмечено, что скорость охлаждения частицы зависит не только от величины радиуса частицы, но и от прозрачности материала частицы.*

В современной технологии часто используется высокотемпературная обработка микрочастиц в газовых потоках, кроме того аналогичные методы используются при напылении защитных покрытий. Данные процессы, как правило, характеризуются высокими температурами газовых потоков ( $2,5 \cdot 10^3 \dots 10 \cdot 10^3$  К) и кратковременностью теплового воздействия (порядка  $10^{2-3}$  с). Эти факторы накладывают некоторые особенности на процессы теплообмена.

Известно, что коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  и, соответственно, число Нуссельта в начальный период нагрева отличаются от своего стационарного значения. Тепловая нестационарность обусловливается не только формированием гидродинамического и теплового пограничных слоев вокруг сферы (нестационарностью), но и процессом прогрева самой сферы (неизотермичностью).

Время стабилизации гидродинамического пограничного слоя вокруг сферы соответствует числу Струхала  $S = U_\infty R \sim 1$  [1]. Отсюда можно оценить порядок времени  $U_\infty t / R$  гидродинамической нестационарности для сферических частиц диаметром  $D \sim 100$  мкм при относительной скорости газового потока  $U_\infty \sim 10^2 \dots 10^3$  м/с:

$$t_c \approx \frac{R}{U_\infty} \approx 10^{-7} - 10^{-6} \text{ с.}$$

Отметим, что период времени релаксации для низкотемпературной плазмы и газов несколько меньше. Так, для аргона ( $T_g \cong 10^4$  К) и азота ( $T_g \cong 5 \cdot 10^3$  К) времена релаксации порядка  $\tau_p \cong 10^{-9}$  с. Эти же значения для продуктов горения ацетиленокислородной смеси и для пропан-бутан-кислородной смеси (углекислый газ  $\text{CO}_2$ , угарный газ  $\text{CO}$ , пары воды  $\text{H}_2\text{O}$ )  $T_g \cong 3 \cdot 10^3$  К,  $\tau_p \cong 10^{-10}$  с.

Время нагрева частиц в высокотемпературных газовых струях порядка  $10^{-4} \dots 10^{-3}$  с, при этом температура поверхности частицы  $T_w$ , как правило, не выходит на стационарный режим, по сечению частицы могут наблюдаться значительные градиенты температур, а температура струи снижается.

Таким образом, теплообмен между газовым потоком и частицей постоянно протекает в условиях неизотермичности, поэтому отсутствует стабилизация коэффициента теплоотдачи и числа Нуссельта.

В [2] на основе экспериментального исследования охлаждения тонкостенного дюралюминиевого цилиндра в потоке воздуха было получено, что коэффициент теплоотдачи в нестационарных условиях в начале процесса охлаждения превышает свою стационарную величину более чем в два раза (значения  $\alpha$  при тех же постоянных параметрах набегающего потока и постоянной температуре поверхности, равной мгновенному значению в нестационарном процессе  $\alpha_t$ ). Критериальная зависимость, предложенная в [2], дает значение нестационарного числа Нуссельта  $Nu_t \rightarrow \infty$  при числах Фурье  $\tau \rightarrow 0$ . В работе [3] получены аналогичные результаты для шара.

В [4] исследовался процесс нагрева цилиндров, выполненных из малотеплопроводного материала. На основе экспериментальных результатов было показано, что отношение  $Nu_t / Nu$  в данных условиях возрастает от нуля до установившегося значения. Здесь  $Nu$  – стационарное или установившееся число Нуссельта.

В [5] было отмечено, что результаты работ [2, 4] существенно различаются по характеру изменения числа  $Nu$  во времени, по времени выхода на установившийся режим, зависимости  $Nu$  от числа Рейнольдса,

а характер зависимости  $Nu = f(\tau)$ , возможно, связан с нагревом или охлаждением экспериментального тела в потоке. На основе экспериментальных исследований по охлаждению медного цилиндра в потоке воздуха [5] была предложена критериальная зависимость, также дающая значение  $Nu_{\tau} \rightarrow \infty$  при  $\tau \rightarrow 0$ .

Противоречивость результатов всех вышеуказанных исследований, вероятно, следует объяснить несовершенством измерительной аппаратуры, не позволяющей проводить замеры температур в период времени, значительно меньший 1 с. Результаты, полученные в [2 – 5], можно объяснить на основе теоретического анализа, проводимого ниже.

Для определения коэффициента теплоотдачи воспользуемся следующим соотношением:

$$4\pi\lambda R^2 \left( \frac{\delta T}{\delta r} \right)_w dt = 4\alpha\pi R^2 (T_g - T_w) dt,$$

на основании которого запишем выражение для числа Нуссельта:

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} = \frac{D}{(T_g - T_w)} \left( \frac{\delta T}{\delta r} \right)_w = \frac{D}{\lambda} \frac{q_w}{(T_g - T_w)}, \quad (1)$$

где  $q_w$  – плотность теплового потока на поверхности сферы.

Установим связь между температурой поверхности сферы  $T_w$  и  $q_w$ . Для области малых времен (по крайней мере, для чисел Фурье  $\tau \leq 0,02$ ) шар в тепловом отношении можно рассматривать как полубесконечное тело. Для полубесконечного тела справедливы следующие соотношения [6]:

$$T_w(t) = T_0 - \frac{\sqrt{a}}{\lambda\sqrt{\pi}} \int_0^t q_w [T(t')] \frac{dt'}{\sqrt{t-t'}} = T_0 - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\pi}} \int_0^t \left( \frac{\delta T}{\delta x} \right)_w dt'; \quad (2)$$

$$\left( \frac{\delta T}{\delta x} \right)_w = -\frac{q_w(t)}{\lambda} = -\frac{1}{\sqrt{\pi a}} \frac{d}{dt} \int_0^t T_w(t') dt', \quad (3)$$

где  $T_0$  – начальная температура поверхности.

Рассмотрим случай линейного изменения температуры поверхности  $T_w(t) = T_0 + At$ , где значение  $A$  может быть положительным, отрицательным или равняться нулю. Используя соотношения (1) и (3), получим следующее выражение для числа Нуссельта:

$$Nu = \frac{D}{(T_g - T_0 - At)} \left\{ \frac{T_0}{\sqrt{\pi a t}} + \frac{2A\sqrt{t}}{\sqrt{\pi a}} \right\}. \quad (4)$$

Из формулы (4) следует, что вне зависимости от направления теплового потока начальное значение числа Нуссельта  $Nu \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow 0$  и в области малых времен всегда будем иметь снижение числа Нуссельта с течением времени.

Если положить  $A = 0$ , т.е. считать, что в процессе теплообмена температура остается постоянной  $T_w(t) = T_0 = \text{const}$ , то получим следующее значение числа Нуссельта:

$$Nu = \frac{D}{T_g - T_0} \frac{T_0}{\sqrt{\pi a t}}. \quad (5)$$

Рассмотрим два предельных случая теплообмена: в области очень малых времен ( $t \rightarrow 0$ ) и стационарный случай ( $t \rightarrow \infty$ ).

Более точно, чем из выражений вида (4) и (5), изменение числа Нуссельта и коэффициента конвективной теплоотдачи  $\alpha$  в начальный период можно оценить при  $Re \rightarrow 0$  из решения контактной задачи теплопроводности двух тел (газ и твердая сфера), рассматриваемой в рамках гиперболического уравнения теплопроводности [7].

Приведем некоторые результаты, необходимые для определения числа Нуссельта. Для случая контактирования двух тел (тело I – газ, имеющий температуру  $T_1$  и время релаксации  $\tau_1$ ; тело II – частица, имеющая начальную температуру  $T_2$  и время релаксации  $\tau_2$ ), внезапно приведенных в соприкосновение, в момент времени  $t = 0$  значения контактной температуры и плотности теплового потока на поверхности контакта для времен  $t < \tau_1$  записываются в виде

$$T_w(t) \equiv A \exp(-mt) + \frac{B}{m} [1 - \exp(-mt)] + \dots; \quad (6)$$

$$q_w(t) \cong q_0 + \left[ mq_m - \frac{1}{2} \gamma_2 q_0 \right] t + \left[ \frac{3}{16} \gamma_2^2 q_0 - \frac{1}{2} m^2 q_m - \frac{1}{4} \gamma_2 m q_m \right] t^2 + \dots, \tag{7}$$

где  $A = \frac{T_1 v + T_2}{v + 1} = T_w(0)$ ;  $B = \frac{T_1 v \gamma_2 + T_2 \gamma_1}{2(v + 1)}$ ;  $m = \frac{v \gamma_2 + \gamma_1}{2(v + 1)}$ ;  $q_0 = \beta_2 [A - T_2]$ ;  $q_m = \beta_2 \left( \frac{B}{m} - A \right)$ ;  $v = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\rho_1 c_1 W_1}{\rho_2 c_2 W_2}$ ;  $\gamma_1 = \tau_1^{-1}$ ;  $\gamma_2 = \tau_2^{-1}$ ;  $W_i = \left( \frac{a_i}{\tau_i} \right)^{\frac{1}{2}}$ ;  $A = T_w(0)$  – значение мгновенной контактной температуры;  $W_i$  – скорость распространения тепла.

Используя выражения (5) и (7), получаем следующее выражение для числа Нуссельта:

$$Nu_\tau = \frac{D}{\lambda_1 (T_1 - A)} \left\{ q_0 - \left[ \frac{1}{2} \gamma_2 q_0 - m q_m - \frac{q_0 q_m}{\beta_2 (T_1 - A)} t \right] - \dots \right\}. \tag{8}$$

Мгновенное (устанавливаемое в момент времени  $t = 0$ ) значение числа Нуссельта:

$$Nu_0 = \frac{D}{\lambda_1} \beta_1 = \frac{D W_1}{a_1} = Pe_1 = (Fo_1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{D}{\sqrt{a_1} \tau_1}, \tag{9}$$

где  $Pe_1 = Fo_1 = a_1 \tau_1 / D^2$  – безразмерное время (число Фурье) тепловой релаксации газа;  $D W_1 / a_1$  – аналог числа Пекле, которое можно представить в виде соотношения переноса тепла тепловой волной и теплопроводностью:

$$Pe_1 = \frac{\rho_1 c_1 W_1 \cdot \Delta T}{\lambda_1 \cdot \Delta T} \cdot D$$

Таким образом, мгновенное значение коэффициента теплоотдачи (в момент времени  $t = 0$ ) равно следующей конечной величине:

$$\alpha_0 = \beta_1 = \rho_1 c_1 W_1, \tag{10}$$

в то время как в соответствии с классической теорией теплопроводности (в рамках справедливости закона Фурье) имеем  $\alpha \rightarrow \infty$ . Для большого периода времени  $t > \tau_1$  до  $t \cong 10^{-7} \dots 10^{-6}$  с, точнее говоря, до момента справедливости замены шара полубесконечным телом значения контактной температуры и теплового потока будут определяться следующими выражениями:

$$T_w(t) \cong A_0 \exp(-nt) + \frac{T_1 b + T_2}{b + 1} [1 - \exp(-nt)] + \dots; \tag{11}$$

$$q_w(t) \cong \frac{b_1 (T_1 - T_2)}{1 + b} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} + \left[ -\frac{T_2}{2\gamma_2} + \frac{v(\gamma_2 - \gamma_1) (T_1 - T_2)}{2(v\sqrt{\gamma_2} + \sqrt{\gamma_1})^2 \sqrt{\gamma_1 \gamma_2}} \right] \frac{1}{t\sqrt{t}} + \dots, \tag{12}$$

здесь  $b = b_1 / b_2$ ;  $b_1 = (\lambda_1 \rho_1 c_1)^{\frac{1}{2}}$ ;  $b_2 = (\lambda_2 \rho_2 c_2)^{\frac{1}{2}}$ ;  $A_0 = (T_1 v \sqrt{\gamma_1} + T_2 \sqrt{\gamma_2}) / (v \sqrt{\gamma_1} + \sqrt{\gamma_2})$ ;

$$n = 2(v\sqrt{\gamma_2} + \sqrt{\gamma_1}) \sqrt{\gamma_1 \gamma_2} / (v\sqrt{\gamma_1} + \sqrt{\gamma_2}).$$

Используя соотношения (11) и (12), выражение для числа Нуссельта получаем в следующем виде:

$$Nu_\tau = \frac{D}{\lambda_1} \left\{ \frac{b_1 (T_1 - T_2)}{(1 + b) [T_1 - T_w(\infty)]} \frac{1}{\sqrt{\pi t}} + \left[ \frac{v(\gamma_2 - \gamma_1) (T_1 - T_2)}{2(v\sqrt{\gamma_2} + \sqrt{\gamma_1})^2 \sqrt{\gamma_1 \gamma_2}} - \frac{T_2}{2\gamma_2} \right] \frac{1}{[T_1 - T_w(\infty)] \sqrt{t^3}} + \dots \right\}, \tag{13}$$

где  $T_w(\infty) = (T_1 b + T_2) / (b + 1)$  – предельное (при  $t \rightarrow \infty$ ) значение контактной температуры.

Для моментов времени  $t \gg \tau_1$  вместо выражения (13) можно использовать упрощенное выражение (учитывая, что  $b \ll 1$ ):

$$Nu_t \cong \frac{D}{\lambda_1} \frac{(T_1 - T_2)}{[T_1 - T_w(\infty)]} \frac{b_1}{\sqrt{\pi t}} \cong \frac{D}{\sqrt{\pi \alpha_1 t}} \quad (14)$$

Сделаем оценку полученных соотношений для двух случаев. Рассмотрим процесс нагрева частицы вольфрама диаметром  $D = 100$  мкм, имеющей начальную температуру  $T_2 = 300$  К в плазме аргона с температурой  $T_1 = 10^4$  К. Теплофизические свойства, принятые для расчета, представлены в таблице.

Теплофизические свойства веществ

| Вещество  | Свойство                   |                   |                      |                      |             |
|---|----------------------------|-------------------|----------------------|----------------------|-------------|
|   | $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> | $C_p$ , Дж/(кг·К) | $\lambda$ , Вт/(м·К) | $\tau$ , с           | $W_1$ , м/с |
| Плазмообразующий газ – аргон  | 0,0477                     | 1724              | 0,702                | $2,8 \cdot 10^{-9}$  | 1746        |
| Напыляемый материал – вольфрам  | 19250                      | 170               | 110                  | $10^{-11}$           | 1833        |
| Продукты горения пропан-бутан-кислородной смеси (газообразная смесь углекислого и угарного газов, паров воды) | 1,7791                     | 1564              | 0,921                | $2,4 \cdot 10^{-9}$  | 1796        |
| Напыляемый материал – самофлюсующийся порошок марки ПГ-12Н-03   | 8136                       | 145               | 125                  | $0,7 \cdot 10^{-11}$ | 1953        |

Мгновенные значения плотности теплового потока (Вт/м<sup>2</sup>), числа Нуссельта и коэффициента теплоотдачи (Вт/(м<sup>2</sup>·К) равны соответственно

$$q_w(0) = \frac{\beta_1}{\nu + 1} (T_1 - T_2) = 1,392 \cdot 10^9;$$

$$Nu_0 = \frac{D}{\lambda_1} \frac{q_w(0)}{[T_1 - T_w(0)]} = 20,44;$$

$$\alpha_0 = \beta_1 = \rho_1 c_1 W_1 = 1,436 \cdot 10^5.$$

Изменение числа Нуссельта во времени, рассчитанное по соотношениям (8) и (13), представлено на графике (рис. 1).

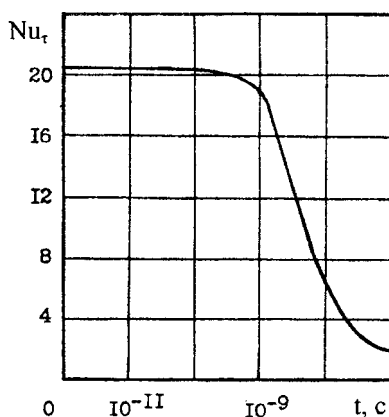


Рис. 1. Изменение числа Нуссельта во времени

После стабилизации гидродинамического и теплового пограничных слоев начинается период стационарного (точнее говоря, квазистационарного) теплообмена, во время которого температура газа на бесконечности  $T_x$  остается постоянной, а температура сферы меняется в процессе теплообмена. В этот период существенную роль начинают играть направление теплообмена (греется шар в газовом потоке или, наоборот, охлаждается), а также величина температурного градиента по толщине теплового пограничного слоя, поскольку коэффициент теплопроводности газа существенно зависит от температуры.

Рассмотрим стационарную теплопередачу между газом и сферической частицей в случае небольших чисел Рейнольдса. Уравнение теплопроводности можно записать следующим образом:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \lambda \frac{dT}{dr} \right) = 0, \quad (15)$$

где  $\lambda(T)$  – известная функция зависимости теплопроводности газа от температуры.

Интегрируя уравнение (15) от поверхности частицы ( $r = R$ ;  $T = T_w$ ) до внешней границы теплового пограничного слоя ( $r = R + \delta$ ;  $T = T_\infty$ ), где  $\delta$  – средняя толщина теплового пограничного слоя, последовательно получим:

$$\lambda \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r^2}; \quad (16)$$

$$C_1 = \frac{1}{2} D \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right) \varphi, \quad (17)$$

где  $C_1$  – постоянная интегрирования, а  $\varphi$  определяется выражением:

$$\varphi = \int_{T_w}^{T_\infty} \lambda(T) dT. \quad (18)$$

Для удобства расчетов выражение (18) можно представить в виде

$$\varphi = \varphi_*(T_\infty) - \varphi_*(T_w) = \int_{300}^{T_\infty} \lambda(T) dT - \int_{300}^{T_w} \lambda(T) dT,$$

где  $\varphi_*(T)$  – потенциал теплопроводности, определяемый соответствующими интегралами, в которых нижний предел принят равным 300 К.

Коэффициент теплопроводности принимался согласно [11]. Плотность теплового потока на поверхности сферы

$$q_w = \lambda \frac{dT_w}{dr} = \frac{C_1}{R^2}; \quad (19)$$

по закону Ньютона – Рихмана:

$$q_w = \alpha (T_\infty - T_w). \quad (20)$$

Из сопоставления выражений (19) и (20) получим

$$\alpha = \frac{2}{D(T_\infty - T_w)} \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right) \varphi. \quad (21)$$

Выражение для числа Нуссельта, определяемого по температуре набегающего потока  $T_\infty$ , получим в следующем виде:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha D}{\lambda_\infty} = \frac{2\varphi}{\lambda_\infty (T_\infty - T_w)} \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right), \quad (22)$$

где  $\lambda_\infty$  – коэффициент теплопроводности газа при температуре набегающего потока (на внешней границе теплового пограничного слоя)  $T_\infty$ .

Введем среднеинтегральную теплопроводность по толщине теплового пограничного слоя:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{T_\infty - T_w} \int_{T_w}^{T_\infty} \lambda(T) dT = \frac{\varphi}{T_\infty - T_w}, \quad (23)$$

тогда число Нуссельта, определяемое по среднеинтегральной теплопроводности:

$$\bar{\text{Nu}} = \frac{\alpha D}{\bar{\lambda}} = 2 \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right). \quad (24)$$

В предельном случае при  $\text{Re} \rightarrow 0$ , будем иметь  $\delta \rightarrow \infty$ , а число Нуссельта  $\bar{\text{Nu}} = 2$ .

Связь между числами Нуссельта  $Nu$  и  $\bar{Nu}$

$$Nu = \frac{\bar{\lambda}}{\lambda_\infty} \bar{Nu} = 2 \frac{\bar{\lambda}}{\lambda_\infty} \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right). \quad (25)$$

В общем виде закон изменения коэффициента теплопроводности можно задать так [8]:

$$\lambda = \lambda_\infty \left( \frac{T}{T_\infty} \right)^n, \quad (26)$$

где  $n$  лежит в интервале от 1/2 до 1.

Среднеинтегральная теплопроводность будет тогда определяться следующим выражением:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_\infty}{(n+1)T_\infty^n} \frac{T_\infty^{n+1} - T_w^{n+1}}{T_\infty - T_w}. \quad (27)$$

Для молекул твердых сфер ( $n = 3$ ) получим

$$\bar{\lambda} = \frac{2}{3} \lambda_\infty \frac{1 - \tau_s^{3/2}}{1 - \tau_s}, \quad (28)$$

где  $\tau_s = T_w/T_\infty$ . Подставляя в формулу (25) значение  $\lambda$  из выражения (28), получаем

$$Nu = \frac{4}{3} \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right) \left( \frac{1 - \tau_s^{3/2}}{1 - \tau_s} \right). \quad (29)$$

Для максвелловских молекул ( $n = 1$ )

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2} \lambda_\infty (1 + \tau_s), \quad (30)$$

$$Nu = \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right) (1 + \tau_s). \quad (31)$$

Выражения (29) и (31) при  $\tau_s = 1$  дают следующие значения числа Нуссельта:

$$Nu = 2 \left( 1 + \frac{D}{2\delta} \right). \quad (32)$$

В обоих случаях (в случаях молекул твердых сфер и максвелловских молекул) при  $\tau_s < 1$  получаем значения числа Нуссельта меньшие, чем дает выражение (32), а при  $\tau_s > 1$  – большие. Изменение числа Нуссельта в предельном случае  $Re \rightarrow 0$  ( $\delta \rightarrow \infty$ ) для молекул твердых сфер и максвелловских молекул в зависимости от параметра  $\tau_s$  представлено на графике (рис. 2).

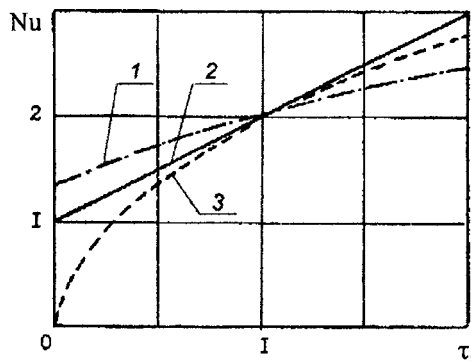


Рис. 2. Зависимость числа Нуссельта  $Nu = Nu(\tau_s)$ :  
1, 2, 3 – формулы (29), (31), (33) соответственно

Отметим, что значения числа Нуссельта при  $\tau_s \rightarrow 0$ , полученные на основании феноменологической теории теплопроводности, т.е. рассчитанные по формулам (29) и (31), расходятся с аналогичными значениями, рассчитанными на основании молекулярно-кинетической теории [9] для чисел  $Re = 0$ :

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda_\infty} = -\frac{2\tau_s \ln \tau_s}{1 - \tau_s}. \quad (33)$$

Расчеты числа Нуссельта по соотношениям (29), (31) и (33) представлены на графике (рис. 2).

В полученных выше выражениях остается неопределенной величина  $\delta$  - толщина теплового пограничного слоя. Поскольку для газов число Прандтля  $Pr = \nu/\alpha < 1$ , то толщина теплового пограничного слоя  $\delta$  больше толщины гидродинамического пограничного слоя  $\delta_H$ , однако разница между ними невелика. Как показано, например, Эккертом и Дрейком [10], если число  $Pr$  порядка единицы или немного меньше, то отношение  $\delta/\delta_H$  пропорционально  $Pr^{1/3}$ . Таким образом, если будет найдена толщина гидродинамического пограничного слоя  $\delta_H$  при обтекании, то выражения для чисел  $Nu$  будут полностью определены.

При нагреве мелкодисперсных частиц до высоких температур  $T \approx (2...4)10^3$  К необходимо учитывать потери частицами тепла на излучение, особенно в зоне слабого конвективного теплообмена, когда разность температур газа и частицы  $\Delta T = T_g - T_w > 0$ . Вопросы нагрева и плавления частиц с учетом поверхностного излучения частицы достаточно подробно рассмотрены в [12]. Расчет теплообмена частицы с учетом излучения, описываемого законом Стефана - Больцмана, справедлив в основном для металлов, у которых поглощение сосредоточено в тонких поверхностных слоях (скин-слое). Металлы и другие электропроводные материалы (карбиды, нитриды, полупроводники при высоких температурах) из-за наличия достаточного количества электронов проводимости (свободных электронов) имеют практически во всей области спектра теплового излучения высокий показатель поглощения  $\alpha$  [14]:

$$\alpha = \frac{\eta \lambda}{4\pi} = \frac{\eta C_0}{4\pi \nu n} = \frac{\eta \lambda_0}{4\pi n}, \quad (34)$$

где  $\eta$  - коэффициент поглощения;  $\lambda$  - длина волны излучения в данном материале;  $C_0$  - скорость света в вакууме;  $\nu = C/\lambda$  - частота электромагнитной волны;  $C$  - скорость света в данном материале;  $n = C_0/C = \lambda_0/\lambda$  - показатель преломления;  $\lambda_0$  - длина волны в вакууме.

Это приводит к тому, что излучательные и отражательные характеристики таких материалов определяются свойствами очень тонкого поверхностного слоя (менее 0,1 мкм). Для металлов глубина проникновения излучения [14]:

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \gamma \mu}}, \quad (35)$$

где  $\omega = 2\pi\nu$  - круговая частота;  $\gamma$  - проводимость;  $\mu$  - магнитная проницаемость.

Например, для меди, у которой  $\gamma = 5 \cdot 10^7$  Ом/м, для длины волны порядка световых ( $\lambda = 1$  мкм) глубина проникновения  $\Delta \approx 4 \cdot 10^{-3}$  мкм. Такие материалы считаются непрозрачными, т.е. говорить о распространении света в проводнике нет смысла.

Вещества и материалы, которые в определенных областях спектра теплового излучения имеют малую величину показателя поглощения, т.е. пропускают падающее на них в этой области спектра излучение на значительное расстояние вглубь, обычно называют частично прозрачными. К таким материалам относятся все диэлектрики и полупроводники при измеренных температурах и незначительной плотности падающего излучения ( $\ll 10^9$  Вт/см<sup>2</sup>).

Следует отметить, что границы областей прозрачности (областей слабого поглощения) в частично прозрачных материалах являются в некоторой степени условными, поскольку на этих границах показатель поглощения  $\alpha$  меняется от  $10^{-5}$  до  $10^{-2}$ . Обычно принимают [13], что область прозрачности расположена в той части спектра, в которой  $\alpha \leq 0,01$ . В области прозрачности в связи с малостью значений  $\alpha$  поглощение чаще характеризуют коэффициентом объемного поглощения  $\eta$ . Тогда за область прозрачности принимают условно такую часть спектра, в которой  $\eta < 10$  см<sup>-1</sup>.

Величина  $(1/\eta)$  интерпретируется как глубина проникновения, или как средняя длина пробега фотонов  $\bar{\lambda}$ , т.е.  $\bar{\lambda} = \eta^{-1}$ . Если  $R$  - характерный размер тела, то выражение  $L = \eta R$  называют оптической

толщиной, или непрозрачностью тела. При  $L \ll 1$  тело называют оптически тонким, в этом случае длина свободного пробега фотонов значительно больше характерного размера тела. Аналогично молекулярно-кинетической теории можно ввести фотонное число Кнудсена, которое характеризуется как отношение длины пробега излучения  $\bar{\lambda}$  к характерному размеру тела  $R$ :

$$Kr = \frac{1}{L} = \frac{\bar{\lambda}}{R} = (\eta R)^{-1}. \quad (36)$$

Для оптически тонких тел  $Kr \gg 1$ .

Излучение оптически тонких тел имеет объемный характер, поскольку кванты, испускаемые из любой точки тела, практически беспрепятственно вылетают наружу.

Рассмотрим излучение сферической частицы радиуса  $R$ . В приближении излучающей среды [15] можно записать следующее выражение для интенсивности излучения на поверхности сферы:

$$I(\beta) = \int_0^{\beta} \frac{1}{\pi} \eta \sigma T^4 dS = \frac{1}{\pi} \eta \sigma T^4 S,$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$  – постоянная Стефана – Больцмана.

Из геометрических соображений  $S = 2R \cos \beta$ . Тогда плотность потока  $q$ , теряемого поверхностью, равна

$$q = 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\beta) \cos \beta \sin \beta d\beta = 4\pi \sigma T^4 R \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \beta \sin \beta d\beta = \frac{4}{3} \eta \sigma T^4 R. \quad (37)$$

Поток энергии, теряемый всей сферой, получим, умножая плотность потока  $q$  на площадь поверхности сферы ( $F = 4\pi R^2$ ):

$$Q = \frac{4}{3} \eta \sigma T^4 R (4\pi R^2) = 4\eta \sigma T^4 V, \quad (38)$$

где  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$  – объем сферы.

Тогда дифференциальное уравнение нагрева частицы запишется в следующем виде:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 C_p \rho_p \frac{dT}{dt} = -4\eta \sigma T^4 \cdot \frac{4}{3} R^3 + 4\pi R^2 \alpha (T_g - T)$$

или

$$C_p \rho_p \frac{dT}{dt} = -4\pi \sigma T^4 + \frac{3}{R} \alpha (T_g - T). \quad (39)$$

Вводя обозначение  $\Phi_0 = \sigma R T_m^3 / \lambda_p$ ,  $\Phi = L \Phi_0 = \Phi_0 / Kr$ ,  $\mu = 3\beta / 4\Phi$  и переходя к критериальной форме, получим:

$$\frac{d\theta}{\theta^4 + \mu\theta - \mu\theta_g} = -4\Phi d\tau. \quad (40)$$

Решение уравнения (40) с учетом начального условия  $\theta = \theta_0$  при  $\tau = 0$  имеет вид [12]:

$$4\Phi\tau = \frac{A}{2} \ln \left[ \frac{R_2 R_{10}}{R_1 R_{20}} \right] + \frac{A}{2m} \cdot \frac{b_1^3 + \mu}{b_1^2} \ln \left[ \frac{\Phi_2 \Phi_{10}}{\Phi_1 \Phi_{20}} \right] + \frac{A}{K} \cdot \frac{\mu - \beta_1^3}{\beta_1^2} \operatorname{arctg} \frac{2K(\theta - \theta_0)}{K^2 + (2\theta - b_1)(2\theta_0 - b_1)}, \quad (41)$$

где приняты обозначения:

$$R_0 = \theta^4 + \mu\theta - \beta_0 = R_1 R_2 = (\theta^2 + b_1 + \beta_1)(\theta^2 - b_1\theta + \beta_2);$$



$$b_1^2 = \left\{ \frac{1}{2}\mu^2 + \left[ \frac{1}{2}\mu^4 + \left( \frac{4}{3}\beta_0 \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}} + \left\{ \frac{1}{2}\mu^2 - \left[ \frac{1}{2}\mu^4 + \left( \frac{4}{3}\beta_0 \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{3}};$$

$$\beta_1 = (b_1^3 - \mu) / 2b_1; \quad \beta_2 = (b_1^3 + \mu) / 2b_1; \quad m^2 = (2\mu - b_1^3) / b_1;$$

$$4R_2 = K^2 + (2\theta - b_1)^2; \quad K^2 = (b_1^3 + 2\mu) / b_1; \quad \beta_0 = \mu\theta_g;$$

$$4R_1 = \varphi_1 \cdot \varphi_2 = (2\theta + b_1 - m)(2\theta + b_1 + m); \quad A = 2b_1^3 / (2b_1^6 + \mu^2).$$

Выражения  $R_{10}$ ,  $\varphi_{10}$  и т.д. – значения  $R_1$ ,  $\varphi_1$  и т.д., в которых полагаем, что  $\theta = \theta_0$ .

Решение (41) описывает конвективный нагрев термически тонкой частицы в случае ее объемного высвечивания. Отметим, что для частиц размером  $R \leq 10$  мкм величина  $\Phi \ll 1$ . Тогда в случае оптически тонкого тела  $L \ll 1$ , при условии, что величина критерия Био полагается малой ( $\beta < 0,1$ ), параметр  $\mu \gg 1$ . Вместо уравнения (40) в этом случае получим обычное уравнение конвективного нагрева термически тонкого тела:

$$\frac{d\theta}{d\tau} = -3\beta(\theta - \theta_g), \quad (42)$$

решение которого при начальном условии  $\theta = \theta_0$  при  $\tau = 0$  имеет вид:

$$\theta = \theta_g - (\theta_g - \theta_0) \exp(-3\beta\tau). \quad (43)$$

Рассмотрим случай радиационного остывания горячей частицы при отсутствии конвективного теплообмена, когда  $\beta(\theta_g - \theta) \rightarrow 0$ . В случае поверхностного излучения закон остывания будет описываться следующим выражением:

$$\theta = \theta_0 \left[ 1 + 9S_k \theta_0^3 \tau \right]^{-\frac{1}{3}}, \quad (44)$$

где  $S_k$  – критерий Старка.

$$S_k = \frac{\varepsilon \sigma R T_m^3}{\lambda_p} = \varepsilon \Phi_0, \quad (45)$$

где  $\varepsilon$  – степень черноты материала частицы.

В случае объемного высвечивания будем иметь:

$$\theta = \theta_0 \left[ 1 + 12\Phi \theta_0^3 \tau \right]^{-\frac{1}{3}}.$$

Отметим принципиальную разницу выражений (44) и (45). В выражении (44) закон остывания зависит от радиуса частицы, так как комплекс  $S_k \tau \equiv R^{-1}$  и с ростом радиуса частицы скорость охлаждения частицы снижается (сказывается влияние массы частицы  $V/F \equiv R$ ).

Соответствующий комплекс  $\Phi \tau$  в выражении (45) не зависит от размера частицы, а зависит от среднего (по спектру) пробега фотонов ( $\Phi \tau \equiv (\bar{\lambda})^{-1}$ ), т.е. с ростом прозрачности материала (увеличение  $\bar{\lambda}$ ) темп охлаждения частицы снижается.

### Заключение

В результате теоретического анализа методик расчета коэффициента теплоотдачи и числа Нуссельта рассмотрены два предельных случая теплообмена: в области малых времен ( $t \rightarrow 0$ ) и стационарный случай ( $t \rightarrow \infty$ ). Установлено, что вне зависимости от направления теплового потока начальное значение числа  $Nu \rightarrow \infty$  при  $t \rightarrow 0$  и будет иметь место снижение числа Нуссельта с течением времени.

При нагреве дисперсных частиц до высоких температур необходимо учитывать потери частицами тепла на излучение, особенно в зоне слабого конвективного теплообмена. Излучение оптически тонких

тел имеет объемный характер, поскольку кванты, испускаемые из любой точки тела, практически беспрепятственно вылетают наружу. Показано, что скорость охлаждения частицы зависит не только от величины радиуса частицы (т.е. массы частицы), но и от прозрачности материала частицы, и становится тем выше, чем меньше величина прозрачности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований по гранту Т05К-042 «Сквозное проектирование ресурсосберегающих технологий и средств оснащения электрофизических и термомеханических процессов упрочнения поверхностей изделий».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. - М.: ИИЛ, 1969.
2. Кудряшов Л.И., Смирнов А.А. // Инженерно-физический журнал. - 1961. - Т. 4, № 10. - С. 21 -29.
3. Кудряшов Л.И., Смирнов А.А. // Труды Куйбышевского авиационного ин-та. - 1962. Вып. 15. - С. 105-116.
4. Парнас А.Л. Вопросы нестационарного переноса тепла и массы. - Мн.: Наука и техника, 1964.
5. Смольский Б.М., Сергеева Л.А., Сергеев В.Л. Нестационарный теплообмен. - Мн.: Наука и техника, 1974.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967.
7. Иванов Е.М. // Теплофизика плазменного напыления. - М.: Metallurgia, 1985. - С. 213 -225.
8. Гиршфельдер Дж., Кертисс И., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. - М.: ИИЛ, 1961.
9. Углов А.А., Гнедовец А.Г. // Физика и химия обработки материалов. - 1985. - № 4. - С. 10 - 15.
10. Эккерт Э.Р., Дрейк Р.М. Теория тепло- и массообмена. - М.-Л.: ИИЛ, 1961.
11. Донской А.В., Клубникин В.С. Электроплазменные процессы и установки в машиностроении. - Л.: Машиностроение, 1979.
12. Иванов Е.М. Инженерный расчет теплофизических процессов при плазменном напылении. - Саратов: СГУ, 1983.
13. Петров В.А., Марченко Н.В. Перенос энергии в частично прозрачных твердых материалах. - М.: Наука, 1985.
14. Матвеев А.Н. Оптика. - М.: Наука, 1985.
15. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. - М.: Мир, 1975.