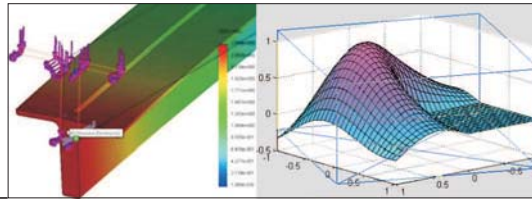


НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ



УДК 691.32 : 666.97.035.5.001.24

А.М. НИЯКОВСКИЙ, В.Н. РОМАНЮК, А.Н. ЧИЧКО, Ю.В. ЯЦКЕВИЧ

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ КОМПОЗИТНОГО БЕТОННОГО ИЗДЕЛИЯ

Описана математическая модель, позволяющая выполнять расчет энергетических характеристик процесса гидратации цемента при тепловой обработке бетонных изделий в теплотехнологических установках ускоренной гидратации. Выполнены расчеты энергетических характеристик процесса гидратации для многослойной композитной структуры «бетон – пенополистирол – бетон» при заданном режиме внешнего подвода теплоты к обрабатываемому изделию. На основе нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности с учетом начальных и граничных условий процесса предложен метод численного расчета затрат теплоты в зависимости от времени тепловой обработки при изготовлении изделий, включающих теплоизоляционный слой из пенополистирола. Установлено, что включение в состав бетонной конструкции пенополистирола вносит существенное изменение в распределение энергетических затрат во времени. Показано, что с помощью моделей с пространственно распределенными параметрами можно выполнять расчеты энергетических характеристик, определяющих затраты тепловой энергии на изготовление многослойных бетонных изделий различной композиционной структуры, что актуально при проектировании режимов тепловой обработки, в частности, при постановке в производство новых конструкций бетонных изделий со сложной геометрией.

Ключевые слова: математическое моделирование, температурное поле, нестационарное уравнение теплопроводности, разработка методов исследований, ускоренная гидратация бетона, композитные материалы, энергосбережение, энергетические характеристики.

DOI 10.32683/0536-1052-2019-723-3-86-100

Энергетические затраты на изготовление композитных бетонных изделий, включающих помимо бетона слой полимерного утеплителя, отличаются от соответствующих затрат при изготовлении традиционных бетонных изделий, так как теплофизические свойства материалов, входящих в эти конструкции, различны. Это существенно влияет на распределение температур в объеме изделия и в конечном итоге на процесс гидратации.

В последние 30 лет развитие *IT*-методов привело к тому, что многие исследователи, работающие с объектами строительства, начали активно

© Няиковский А.М., Романюк В.Н., Чичко А.Н., Яцкевич Ю.В., 2019

использовать методы математического моделирования для расчетов характеристик процесса твердения бетонов в установках ускоренной гидратации. Однако сложность проблемы расчета процессов твердения заставляет многих исследователей упрощать методы численного моделирования, рассматривая одномерные и двумерные математические модели бетонных конструкций, основанные на теплофизическом уравнении теплопроводности [1–7].

В этой связи следует отметить, что пока нет общепринятого математического аппарата и теплофизической модели для расчета энергетических характеристик процесса твердения. Целью настоящей работы является разработка метода численного моделирования энергетических характеристик процесса гидратации трехслойного 3D-изделия (бетон – пенополистирол – бетон) на основе конечно-разностных аппроксимаций уравнения теплопроводности в развитие результатов, опубликованных в [8].

Все расчеты, представленные в данной работе, выполнены на основе описанных в статье моделей, с помощью специально разработанной компьютерной программы «ПроЭнергоБетон-1», написанной на языке C⁺⁺. Программа позволяет рассчитать и визуализировать пространственное распределение температуры и степени (коэффициента) гидратации в бетонном изделии заданной произвольной геометрии для любого момента времени тепловой обработки.

Следует отметить, что рассматриваемые в статье модели и методы расчета не имеют ограничений. Они применимы в том числе и для сложных в пространственном отношении 3D-изделий с любой слоевой структурой.

Исходные данные и математическая модель. В качестве объектов исследования были выбраны два кубических изделия размером 0,1×0,1×0,1 м. Первое изделие, обозначенное как объект № 1, состояло из бетона и не содержало пенополистирола. Второе изделие с аналогичными внешними размерами, обозначенное как объект № 1с, включало области с пенополистиролом. Объект № 1с состоял из трех слоев. Первый, верхний, слой (бетон) имел размеры 0,026×0,100×0,100 м. Второй слой (пенополистирол) имел размеры 0,051×0,100×0,100 м. Третий, нижний, слой из бетона имел размеры 0,023×0,100×0,100 м.

Изделие помещалось в расчетную сеточную область (размеры элементов 0,005 м), в которую входили слой твердеющего бетона (обозначенный далее Ω_1), пространство опалубки (Ω_2), пространство паровоздушной среды (Ω_3), область нагревателя (Ω_4), слой пенополистирола (Ω_5). Причем нагреватель находился вблизи нижней грани изделия. Остальные грани, кроме верхней, контактировали с опалубкой.

Все перечисленные области были связаны между собой системой граничных условий. Каждая из перечисленных пространственных областей характеризовалась теплопроводностью, плотностью и удельной теплоемкостью примененных материалов.

В расчетах использовалась система уравнений, включающая уравнение теплопроводности в трехмерной форме с источником тепловыделения, имитирующим процесс гидратации бетонной смеси и уравнение для расчета процесса гидратации:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{c_{\text{б}} \rho_{\text{б}}} \left(\begin{aligned} & \text{Ц} P_q(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + \\ & + \frac{\partial \left(\lambda_{\text{б}}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial x} \right)}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \left(\lambda_{\text{б}}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right)}{\partial y} + \\ & + \frac{\partial \left(\lambda_{\text{б}}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right)}{\partial z} \end{aligned} \right); \quad (1)$$

$$Q_{\text{max}} \frac{\partial H(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = P_q(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)), \quad (2)$$

где τ – время, с;

x, y, z – декартовы координаты, м (ось Y направлена вертикально);

$T(x, y, z, \tau)$ – температура бетона в точке с координатами (x, y, z) в момент времени τ , °С;

$\rho_{\text{б}}$ – плотность бетона, кг/м³;

Ц – удельный расход цемента в бетоне, кг/м³;

$c_{\text{б}}$ – удельная теплоемкость бетона, Дж/(кг · К);

$Q(x, y, z, \tau)$ – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента в точке с координатами (x, y, z) на момент времени τ ;

$H(x, y, z, \tau) = Q(x, y, z, \tau)/Q_{\text{max}}$ – степень (коэффициент) гидратации цемента, где Q_{max} – удельная теплота полной гидратации цемента, Дж/кг;

$\lambda_{\text{б}}(H, T)$ – теплопроводность бетона, зависящая от степени его гидратации и температуры, Вт/(м · К);

$P_q(Q, T)$ – удельная мощность тепловыделения при гидратации цемента, Вт/кг, которая определялась как

$$P_q(Q, T) = \frac{\partial Q(T, \tau_{\text{пр}}(Q, T))}{\partial \tau}, \quad (3)$$

где Q – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента к рассматриваемому моменту времени;

$Q(T, \tau)$ – функция тепловыделения цемента (см. таблицу);

Температурные функции вблизи границ изделия, полученные на основе экспериментальных данных

τ , ч	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
T_1 , °С	24	27	29	30	33	36	39	42	42	42	42	42	42	42	42	42
T_2 , °С	36	43	48	49	50	51	52	53	53	53	53	53	53	53	53	53

$\tau_{пр}(Q, T)$ – приведенное время гидратации цемента, которое определялось по специально разработанному алгоритму на основе экспериментальных данных [9];

$\Delta\tau$ – шаг изменения времени.

Расчет изменения температуры в различных точках 3-мерного пространства стальной опалубки и конструктивных элементов оборудования (Ω_2) производился согласно уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{ст}}{c_{ст}\rho_{ст}} \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \quad (4)$$

где $c_{ст}$ – удельная теплоемкость стали (475 Дж/кг);

$\rho_{ст}$ – плотность стали (7850 кг/м³);

$\lambda_{ст}$ – теплопроводность стали (44,5 Вт/(м · К)).

Особенности распределения температур в двухфазном изделии учитывались через расчет изменения температуры в различных точках 3-мерного пространства пенополистирола (Ω_5) согласно уравнению

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{пс}}{c_{пс}\rho_{пс}} \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \quad (5)$$

где τ – время;

x, y, z – декартовы координаты;

$T(x, y, z, \tau)$ – температура в точке с координатами (x, y, z) в момент времени τ ;

$c_{пс}$ – удельная теплоемкость пенополистирола (1,34 Дж/кг);

$\rho_{пс}$ – плотность пенополистирола (15 кг/м³);

$\lambda_{пс}$ – теплопроводность пенополистирола (0,056 Вт/(м · К)).

Предполагалось, что температура во всем пространстве среды (Ω_3) и в пространстве нагревателей (Ω_4) распределена однородно. При этом температура среды вблизи верхней грани куба в различные моменты времени $T_{гр.с}(\tau)$ задавалась с учетом экспериментальных данных (T_1 , см. таблицу), а значение температурной функции нагревателя $T_w(\tau)$ задавалось на основе экспериментальных данных (T_2 , см. таблицу).

Следует отметить, что функции $T_1(\tau)$ и $T_2(\tau)$ являются модельными и получены линейной интерполяцией на основе экспериментальных данных настоящей работы для куба 0,1×0,1×0,1 м.

Начальные условия для температур модели (1) и (2):

$$\begin{cases} T(x, y, z, 0) = 25 \text{ }^\circ\text{C, для } (x, y, z) \in \Omega_1, \\ T(x, y, z, 0) = 25 \text{ }^\circ\text{C, для } (x, y, z) \in \Omega_2, \\ T(x, y, z, 0) = 24 \text{ }^\circ\text{C, для } (x, y, z) \in \Omega_3, \\ T(x, y, z, 0) = 36 \text{ }^\circ\text{C, для } (x, y, z) \in \Omega_4, \\ T(x, y, z, 0) = 25 \text{ }^\circ\text{C, для } (x, y, z) \in \Omega_5, \\ Q(x, y, z, 0) = 0 \text{ Дж/кг, для } (x, y, z) \in \Omega_1. \end{cases} \quad (6)$$

Граничные условия на горизонтальной поверхности раздела «бетон – паровоздушная среда» ($\Omega_1 - \Omega_3$):

$$\begin{aligned}
 & -\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_3} = \\
 & = \alpha_{up}(T(x, y, z, \tau)) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_3 \cap \Omega_1} - T_{гр.с}(\tau),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где α_{up} – коэффициент теплоотдачи, соответствующий конвективному теплообмену для горизонтальной поверхности (был принят $\alpha_{up} = 5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$).

Граничные условия на поверхности раздела «опалубка – паровоздушная среда» ($\Omega_2 - \Omega_3$):

$$\begin{cases}
 -\lambda_{ст} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial x} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} = \alpha_{sd}(T(x, y, z, \tau)) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} - T_{гр.с}(\tau), \\
 -\lambda_{ст} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} = \alpha_{up}(T(x, y, z, \tau)) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} - T_{гр.с}(\tau), \\
 -\lambda_{ст} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial z} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} = \alpha_{sd}(T(x, y, z, \tau)) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_3} - T_{гр.с}(\tau),
 \end{cases} \tag{8}$$

где α_{sd} – коэффициент теплоотдачи, соответствующий конвективному теплообмену (был принят $\alpha_{sd} = 5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$).

Граничные условия на поверхности раздела «бетон – пенополистирол» ($\Omega_1 - \Omega_5$):

$$\begin{aligned}
 & \lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_5} = \\
 & = \lambda_{пс} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_5 \cap \Omega_1}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Граничные условия на поверхности раздела «опалубка – пенополистирол» ($\Omega_2 - \Omega_5$):

$$\lambda_{ст} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_5} = \lambda_{пс} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_5 \cap \Omega_2}, \tag{10}$$

где ∂i – это ∂x или ∂y , или ∂z в соответствии с пространственной ориентацией границы.

Граничные условия на поверхности «опалубка – бетон» ($\Omega_1 - \Omega_2$):

$$\begin{aligned}
 & \lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_1 \cap \Omega_2} = \\
 & = \lambda_{ст} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial i} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_1},
 \end{aligned} \tag{11}$$

где ∂i – это ∂x или ∂y , или ∂z в соответствии с пространственной ориентацией границы.

Граничные условия на граничной поверхности «нагреватель – столешница» ($\Omega_4 - \Omega_2$):

$$-\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial y} \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_4} = \alpha_w (T(x, y, z, \tau) \Big|_{(x, y, z) \in \Omega_2 \cap \Omega_4} - T_w(\tau)). \quad (12)$$

Для построения модели принят бетон марки С25/30F100W2 по СТБ 1544–2005 с водоцементным соотношением В/Ц = 0,38 следующего состава (соответственно цемент, песок, щебень, вода): Ц = 398 кг/м³, П = 700 кг/м³, Щ = 1140 кг/м³, В = 150 кг/м³. В качестве вяжущего использован портландцемент марки М500 (I 42,5Н по ГОСТ 31108–2016).

Плотность бетонной смеси принята как сумма удельных расходов его компонентов: $\rho_6 = \text{Ц} + \text{П} + \text{Щ} + \text{В} = 2388 \text{ кг/м}^3$. Значение теплоемкости определено из условия аддитивности и было принято равным $c_6 = 1058 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ [9–11]. Коэффициент теплопроводности бетона $\lambda_6(H, T)$ определялся в зависимости от степени (коэффициента) гидратации и температуры в каждой точке пространства, водоцементного отношения, влажности и плотности бетона на основе данных, приведенных в работах [11, 12] и табулированных для целей построения модели.

При проведении численных расчетов компьютерной модели $0,1 \times 0,1 \times 0,1 \text{ м}$ использовали 8000 расчетных сеточных элементов, причем шаг по времени моделирования был принят равным 0,25 с, при размере сеточного элемента 0,005 м. Численный расчет температуры в сеточных элементах пространства твердеющего бетона (Ω_1) проводился по формуле

$$T(x, y, z, \tau + \Delta\tau) = T(x, y, z, \tau) + \frac{\Delta\tau}{c_6 \rho_6} \times \left(\frac{\Psi_{+\Delta x} - \Psi_{-\Delta x}}{\Delta x} + \frac{\Psi_{+\Delta y} - \Psi_{-\Delta y}}{\Delta y} + \frac{\Psi_{+\Delta z} - \Psi_{-\Delta z}}{\Delta z} + \text{ЦР}_c(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \right), \quad (13)$$

где входящие в числители величины равны:

$$\Psi_{+\Delta x} = \left[\lambda_6 \left(\frac{H(x + \Delta x, y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x + \Delta x, y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \frac{T(x + \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta x} \Big|_{(x + \Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_1}, \right. \\ \left. \frac{T(x + \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{(1/\lambda_6(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{\text{ст}}) \Delta x / 2} \Big|_{(x + \Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_2} \right],$$

$$\Psi_{-\Delta x} = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\delta} \left(\frac{H(x-\Delta x, y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x-\Delta x, y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x-\Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta x} \Big|_{(x-\Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_1}, \\ \frac{T(x-\Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{(1/\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{CT})\Delta x/2} \Big|_{(x-\Delta x, y, z, \tau) \in \Omega_2}, \end{array} \right.$$

$$\Psi_{+\Delta y} = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\delta} \left(\frac{H(x, y+\Delta y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y+\Delta y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y+\Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta y} \Big|_{(x, y+\Delta y, z, \tau) \in \Omega_1}, \\ \alpha_{up}(T_{гр.с}(\tau) - T(x, y, z, \tau)) \Big|_{(x, y+\Delta y, z, \tau) \in \Omega_3}, \\ \frac{T(x, y+\Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{(1/\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{пс})\Delta y/2} \Big|_{(x, y+\Delta y, z, \tau) \in \Omega_5}, \end{array} \right.$$

$$\Psi_{-\Delta y} = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\delta} \left(\frac{H(x, y-\Delta y, z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y-\Delta y, z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y-\Delta y, z, \tau)}{\Delta y} \Big|_{(x, y-\Delta y, z, \tau) \in \Omega_1}, \\ \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y-\Delta y, z, \tau)}{(1/\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{CT})\Delta y/2} \Big|_{(x, y-\Delta y, z, \tau) \in \Omega_2}, \\ \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y-\Delta y, z, \tau)}{(1/\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{CT})\Delta y/2} \Big|_{(x, y-\Delta y, z, \tau) \in \Omega_5}, \end{array} \right.$$

$$\Psi_{+\Delta z} = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\delta} \left(\frac{H(x, y, z+\Delta z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y, z+\Delta z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y, z+\Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{\Delta z} \Big|_{(x, y, z+\Delta z, \tau) \in \Omega_1}, \\ \frac{T(x, y, z+\Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau)}{(1/\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{CT})\Delta z/2} \Big|_{(x, y, z+\Delta z, \tau) \in \Omega_2}, \end{array} \right.$$

$$\Psi_{-\Delta z} = \begin{cases} \lambda_{\sigma} \left(\frac{H(x, y, z - \Delta z, \tau) + H(x, y, z, \tau)}{2}, \frac{T(x, y, z - \Delta z, \tau) + T(x, y, z, \tau)}{2} \right) \times \\ \times \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau)}{\Delta z} \Big|_{(x, y, z - \Delta z, \tau) \in \Omega_1}, \\ \frac{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau)}{(1/\lambda_{\sigma}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) + 1/\lambda_{\sigma\tau})\Delta z/2} \Big|_{(x, y, z - \Delta z, \tau) \in \Omega_2}. \end{cases}$$

Расчет энергетических характеристик. При выводе формул для расчета интегральных характеристик использовались следующие физические положения:

1. Количество теплоты Q , переданное поверхности площадью $\Delta x \Delta y$ за время $\Delta \tau$, пропорционально разности температур поверхности бетонного изделия $T_{пб}$ и среды $T_{гр.с}$: $Q = \alpha \Delta x \Delta y \Delta \tau (T_{пб} - T_{гр.с})$, где коэффициент пропорциональности α является коэффициентом теплоотдачи (или теплоусвоения).

2. Количество теплоты Q , которое распространяется по теплопроводящему объекту длиной Δz через поперечное сечение площадью $\Delta x \Delta y$ за время $\Delta \tau$, пропорционально разности температур на концах объекта $T(z) - T(z + \Delta z)$: $Q = \lambda \Delta x \Delta y \Delta \tau (T(z) - T(z + \Delta z))$, где коэффициент пропорциональности λ является теплопроводностью.

3. Если полагать, что половина объекта ($\Delta z/2$) вдоль направления распространения теплоты состоит из материала с теплопроводностью λ_1 , а другая половина ($\Delta z/2$) – из вещества с теплопроводностью λ_2 , то для итоговой теплопроводности λ верно соотношение $1/\lambda = (1/\lambda_1 + 1/\lambda_2)/2$.

Исходя из вышеизложенных представлений, суммарная теплота, поглощенная бетоном извне, рассчитывалась в процессе моделирования на каждый момент времени t_N по формуле

$$Q_{in}(t_N) = \sum_{\tau=0 \dots t_N} \times \left[\sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y + \Delta y, z) \in \Omega_3}} \alpha_{up} \Delta x \Delta z \Delta \tau (T(x, y + \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Big|_{T(x, y + \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y - \Delta y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y - \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Delta x \Delta z \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{\sigma\tau}} + \frac{1}{\lambda_{\sigma}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta y}{2}} \Big|_{T(x, y - \Delta y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x + \Delta x, y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x + \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{\sigma\tau}} + \frac{1}{\lambda_{\sigma}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Big|_{T(x + \Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x-\Delta x, y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x-\Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{ст}} + \frac{1}{\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Bigg|_{T(x-\Delta x, y, z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} + \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y, z+\Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z+\Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{ст}} + \frac{1}{\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Bigg|_{T(x, y, z+\Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} + \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y, z-\Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z-\Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{ст}} + \frac{1}{\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Bigg|_{T(x, y, z-\Delta z, \tau) - T(x, y, z, \tau) > 0} \Bigg], \tag{14}
 \end{aligned}$$

где τ – время, принимающее дискретные значения от 0 до t_N (N – номер рассматриваемого такта моделирования, соответствующий моменту времени $t_N = N \cdot \Delta\tau$);

$\Delta\tau$ – шаг дискретизации по времени;

x, y, z – декартовы координаты (ось Y направлена вертикально);

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – шаги дискретизации по пространству;

$T(x, y, z, \tau)$ – температура бетона в точке с координатами (x, y, z) в момент времени τ ;

$H(x, y, z, \tau)$ – степень гидратации цемента;

$\lambda_{\delta}(H, T)$ – теплопроводность бетона, зависящая от степени его гидратации и температуры;

$\lambda_{ст}$ – теплопроводность стали;

α_{up} – коэффициент теплоотдачи верхней горизонтальной поверхности бетона, соответствующий конвективному теплообмену в воздушной среде.

Суммарная теплота, рассеянная бетоном во внешнюю среду, рассчитывалась аналогично (изменилось только направление градиента температуры) на каждый момент времени t_N по формуле

$$\begin{aligned}
 Q_{out}(t_N) &= \sum_{\tau=0 \dots t_N} \times \\
 & \times \left[\sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y+\Delta y, z) \in \Omega_3}} \alpha_{up} \Delta x \Delta z \Delta \tau (T(x, y, z, \tau) - T(x, y+\Delta y, z, \tau)) \Bigg|_{T(x, y, z, \tau) - T(x, y+\Delta y, z, \tau) > 0} + \right. \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y-\Delta y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x, y-\Delta y, z, \tau)) \Delta x \Delta z \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{ст}} + \frac{1}{\lambda_{\delta}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta y}{2}} \Bigg|_{T(x, y, z, \tau) - T(x, y-\Delta y, z, \tau) > 0} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x+\Delta x, y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x + \Delta x, y, z, \tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{б}}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Big|_{T(x, y, z, \tau) - T(x + \Delta x, y, z, \tau) > 0} + \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x - \Delta x, y, z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x - \Delta x, y, z, \tau)) \Delta y \Delta z \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{б}}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta x}{2}} \Big|_{T(x, y, z, \tau) - T(x - \Delta x, y, z, \tau) > 0} + \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y, z + \Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z + \Delta z, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{б}}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Big|_{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z + \Delta z, \tau) > 0} + \\
 & + \sum_{\substack{(x, y, z) \in \Omega_1 \\ (x, y, z - \Delta z) \in \Omega_2}} \frac{(T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta \tau}{\left(\frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{б}}(H(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau))} \right) \frac{\Delta z}{2}} \Big|_{T(x, y, z, \tau) - T(x, y, z - \Delta z, \tau) > 0} \Big] .
 \end{aligned} \tag{15}$$

Суммарная теплота, выделившаяся при гидратации цемента во всем объеме изделия на момент времени t_N :

$$Q_{\text{hidr.}}(t_N) = \sum_{\tau=0 \dots t_N} \sum_{(x, y, z) \in \Omega_1} \rho_c P_q(Q(x, y, z, \tau), T(x, y, z, \tau)) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta \tau, \tag{16}$$

где $P_q(Q, T)$ – удельная мощность тепловыделения при гидратации цемента, Вт/кг;

$Q(x, y, z, \tau)$ – удельная теплота, выделившаяся при гидратации цемента в точке с координатами (x, y, z) на момент времени τ ;

ρ_c – удельный расход цемента в расчете на 1 м³ бетона.

Определялась масса изделия

$$m_b = \sum_{(x, y, z) \in \Omega_1} \rho_b \Delta x \Delta y \Delta z \tag{17}$$

и средняя температура изделия при тепловой обработке в момент времени τ

$$T_{\text{mid}}(\tau) = \frac{1}{m_b} \sum_{(x, y, z) \in \Omega_1} T(x, y, z, \tau) \rho_b \Delta x \Delta y \Delta z. \tag{18}$$

Аккумулированная теплота представляет собой прирост энергии тепловых колебаний молекул и атомов бетона при нагревании всей его массы от температуры $T_{\text{mid}}(0)$ до $T_{\text{mid}}(\tau)$:

$$Q_{\text{acc}}(\tau) = c_b m_b (T_{\text{mid}}(\tau) - T_{\text{mid}}(0)), \tag{19}$$

где c_b – удельная теплоемкость бетона.

Согласно закону сохранения энергии, имеет место следующее уравнение теплового баланса:

$$Q_{acc}(\tau) = Q_{in}(\tau) - Q_{out}(\tau) + Q_{hidr}(\tau). \quad (20)$$

На основе компьютерной модели (13)–(20) был разработан метод и выполнены нестационарные расчеты подведенной (Q_{in}), рассеянной (Q_{out}), выделившейся (Q_{hidr}) и аккумулированной (Q_{acc}) тепловой энергии в процессе тепловой обработки для объектов № 1 и 1с.

Анализ результатов моделирования. На рис. 1, 2 представлены расчетные функции изменения энергетических характеристик для двух объектов

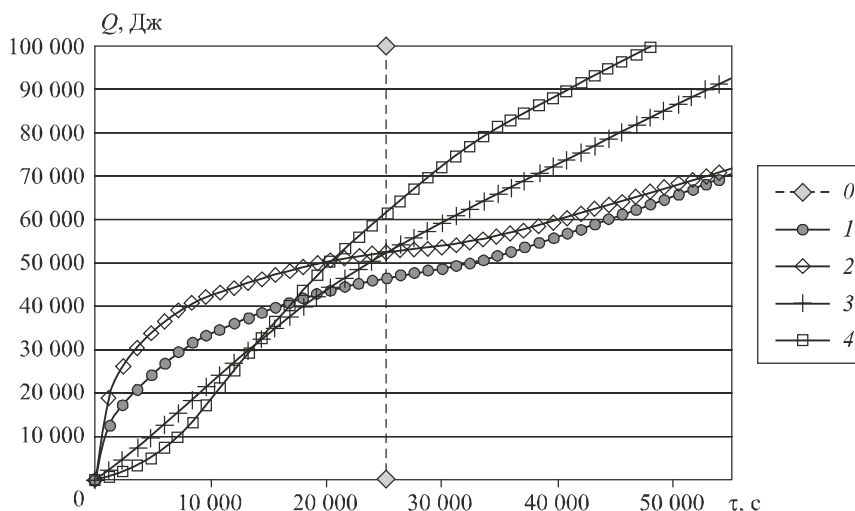


Рис. 1. Зависимость подведенной $Q_{in}(\tau)$ (кривые 1, 2) и рассеянной теплоты $Q_{out}(\tau)$ (кривые 3, 4) для двух видов бетонных изделий, подвергнутых тепловой обработке

1, 3 – изделие с пенополистиролом; 2, 4 – изделие без пенополистирола; 0 – время (графика) перехода температур из режима нагрева к режиму изотермической выдержки

№ 1с и 1, которые показывают различия в эволюции энергетических характеристик процесса гидратации от времени тепловой обработки. Из рис. 1 следует, что функция подведенной теплоты $Q_{in}(\tau)$ (кривые 1, 2) увеличивается от времени тепловой обработки для двух изделий. Бетонное изделие с пенополистиролом имеет более низкое потребление извне теплоты $Q_{in}(\tau)$, чем изделие без пенополистирола. Для объектов № 1с и 1 функция рассеянной теплоты $Q_{out}(\tau)$ (кривые 3, 4) увеличивается от времени тепловой обработки. Бетонное изделие с пенополистиролом по сравнению с изделием без пенополистирола на одном промежутке тепловой обработки имеет более высокие значения функции рассеянной теплоты $Q_{out}(\tau)$, а на другом промежутке времени ситуация изменяется, и эта функция для изделия без пенополистирола начинает увеличиваться по сравнению с изделием, имеющим слой пенополистирола.

Как видно из рис. 2, функция теплоты гидратации для двух видов изделий увеличивается от времени тепловой обработки. Бетонное изделие с пенополистиролом имеет более низкие значения функции выделившейся теплоты

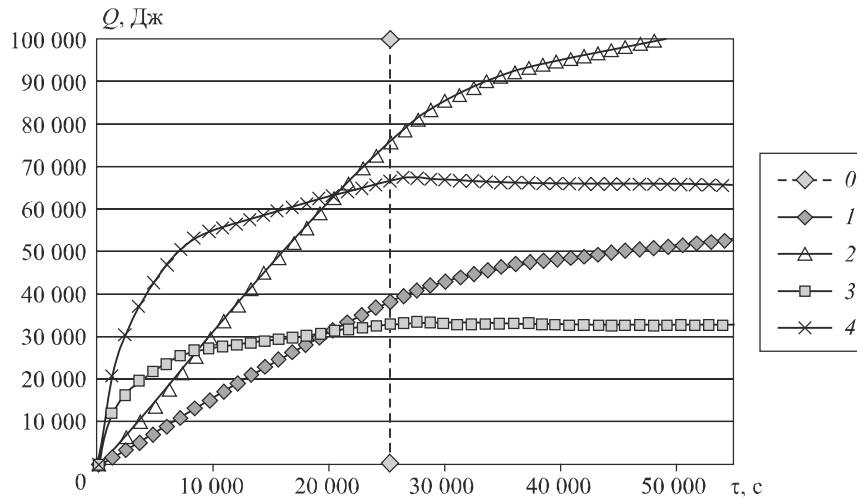


Рис. 2. Зависимость выделенной $Q_{hidr}(\tau)$ (кривые 1, 2) и рассеянной теплоты $Q_{acc}(\tau)$ (кривые 3, 4) для двух видов бетонных изделий, подвергнутых тепловой обработке

Усл. обознач. см. на рис. 1

гидратации $Q_{hidr}(\tau)$ по сравнению с изделием без пенополистирола на всем промежутке времени тепловой обработки, что соответствует физике процесса, так как в пенополистироле, который занимает определенный объем бетонного изделия, гидратация не происходит, а значит, нет выделений теплоты гидратации.

Функция аккумулированной теплоты $Q_{acc}(\tau)$ (рис. 2, кривые 3, 4) для двух типов изделий увеличивается от времени тепловой обработки. Бетонное изделие с пенополистиролом имеет более низкие значения функции аккумулированной теплоты $Q_{acc}(\tau)$ (кривые 3, 4) по сравнению с изделием без пенополистирола на всем промежутке тепловой обработки, что полностью согласуется с данными по теплоте гидратации (кривые 1, 2), вносящей положительный вклад в формирование значения энергетической характеристики $Q_{acc}(\tau)$.

Таким образом, предлагаемый метод расчета энергетических характеристик имеет высокую чувствительность к распределению материалов в бетонном изделии, что может быть использовано на этапах выбора тепловых режимов ускоренной гидратации в условиях промышленного производства для многослойной продукции.

Выводы. 1. Предложен метод численного расчета энергетических затрат при изготовлении трехслойного композитного изделия «бетон – пенополистирол – бетон» в зависимости от времени тепловой обработки на основе нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности, начальных и граничных условий. Показано, что с помощью теплофизических моделей с пространственно распределенными параметрами можно рассчитать энергетические характеристики, определяющие затраты теплоты на изготовление бетонных изделий с различной композиционной структурой.

2. Выполнены расчеты энергетических характеристик процесса изготовления трехслойных изделий, имеющих размеры $0,1 \times 0,1 \times 0,1$ м, включающих

последовательно располагающиеся слои бетона, пенополистирола и бетона, при заданном режиме подвода теплоты. Показано, что на различных этапах тепловой обработки включение в состав бетонной конструкции пенополистирола вносит существенные изменения в распределение во времени энергетических затрат, что необходимо учитывать при проектировании тепловых режимов функционирования теплотехнологических установок ускоренной гидратации на этапе разработки технологии изготовления композитных бетонных конструкций в промышленных условиях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Объещенко Г.А., Шифрин Е.И. Математическая модель гидратации цемента и эффективные режимы ТВО бетона // Бетон и железобетон. 1991. № 12. С. 9–11.
2. Громов Ю.Ю., Иванова О.Г., Лагутин А.В., Лутхон Т. Математическая модель твердения бетона в условиях тепловой обработки заводов ЖБИ // Вестн. ТГУ. 2001. Т. 6. Вып. 3. С. 344–345.
3. Фролов С.В., Лагутин А.В. Математическое моделирование процесса тепловлажностной обработки бетонных и железобетонных изделий // Инж.-физ. журн. 2002. Т. 75. № 3.
4. Федосов С.В., Мизонов В.Е., Баранцева Е.А., Грабарь Ю.Г., Новинский И.Н., Фоломеев Д.Ю. Моделирование прогрева стеновых панелей при термической обработке // Строит. материалы. 2007. № 2. С. 86–87.
5. Аксенчик К.В., Шестаков Н.И. Математическая модель внутреннего тепло- и массообмена в бетонных плитах, подвергаемых тепловлажностной обработке // Вестн. Черепов. гос. ун-та. 2008. № 4 (19). С. 143–146.
6. Соколов А.М. Научные основы процессов электротепловой обработки композиционных материалов в производстве конструкционного бетона: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Иваново, 2012. 38 с.
7. Подгорнов Н.И., Коротеев Д.Д. Математическая формулировка задачи определения температуры бетона при термообработке в гелиокамерах типа «горячего ящика» // Вестн. РУДН. Сер. Инж. исследования. 2014. № 1. С. 131–135.
8. Нияковский А.М., Романюк В.Н., Яцкевич Ю.В., Чичко А.Н. Повышение энергетической эффективности теплотехнологического оборудования на основе численного моделирования нестационарных процессов // Изв. вузов и энергетических объединений СНГ. Энергетика. 2019. № 2. С. 177–191.
9. Марьямов Н.Б. Тепловая обработка изделий на заводах сборного железобетона (процессы и установки). М.: Стройиздат, 1970. 272 с.
10. Аксенчик К.В. Совершенствование тепловой работы пропарочных камер для тепловлажностной обработки железобетонных изделий: автореф. дис. канд. техн. наук. Иваново, 2014. 20 с.
11. Ge Zh. Predicting temperature and strength development of the field concrete: Retrospective Theses and Dissertations [Electronic resource]. Iowa State University. 2005.
12. Красулина Л.В. Структурные и теплофизические свойства твердеющего бетона // Наука и техника. 2012. № 2. С. 29–34.

Нияковский Александр Мечиславович, ст. препод.; E-mail: a.m.niyakovski@pdu.by
Полоцкий государственный университет, г. Новополоцк, Республика Беларусь
Романюк Владимир Никанорович, д-р техн. наук, проф.; E-mail: rvn_bntu@mail.ru
Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Республика Беларусь

Чичко Александр Николаевич, д-р физ.-мат. наук, проф.; E-mail: chichko_a_n@mail.ru
Институт тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова Национальной академии наук
Беларуси, г. Минск, Республика Беларусь

Яцкевич Юрий Вячеславович, канд. техн. наук; E-mail: iskatel37@mail.ru
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
г. Минск, Республика Беларусь

Получено 12.02.19

Niyakovskiy Alexandr Mechislavovich, Senior Lecturer;
E-mail: a.m.niyakovski@pdu.by

Polotsk State University, Novopolotsk, Republic of Belarus

Romanyuk Vladimir Nikanorovich, DSc, Professor; E-mail: rvn_bntu@mail.ru
Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus

Chichko Alexandr Nikolaevich, DSc, Professor; E-mail: chichko_a_n@mail.ru
A.V. Lykau Institute of Heat and Mass Transfer of the National Academy of Sciences
of Belarus, Minsk, Republic of Belarus

Yatskevich Yuriy Vyacheslavovich, PhD; E-mail: iskatel37@mail.ru
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

NUMERICAL SIMULATION OF THE EVOLUTION OF THE ENERGY CHARACTERISTICS OF THE COMPOSITE CONCRETE PRODUCTS HEAT TREATMENT PROCESS

Described is a mathematical model that allows to calculate energy characteristics of the cement hydration process in the heat treatment of concrete products in thermal technical installations of accelerated hydration. Calculations of the hydration process energy characteristics for a multilayer composite “concrete- foam polystyrene-concrete” structure at a given mode of external heat supply to the treated product have been performed. On the basis of a non-stationary three-dimensional heat equation, taking into account the initial and boundary conditions of the process, a method of numerical calculation of heat costs depending on the time of heat treatment during the manufacturing of products with a foam polystyrene thermal insulation layer is proposed. It is established that the inclusion of foam polystyrene in the concrete structure makes a significant change in the distribution of energy expenses over time. It is shown that with the help of models with spatially distributed parameters, it is possible to perform calculations of energy characteristics that determine the expenditure of thermal energy for the manufacturing of multilayer concrete products of different composite structures, which is important in the design of heat treatment regimes, in particular, in the production of new designs of concrete products with complex geometry.

Key words: mathematical modeling, temperature field, unsteady heat equation, development of research methods, accelerated hydration of concrete, composite materials, energy saving, energy characteristics.

REFERENCES

1. Ob'yeshchenko G.A., Shifrin E.I. Matematicheskaya model' gidratatsii tsementa i effektivnyye rezhimy TVO betona [The mathematical model of cement hydration and effective modes of concrete heat treatment]. Beton i zhelezobeton [Concrete and reinforced concrete]. 1991. No. 12. Pp. 9–11. (in Russian)
2. Gromov Yu.Yu., Ivanova O.G., Lagutin A.V., Lutkhon T. Matematicheskaya model' tverdeniya betona v usloviyakh teplovoy obrabotki zavodov ZhBI [Mathematical model of concrete hardening in the conditions of heat treatment of concrete products plants]. Vestnik TGU [Tomsk State University Journal]. 2001. Vol. 6. Issue 3. Pp. 344–345. (in Russian)

3. Frolov S.V., Lagutin A.V. Matematicheskoye modelirovaniye protsessa teplovlazhnostnoy obrabotki betonnykh i zhelezobetonnykh izdeliy [Mathematical modeling of heat and moisture treatment of concrete and reinforced concrete products]. Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal [Journal of Engineering Physics and Thermophysics]. 2002. Vol. 75. No. 3. (in Russian)
4. Fedosov S.V., Mizonov V.E., Barantseva E.A., Grabar' Yu.G., Novinskiy I.N., Folomeyev D.Yu. Modelirovaniye progrena stenovykh paneley pri termicheskoy obrabotke [Simulation of heating of wall panels during heat treatment]. Stroitel'nyye materialy [Building materials]. 2007. No. 2. Pp. 86–87. (in Russian)
5. Aksenchik K.V., Shestakov N.I. Matematicheskaya model' vnutrennego teplo- i massoobmena v betonnykh plitakh, podvergayemykh teplovlazhnostnoy obrabotke [Mathematical model of internal heat and mass exchange in concrete slabs subjected to heat and moisture treatment]. Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta [Cherepovets State University Bulletin]. 2008. No. 4 (19). Pp. 143–146. (in Russian)
6. Sokolov A.M. Nauchnyye osnovy protsessov elektroteplovoy obrabotki kompozitsionnykh materialov v proizvodstve konstruktsionnogo betona: avtoref. dis. ... d-ra tekhn. nauk [Scientific basis of electrothermal processing of composite materials in the production of structural concrete: abs. diss. ... DSc]. Ivanovo, 2012. 38 p. (in Russian)
7. Podgornov N.I., Koroteyev D.D. Matematicheskaya formulirovka zadachi opredeleniya temperatury betona pri termoobrabotke v geliokamerakh tipa «goryachego yashchika» [Mathematical formulation of the problem of determining the temperature of concrete during heat treatment in solar chamber of the «hot box» type]. Vestnik RUDN. Seriya Inzhenernyye issledovaniya [RUDN Journal of Engineering Researches]. 2014. No. 1. Pp. 131–135. (in Russian)
8. Niyakovskiy A.M., Romanyuk V.N., Yatskevich Yu.V., Chichko A.N. Povyshenie energeticheskoy effektivnosti teplotekhnologicheskogo oborudovaniya na osnove chislennogo modelirovaniya nestatsionarnykh protsessov [Improving the energy efficiency of heat-technical equipment on the basis of numerical simulation of non-stationary processes]. Izvestiya vuzov i energeticheskikh ob'yedineniy SNG. Energetika [Proceedings of CIS higher education institutions and power engineering associations. Energetika]. 2019. No. 2. Pp. 177–191. (in Russian)
9. Mar'yamov N.B. Teplovaya obrabotka izdeliy na zavodakh sbornogo zhelezobetona (protsessy i ustanovki) [Heat Treatment of Products at the Plant of Precast Concrete]. Moscow, Stroyizdat, 1970. 272 p. (in Russian)
10. Aksenchik K.V. Sovershenstvovaniye teplovoy raboty proparochnykh kamer dlya teplovlazhnostnoy obrabotki zhelezobetonnykh izdeliy: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Improvement of the thermal operation of curing chambers for curing of concrete products: abs. diss. ... PhD]. Ivanovo, 2014. 20 p. (in Russian)
11. Ge Zh. Predicting temperature and strength development of the field concrete: Retrospective Theses and Dissertations [Electronic resource]. Iowa State University. 2005.
12. Krasulina L.V. Strukturnyye i teplofizicheskiye svoystva tverdeyushchego betona [Structural and thermophysical properties of hardening concrete]. Nauka i tekhnika [Science & Technique]. 2012. No. 2. Pp. 29–34. (in Russian)