

УДК 536.24:621.1.016.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛООБМЕНЕ

канд. техн. наук, доц. Э.И. ГОНЧАРОВ, Е.С. ДОБРОСОЛЬЦЕВА
(Полоцкий государственный университет)

Исследовано влияние параметров внешнего теплообмена на максимальную разность температур по сечению изделий и момента ее наступления в элементах тоской и цилиндрической формы для двух законов изменения нестационарного коэффициента теплообмена.

Знание кинетики тепловых процессов, протекающих в твердых телах, является необходимым при расчетах материалов на термическую и механическую прочность, при задании безопасных пределов изменения внешних параметров нагрева.

Проблема нагрева твердых тел в условиях нестационарного конвективного теплообмена сводится к необходимости исследования сопряженных задач. Однако при исследовании сопряженных задач нестационарного конвективного теплообмена встречаются столь существенные математические трудности, что наиболее рациональным направлением инженерного расчета этой проблемы является раздельное изучение внешней и внутренней задач.

Внешняя задача для большинства практических случаев может быть решена только экспериментальным путем, внутренняя задача при наличии известного закона изменения коэффициента теплообмена допускает аналитические или численные решения.

Температурные поля в твердых телах определяются путем решения системы дифференциальных уравнений нестационарной теплопроводности:

$$\frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta(X, Fo)}{\partial X^2} + \frac{K-1}{X} \cdot \frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta(1, Fo)}{\partial X} = Bi(Fo)[1 - \theta(1, Fo)]; \quad \frac{\partial \theta(0, Fo)}{\partial X} = 0; \quad \theta(X, 0) = \theta_0, \quad (2)$$

здесь X , θ – безразмерные координата и температура; Bi , Fo – критерии Био и Фурье соответственно; θ_0 – начальное значение безразмерной температуры; $K = 1, 2$ – коэффициент формы для неограниченной пластины и бесконечного цилиндра.

Приложение метода конечных разностей к расчету системы дифференциальных уравнений (1) – (2) позволяет записать конечно-разностные соотношения [1]:

а) для внутренних узлов сетки:

$$K = 1 \quad \theta_{n, Fo + \Delta Fo} = \theta_{n, Fo} + \frac{\Delta Fo}{\Delta X^2} \cdot (\theta_{n+1, Fo} - 2 \cdot \theta_{n, Fo} + \theta_{n-1, Fo}), \quad (3)$$

$$K = 2 \quad \theta_{n, Fo + \Delta Fo} = \theta_{n, Fo} + \frac{\Delta Fo}{\Delta X^2} \cdot \left[\left(1 + \frac{\Delta X}{2 \cdot X_i} \right) \cdot \theta_{n+1, Fo} - 2 \cdot \theta_{n, Fo} + \left(1 - \frac{\Delta X}{2 \cdot X_i} \right) \cdot \theta_{n-1, Fo} \right]; \quad (4)$$

б) на поверхности тел:

$$K = 1 \quad \theta_{нов, Fo + \Delta Fo} = \theta_{нов, Fo} + 2 \cdot \frac{\Delta Fo}{\Delta X^2} \cdot \left\{ \theta_{1, Fo} - \theta_{нов, Fo} + \Delta X \cdot Bi(Fo) [1 - \theta_{нов, Fo}] \right\}, \quad (5)$$

$$K = 2 \quad \theta_{нов, Fo + \Delta Fo} = \theta_{нов, Fo} + 2 \cdot \frac{\Delta Fo}{\Delta X^2} \cdot \left\{ \theta_{1, Fo} - \theta_{нов, Fo} + \Delta X \cdot \left(1 + \frac{\Delta X}{X_i} \right) \cdot Bi(Fo) [1 - \theta_{нов, Fo}] \right\}; \quad (6)$$

в) в центре тел:

$$K = 1 \quad \theta_{y, Fo + \Delta Fo} = \theta_{y, Fo} + 2 \cdot \frac{\Delta Fo}{\Delta X^2} \cdot (\theta_{y-1, Fo} - \theta_{y, Fo}), \quad (7)$$

$$K = 2 \quad \theta_{y, Fo + \Delta Fo} = \theta_{y, Fo} + 4 \cdot \frac{\Delta Fo}{\Delta X^2} \cdot (\theta_{y-1, Fo} - \theta_{y, Fo}). \quad (8)$$

Здесь $\Delta X, \Delta Fo$ – шаги по координате и времени.

Для обеспечения устойчивости численной схемы и сходимости метода конечных разностей было принято отношение шагов $\Delta Fo / \Delta X^2 = 0,25$. Половина толщины или радиуса изделия разделялась на 10 слоев ($\Delta X = 0,1$), поэтому $\Delta Fo = 0,0025$. Теплофизические характеристики при проведении расчетов принимались постоянными.

Расчеты проводились для двух законов изменения критерия Bi :

1) во времени – линейного:

$$Bi(Fo) = Bi_0 (1 + Pd Fo);$$

2) экспоненциального:

$$Bi(Fo) = Bi_0 \exp(-Pd Fo),$$

поскольку линейной и экспонентой можно аппроксимировать большинство законов изменения во времени коэффициента теплоотдачи.

Сознательно ограничиваясь рассмотрением только внутренней задачи как наиболее ответственной, с точки зрения безопасного температурного режима элементов конструкций, рассмотрим в качестве опорных показателей величину максимальной разности температур по сечению твердого тела $\Delta \theta_{max}$ и момент ее наступления Fo^* .

Величина максимальной разности температур по сечению и момент ее наступления являются исходными данными для расчета опасных температурных напряжений, возникающих в твердых телах.

В связи с трудностями непосредственного измерения этих параметров в эксплуатационных условиях появляется необходимость заранее иметь представление о величине $\Delta \theta_{max}$ и моменте ее наступления Fo^* .

Результаты, полученные с помощью численного интегрирования исходной системы (1) – (2), позволяют установить зависимости $\Delta \theta_{max}$ от критериев внешнего теплообмена: начального распределения температур θ_0 , нестационарного коэффициента теплоотдачи (критерии Bi_0 и Pd).

Анализ полученных результатов показал, что при нагреве изделий с переменным во времени коэффициентом конвективной теплоотдачи наблюдается линейная зависимость $\Delta \theta_{max}$ от начального распределения θ_0 . При этом значения $\Delta \theta_{max}$ увеличиваются с увеличением начального значения конвективного коэффициента теплоотдачи (критерия Bi_0), а изменение критерия Pd как при линейном, так и при экспоненциальном законе $Bi_0(Fo)$ не оказывает существенного влияния на максимальную разность температур по сечению изделия, особенно при $\theta_0 > 0,5$ (рис. 1).

Можно констатировать также, что при нагреве изделий при нестационарном коэффициенте теплообмена величина максимальной разности температур при прочих равных условиях не зависит от формы изделия. Поэтому рис. 1 можно использовать как для неограниченной пластины, так и для бесконечного цилиндра.

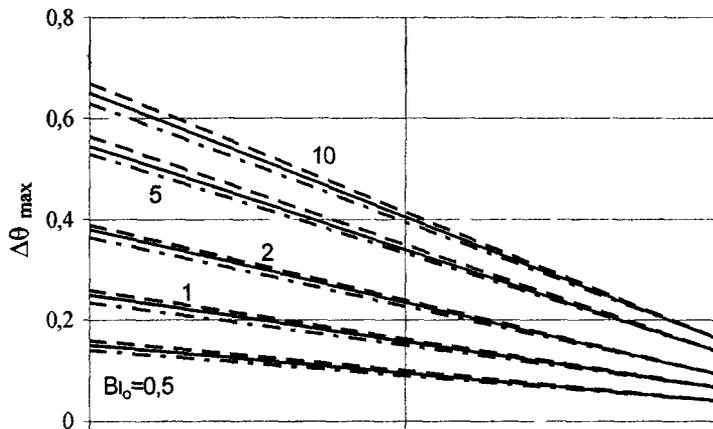


Рис 1 Изменение максимальной разности температур по сечению изделия

\cdots $Pd = 0,5 [Bi(Fo) = Bi_0 \exp(-Pd Fo)]$
 — $Pd = 0$
 $---$ $Pd = 0,5 [Bi(Fo) = Bi_0(1 + Pd Fo)]$

Зная величины критериев внешнего теплообмена, момент наступления максимальной разности температур по сечению изделий Fo^* определяем из рис 2 и 3

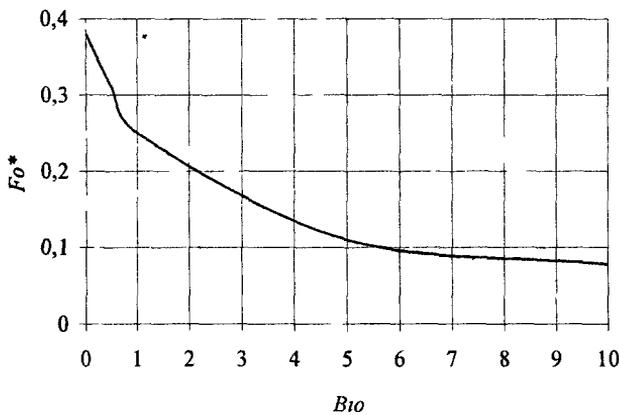


Рис 2 Зависимость момента наступления $\Delta\theta_{\max}$ для неограниченной пластины

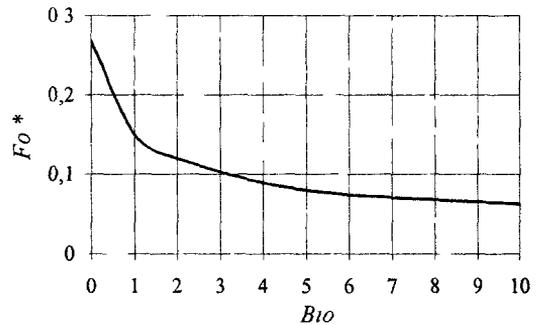


Рис 3 Зависимость наступления $\Delta\theta_{\max}$ от критериев внешнего теплообмена для бесконечного цилиндра

Исследование показало, что момент достижения $\Delta\theta_{\max}$ как для неограниченной пластины, так и для бесконечного цилиндра не зависит от изменения критериев Pd и θ_0 . Для тел разной геометрической формы момент достижения $\Delta\theta_{\max}$ неодинаков.

Так, для пластины он наступает при значениях $Fo = 0,18 - 0,32$, а для цилиндра – при $Fo = 0,12 - 0,2$ в пределах изменения критерия $Bi_0 = 0,5 - 2$. При изменении значений $2 < Bi_0 < 10$ момент достижения $\Delta\theta_{\max}$ наступает для пластины при $Fo = 0,08 - 0,18$, а для цилиндра – при $Fo = 0,06 - 0,12$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалов Э.З. Численные методы анализа - М.: Наука, 1983. - 400 с.