

ФИЗИКА

УДК 621.383

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА В ПЛОСКОМ ДИОДЕ В РЕЖИМЕ НАСЫЩЕНИЯ

д-р техн. наук, проф. В.А. ГРУЗДЕВ, О.Н. ПЕТРОВИЧ
(Полоцкий государственный университет)

Получено аналитическое выражение распределения потенциала в плоском вакуумном диоде при прохождении тока в режиме насыщения в приближении нулевой начальной скорости электронов, которое представляет собой обобщенный закон «степени трех вторых» с учетом ненулевого значения напряженности поля у катода.

Введение. Задача о распределении потенциала в плоском вакуумном диоде для режима ограничения тока объемным зарядом решена еще Ленгмюром и дополнена в работах [1-4]. Распределение потенциала в диоде в режиме насыщения практически не анализировалось. Однако к настоящему времени появился ряд электронных устройств, для которых решение этой задачи является актуальным. К ним, в частности, относятся плазменные источники электронов с эмиссией через одиночный канал, сечение которого значительно меньше площади ускоряющего электрода и расстояния между эмитерным и ускоряющим электродами, или плазменные источники электронов с сеточной стабилизацией эмитирующей поверхности плазмы. В этих устройствах закон Ленгмюра применим лишь для небольшого участка промежутка ускорения электронов, примыкающего к границе эмитирующей плазмы; а в остальной части промежутка ускорения распределение потенциала может существенно отличаться от этого закона вследствие больших значений ускоряющего напряжения и ограниченной эмиссионной способности. Поэтому токопрохождение в этой части промежутка соответствует режиму насыщения.

В подобных устройствах с повышенным рабочим давлением при значениях потенциала ускоряющего электрода, характерных для режима насыщения, описание «вакуумной» функции распределения потенциала линейной зависимостью или функцией, соответствующей закону «степени трех вторых», может привести к значительным ошибкам при анализе ионизационных процессов в ускоряющем промежутке. Корректная оценка «вакуумной» функции распределения потенциала необходима для анализа ее деформации, связанной с ионизацией газа в промежутке ускорения, а также для оценки перемещения эмитирующей поверхности плазмы, обусловленного этой деформацией. Эти процессы оказывают существенное влияние на временные и пространственные характеристики формирования и динамики вторичных плазменных образований в ускоряющем промежутке и, в конечном счете, на электронно-оптические свойства плазменных источников электронов и стабильность параметров электронного пучка.

Полученные результаты могут найти практическое применение не только в теории плазменных источников электронов, но и в теории электрического пробоя двухэлектродного промежутка, которая в настоящее время основывается либо на условиях в ленгмюровском диоде, либо на линейном распределении потенциала в плоском диоде, а также при анализе поля в других электронных устройствах, работающих в рассмотренном режиме насыщения.

Для упрощения анализа функции распределения потенциала в режиме насыщения было сделано допущение, что начальная скорость эмитируемых электронов равна нулю.

Аналитическое решение. Для плоского вакуумного диода с неподвижными электродами можно записать систему уравнений:

- Пуассона, $\Delta\varphi = |\rho_e|/\varepsilon_0$, где уже учтен знак электронного объемного заряда;
- непрерывности, $\text{div} j = 0$, из которого следует, что j – константа, равная плотности тока эмиссии j_s ;
- сохранения энергии, $m_e v_e^2(x)/2 = e(\varphi(x) - \varphi(0))$.

При определении функции распределения потенциала в диодном промежутке в режиме насыщения $\varphi_{\text{нас}}(x)$ учитываем, что плотность тока эмиссии j_s ограничена ($j_s \neq \infty$).

Поскольку (как допущено) электроны покидают эмиттер с нулевыми скоростями, токопрохождение в плоском диоде возможно, когда $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)\Big|_{x=0} \geq 0$.

Так как плотность тока эмиссии ограничена, то условие $\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)_{|x=0} > 0$ соответствует работе диода в режиме насыщения, когда потенциал анода φ_y (ускоряющего электрода) относительно эмиттерного электрода больше значения, следующего из закона «степени трех вторых», т.е.

$$\varphi_y > \left(\frac{9}{4} \sqrt{\frac{m_e j_s^2}{2e \varepsilon_0^2}} d^2 \right)^{2/3}.$$

Таким образом, систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{d^2 \varphi_{нас}}{dx^2} = \frac{|\rho_e|}{\varepsilon_0} \\ |\rho_e| = \frac{|j_e|}{v_e} \\ \frac{m_e v_e^2(x)}{2} = e(\varphi_{нас}(x) - \varphi_{нас}(0)) \end{cases} \quad (1)$$

решаем с граничными условиями $\varphi_{нас}|_{x=0} = 0$ и $\varphi_{нас}|_{x=d} = \varphi_y$ при заданных значениях j_s , d , $\varphi_y > \varphi_{3/2}$;

$$\varphi_{3/2} = \left(\frac{9}{4} \sqrt{\frac{m_e j_s^2}{2e \varepsilon_0^2}} d^2 \right)^{2/3}.$$

Здесь $\varphi_{нас} = \varphi_{нас}(x)$ – значение потенциала в точке с координатой x ; $|\rho_e|$ – модуль объемного электронного заряда в точке x ; ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, m_e и e – соответственно масса и модуль заряда электрона; $v_e(x)$ – скорость электронов в точке x (координата $x = 0$ соответствует положению эмиттера; $x = d$ – положению анода, где d – межэлектродное расстояние).

Из системы (1) имеем

$$\frac{d^2 \varphi_{нас}}{dx^2} = \frac{C}{\sqrt{\varphi_{нас}(x)}}, \quad (2)$$

где $C = \frac{|j_s|}{\varepsilon_0} \sqrt{\frac{m_e}{2e}}.$

Умножая обе части этого уравнения на $2 \frac{d\varphi_{нас}}{dx}$ и интегрируя, получим

$$\left(\frac{d\varphi_{нас}}{dx} \right)^2 = 4C \varphi_{нас}^{1/2} + C_1. \quad (3)$$

Разделяя переменные и учитывая, что плотность тока эмиссии ограничена, т.е. $\left(\frac{d\varphi_{нас}}{dx}\right)_{|x=0} > 0$, получаем

$$\frac{d\varphi_{нас}}{\sqrt{4C \varphi_{нас}^{1/2} + C_1}} = dx. \quad (4)$$

Граничное условие $\varphi_{нас}|_{x=0} = 0$ определяет физический смысл константы:

$$C_1 = \left(\left(\frac{d\varphi_{нас}}{dx} \right)_{|x=0} \right)^2.$$

Интегрируя с учетом табличного интеграла, получим

$$\frac{4}{3} \frac{4C\varphi_{нас}^{1/2} - 2C_1}{16C^2} \sqrt{4C\varphi_{нас}^{1/2} + C_1} = x + C_2. \quad (5)$$

Константу C_2 определим из граничного условия $\varphi_{нас}|_{x=0} = 0$, и возведем в квадрат полученное выражение. Тогда окончательно имеем

$$4 \sqrt{\frac{m_e j_3^2}{2e \varepsilon_0^2} \varphi_{нас}^{3/2} - 3C_1 \varphi_{нас}} = 9 \frac{m_e j_3^2}{2e \varepsilon_0^2} x^2 + 3x C_1 \sqrt{C_1}, \quad (6)$$

где C_1 находится из граничного условия $\varphi_{нас}|_{x=d} = \varphi_y$.

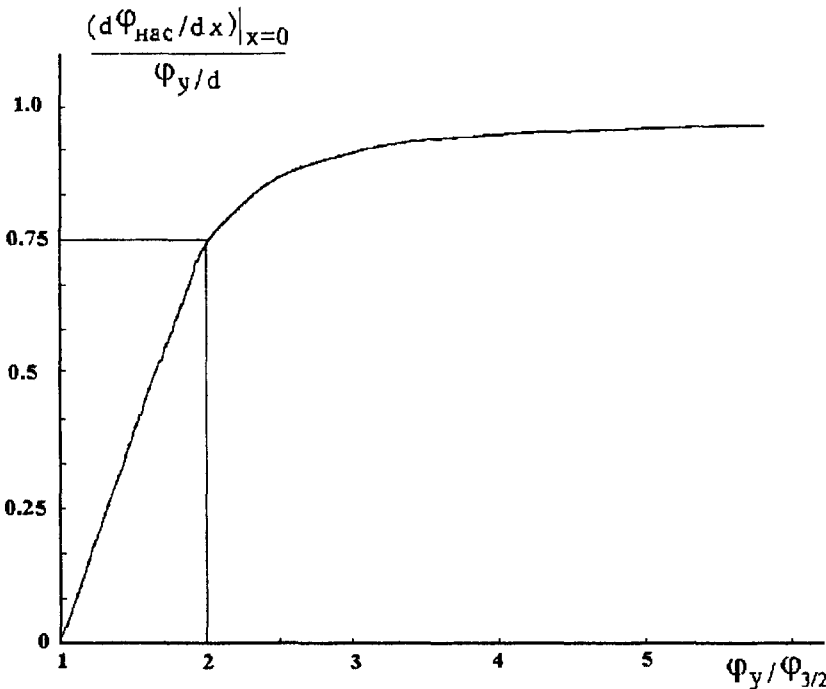
При $C_1 = 0$ уравнение (6) дает известное выражение для закона «степени трех вторых».

Для нахождения распределения потенциала в плоском диоде, работающем в режиме насыщения, была написана программа на языке Фортран, с помощью которой вычисляется C_1 как корни уравнения:

$$3\varphi_y C_1 + 3d C_1 \sqrt{C_1} = 4 \sqrt{\frac{m_e j_3^2}{2e \varepsilon_0^2} \varphi_y^{3/2} - 9 \frac{m_e j_3^2}{2e \varepsilon_0^2} d^2}. \quad (7)$$

Затем, как корни уравнения (6) при каждом значении C_1 , вычисляется потенциал $\varphi_{нас}(x)$ в заданной точке с координатой x . Из всех решений выбиралось (исходя из физических соображений) одно распределение потенциала, которое представляло собой монотонно возрастающую функцию от $\varphi_{нас} = 0$ на эмиттере до $\varphi_{нас} = \varphi_y$ на аноде.

Зависимость отношения модуля напряженности поля у эмиттера при токопрохождении в режиме насыщения к модулю напряженности поля, создаваемого системой электродов, от коэффициента перенапряжения $\varphi_y / \varphi_{3/2}$ представлена на рисунке.



Зависимость отношения модуля напряженности поля у эмиттера при токопрохождении в режиме насыщения к модулю напряженности поля, создаваемого системой электродов, $\frac{(d\varphi_{нас}/dx)|_{x=0}}{\varphi_y/d}$ от коэффициента перенапряжения $\varphi_y / \varphi_{3/2}$

Результаты аналитического и численного моделирования. Для численного моделирования задачи о распределении потенциала в вакуумном плоском диоде с бесконечными неподвижными электродами система (1) решалась методом конечных разностей.

Результаты аналитического и численного решения показали, что функция распределения потенциала $\varphi_{\text{нас}}(x)$ при токопрохождении в плоском вакуумном диоде, работающем в режиме насыщения, когда плотность тока эмиссии ограничена, а ускоряющее напряжение превышает значение, соответствующее закону «степени трех вторых», заключена в области, ограниченной линейной функцией $\varphi_{\text{лин}}(x) = a_1 x$ и зависимостью $\varphi_{3/2}(x) = a_2 x^{4/3}$

$$\varphi_{3/2}(x) < \varphi_{\text{нас}}(x) < \varphi_{\text{лин}}(x),$$

что говорит о достоверности полученного решения $\varphi_{\text{нас}}(x)$.

В результате аналитического и численного моделирования определена зависимость отношения модуля напряженности поля у катода при токопрохождении в режиме насыщения к модулю напряженности поля, создаваемого системой электродов, от коэффициента перенапряжения. Из анализа зависимости (см. рис. 1) следует, что значение напряженности поля у катода практически не отличается от напряженности «сухого» поля только в тех случаях, когда коэффициент перенапряжения имеет значение не меньше 5 и различие в функциях распределения потенциала не превышает 5 %. Поэтому аппроксимация «вакуумной» функции $\varphi_{\text{нас}}(x)$ указанными зависимостями может приводить к заметным ошибкам при анализе в диоде ионизационных процессов и явлений, возникающих вследствие ионизации, которые имеют место при повышенном давлении в промежутке.

Только в двух предельных случаях такая аппроксимация может быть допустима:

1) когда коэффициент перенапряжения имеет достаточно большое значение (более 5), «вакуумная» функция $\varphi_{\text{нас}}(x)$ стремится к линейной зависимости, и можно считать, что $\varphi_{\text{нас}}(x) \approx \varphi_{\text{лин}}(x)$. Другими словами, данный случай реализуется при значениях плотности эмиссионного тока, значительно меньших плотности тока эмиссии, требуемой при токопрохождении в плоском диоде в Ленгмюровском режиме;

2) если коэффициент перенапряжения близок к единице, то можно полагать, что $\varphi_{\text{нас}}(x) \approx \varphi_{3/2}(x)$.

При промежуточных значениях коэффициента перенапряжения для описания функции распределения потенциала следует использовать полученное выражение (6), которое представляет собой обобщенный закон «степени трех вторых» для плоского диода с учетом ненулевого значения напряженности поля у катода.

Для выявления качественных и количественных различий в деформации «вакуумной» функции распределения потенциала, обусловленной ионизационными процессами в плоском диоде, были проанализированы результаты этой деформации для функции распределения потенциала, рассчитанной по формуле (6), и функции, соответствующей «закону степени трех вторых». Для уменьшения времени счета программ значение давления выбиралось 1 мм рт. ст.

Так, для значений потенциала анода, порядка единиц киловольт, что характерно для плазменных переключателей, $\varphi_y = 1000$ В ($j = 3 \cdot 10^4$ А/м² и межэлектродное расстояние, соответствующее «закону степени трех вторых» – $d = 0.166 \cdot 10^{-2}$ м) деформация «вакуумной» функции распределения потенциала за время $t = 0.276 \cdot 10^{-6}$ с имеет вид функции с максимумом, расположенным около анода. При работе этого диода в режиме насыщения с коэффициентами перенапряжения $\varphi_y / \varphi_{3/2}$, имеющими значения 2 и 3, за то же время деформация «вакуумной» функции имеет монотонный вид.

Различаются также и временные характеристики процесса деформации. Для $\varphi_y = 1000$ В ($j = 3 \cdot 10^4$ А/м², $d = 0.166 \cdot 10^{-2}$ м) – «вакуумное» распределение соответствует «закону степени трех вторых» – время образования максимума на функции деформированного распределения потенциала приблизительно в 2 раза больше времени достижения максимума для «вакуумной» функции с коэффициентом перенапряжения, равным 2 ($\varphi_y = 1000$ В, $j = 3 \cdot 10^4$ А/м², $d = 0.989 \cdot 10^{-3}$ м).

При напряжениях анода, порядка десятков киловольт, что имеет место в ускоряющем промежутке плазменных источников электронов, деформация функции «вакуумного» распределения потенциала не приводит к образованию функции с максимумом. Однако для $\varphi_y = 30$ кВ ($j = 3 \cdot 10^4$ А/м² и межэлектродное расстояние, соответствующее «закону степени трех вторых» – $d = 0.231 \cdot 10^{-1}$ м) деформация «вакуумной» функции распределения потенциала около катода значительна, что приводит либо к смещению эмиттирующей поверхности плазмы в источниках с эмиссионным каналом, либо к повышению значения напряженности поля у сетки в плазменных источниках электронов с сеточной стабилизацией плазменной границы. Для $\varphi_y = 30$ кВ, $j = 3 \cdot 10^4$ А/м² и $d = 0.15 \cdot 10^{-1}$ м (коэффициент перенапряжения имеет значение 1.5)

деформация «вакуумной» функции распределения потенциала вблизи катода незначительна и смещением границы первичной плазмы либо изменением напряженности поля у сетки в этом случае можно пренебречь.

Таким образом, как и предполагалось, некорректное описание «вакуумной» функции распределения потенциала (для значений коэффициента перенапряжения, лежащих в области $2 < \varphi_y / \varphi_{3/2} < 5$) приводит к различным качественным и количественным результатам ее деформации, вызванной ионизацией остаточного газа в диодном промежутке.

Выводы

1. Получено аналитическое выражение для распределения потенциала в плоском диоде, работающем в режиме насыщения, которое представляет собой обобщенный закон «степени трех вторых» с учетом ненулевого значения напряженности поля у катода.

2. Установлено, что «вакуумная» функция распределения потенциала в плоском диоде стремится к линейной зависимости только при значениях коэффициента перенапряжения $\varphi_y / \varphi_{3/2} > 5$.

3. Анализ результатов деформации функции распределения потенциала, обусловленной ионизационными процессами в диодном промежутке, показал, что некорректное описание «вакуумной» функции при значениях коэффициента перенапряжения $2 < \varphi_y / \varphi_{3/2} < 5$ приводит к качественным и количественным различиям в характеристиках процесса деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Компенсация объемного заряда в плоском газонаполненном диоде. Численное исследование / В.А. Гордин, Я.И. Лондер, И.О. Сибиряк, К.Н. Ульянов // Радиотехника и электроника. - 1984. - № 4. - С. 774 - 780.
2. Пирогов Ю.А. Точное решение уравнения Пуассона для релятивистских потоков заряженных частиц // Вестник Моск. ун-та. Сер. Физика. Астрономия. - 1978. - Т. 19, № 1. - С. 124 - 125.
3. Бахрах Л.Э. К теории плоского диода // Журнал технической физики. - 1976. - Т. 46, № 7. - С. 1569 - 1571.
4. Влияние объемного заряда электронов, многократно отраженных от анода, на ток плоского диода / А.В. Кириков, В.В. Рыжов, И.Ю. Турчановский, В.И. Беспалов // Письма в Журнал технической физики. - 2001. - Т. 27, № 6. - С. 13-18.