

УДК 532.613.5:519.711.3

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА
В КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ ПРИ МИКРОВОЛНОВОМ НАГРЕВЕ****д-р физ.-мат. наук Н.Н. ГРИНЧИК***(Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАНБ, г. Минск),***д-р техн. наук, проф. С.П. КУНДАС***(Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск),***канд. техн. наук, доц. Ю.Г. ГРОЗБЕРГ, А.Л. АДАМОВИЧ***(Полоцкий государственный университет)*

Предложена модель нестационарных процессов тепломассопереноса в капиллярных средах с учетом взаимного влияния давлений пара, жидкости, температуры на интенсивность массообмена между фазами. Проведены численные эксперименты тепловлагоденоса в древесине в случае конвективного и микроволнового источника для образца с изолированными границами. Проанализированы результаты моделирования, иллюстрирующие эволюцию полей влагосодержания, давления пара и температуры.

Введение. Воздействие электромагнитного поля микроволнового диапазона широко используется для сушки материалов [1 - 5]. В некоторых случаях микроволновая сушка материалов приводит к значительному снижению энергозатрат, улучшению свойств готового продукта.

Расхождения в теориях сорбции, двухфазной фильтрации и собственно сушки для описания одного и того же процесса взаимосвязанного тепломассопереноса в пористых средах имеют принципиальный характер. Главный недостаток указанных теорий состоит в том, что в не полной мере учитываются взаимосвязь различных механизмов переноса влаги и влияние поверхностных явлений.

В настоящее время распространен метод теоретического описания процессов сушки на основе работ А.В. Лыкова [6, 7]. В его работах для объяснения скачка влагосодержания на границе соприкосновения двух пористых тел вводится понятие потенциала переноса влаги. Введение потенциала влагопереноса в свою очередь требует определения ряда специфических коэффициентов массопереноса: влагопроводности, термовлагопроводности, изотермической массы емкости, критерия фазового перехода, данные о которых имеются для ограниченного класса материалов. Кроме того, мало исследован вопрос влияния микроволнового поля, например, на критерий фазового перехода и коэффициент термовлагопроводности. Отметим, что, согласно классической теории А.В. Лыкова, для моделирования указанных задач требуется задание коэффициента «термовлагопроводности» и «критерия фазового перехода s », который определяется как $\varepsilon = |\bar{q}_n| / (|\bar{q}_n| + |\bar{q}_{*n}|)$, в случае микроволнового нагрева неизвестен. Использование классической теории двухфазной фильтрации [1 - 5] без учета термодинамики поверхностных явлений также не позволяет моделировать явления термовлагопроводности при наличии микроволнового нагрева.

В теории сорбции для описания процессов переноса в жидкой и газовой фазах ограничиваются рассмотрением «основного уравнения динамики сорбции» – фактически уравнения диффузии с источником сорбируемого вещества. Для больших концентраций, например, при расчете процессов сушки, использование теории сорбции вызывает затруднение, так как в этом случае необходимо учитывать движение обеих фаз, зависимость коэффициентов переноса от насыщенности фазами.

Анализ экспериментальных методов получения функции Леверетта [8] – капиллярной пропитки, ртутной и эталонной порометрии [9] – показал, что указанные методы сложно использовать для получения неизотермических зависимостей $J(\Theta_{*ж}, T)$, где $\Theta_{*ж}$ – насыщенность пористой среды жидкой фазой; T – температура. Кроме того, даже представив, что нам известна данная неизотермическая функция, мы не сможем задать граничные условия при изменении «климатических» факторов, так как в функцию Ле-

не сможем задать граничные условия при изменении «климатических» факторов, так как в функцию Леверетта не входит давление пара; не сможем определить теплоту сорбции или десорбции, потому что для ее определения нет замыкающих соотношений. Объемный микроволновый нагрев также может сказываться на функции Леверетта, однако этот вопрос мало изучен.

Цель настоящей работы - на основании существующей модели тепломассопереноса, законов фильтрации построить замкнутую математическую модель неізотермического влагопереноса пористых сред применительно к нагреву влажных капиллярно-пористых материалов мощным микроволновым полем.

Математическая модель. При построении модели используем допущение о справедливости выполнения гипотезы локального термодинамического равновесия в элементарном макрообъеме пористого тела. Неравновесный процесс сушки в этом случае необходимо понимать как квазиравновесный процесс.

Отметим, что гипотеза локального термодинамического равновесия использовалась в теории сушки А.В. Лыкова при определении потенциалов массопереноса, коэффициента термовлагопроводности, в теории сорбции при определении интенсивности массообмена между фазами, в теории двухфазной фильтрации при определении функции Леверетта. Более подробно данное положение рассмотрено и обосновано в работе [10].

В условиях динамического равновесия между жидкостью и паром химические потенциалы жидкой $\mu_{ж}$ и паровой μ_n фазы должны быть равны

$$\mu_{ж}(P_{ж}, T) = \mu_n(P_n, T), \quad (1)$$

а давление жидкости $P_{ж}$ определяется внутрипоровым давлением пара P_n по формуле Кельвина:

$$P_{ж} = P_{sat}(T) + \frac{RT}{\nu'_{ж}} \ln \frac{P_n}{P_{sat}(T)}, \quad (2)$$

где P_{sat} – давление насыщенного водяного пара, Па; R – универсальная газовая постоянная; $\nu'_{ж}$ – молярный объем жидкости, м³/моль.

Обычно нам известны изотермы сорбции (десорбции): $u_e = u_e(\varphi, T)$,

где u_e – равновесное влагосодержание; $\varphi = P_n/P_{sat}$ – относительная влажность.

Зная $P_{sat}(T)$, изотерму представим в виде

$$u_e = u_e(P_n, T). \quad (3)$$

Из (3) выразим P_n с помощью обратной функции:

$$P_n = f(u_e, T). \quad (4)$$

Следовательно, принимая во внимание (4), формулу (2) запишем в виде

$$P_{ж} = P_{sat}(T) + \frac{RT}{\nu'_{ж}} \ln \frac{f(u_{ж}, T)}{P_{sat}(T)}, \quad (5)$$

где $u_{ж}$ – влагосодержание в единицах массовой плотности, кг/кг.

Экспериментальные зависимости изотерм сорбции (десорбции) от температуры (полистеры сорбции) таковы, что при изменении температуры меняется и давление жидкости, что приводит к эффектам термовлагопроводности.

Верхний предел применимости (5) связан со сложностью получения изотерм сорбции (десорбции) при $\varphi \rightarrow 1$. Нижний предел применимости (5) обусловлен взаимодействием молекул пара со стенками капилляра, тем не менее формула Кельвина (2) широко используется для определения характеристик микропор, хотя и получена для случая макропористой структуры, когда химический потенциал пара соответствует химическому потенциалу идеального газа, а влияние стенок капилляра можно не учитывать. При выполнении гипотезы локального термодинамического равновесия, когда фазы проходят в неравновесном процессе через множество равновесных состояний, для интенсивности фазовых превращений I , кг/(м³с), имеем

$$I = \rho_s \frac{\partial u_{жс}}{\partial t} = \rho_s \left[\left(\frac{\partial u_{жс}}{\partial P_n} \right)_T \frac{\partial P_n}{\partial t} + \left(\frac{\partial u_{жс}}{\partial T} \right)_{P_n} \frac{\partial T}{\partial t} \right], \quad (6)$$

где ρ_s – плотность сухой пористой среды, кг/м³.

Дифференцируя условия равновесия (1) по температуре, получаем известное соотношение Клапейрона – Клаузиуса для удельной теплоты сорбции (десорбции) L , Дж/кг:

$$L = \frac{RT^2}{\nu_{ж}^n} \left(\frac{\partial \ln P_n}{\partial T} \right)_{u_s}$$

или, используя (4):

$$L = \frac{RT^2}{\nu_{ж}^n} \left(\frac{\partial \ln f(u_s T)}{\partial T} \right)_{u_s}, \quad (7)$$

где $\nu_{ж}^n$ – молярная масса жидкости, кг/моль.

Таким образом, знание изотерм сорбции нам необходимо для определения интенсивности массообмена между фазами, зависимости капиллярного давления жидкости от влагосодержания и удельной теплоты сорбции [10].

Рассмотрим недеформируемые капиллярно-пористые среды, в которых выполняется гипотеза локального термодинамического равновесия между фазами, когда неравновесный процесс сушки можно понимать как квазиравновесный процесс и справедливы соотношения Кельвина, Клапейрона - Клаузиуса, известны экспериментальные изотермы сорбции (десорбции) влажного материала. В этом случае системе дифференциальных уравнений в частных производных для медленных процессов, когда можно пренебречь изменениями давления, удельного объема газа, переносом тепла за счет молярного переноса жидкости и работой поверхностных сил, можно представить:

- уравнением энергии:

$$\left[(1-m)C_{ps}\rho_s + m(\Theta_n\rho_n C_{pn} + \Theta_{ж}\rho_{ж} C_{p,ж}) \right] \frac{\partial T}{\partial \tau} = \nabla(\lambda \nabla T) + L \cdot I + Q, \quad (8)$$

где m – пористость среды; C_{ps} , C_{pn} и $C_{p,ж}$ – теплоемкости сухого материала, пара и жидкости соответственно, Дж/(кгК); ρ_n и $\rho_{ж}$ – плотности пара и жидкости, кг/м³; Θ_n – насыщенность пористой среды паром; λ – коэффициент теплопроводности материала, Вт/(мК); Q – дополнительное тепловыделение вследствие микроволнового нагрева, Вт/м³;

- уравнением переноса жидкости:

$$\frac{\partial W_{ж}}{\partial t} = \nabla \rho_{ж} \left(\frac{k k_{r,ж}}{\eta_{ж}} \nabla P_{ж} \right) - I, \quad (9)$$

где $W_{ж} = \rho_s u_{ж}$ – влагосодержание в единицах объемной плотности, кг/м³; k – проницаемость среды, м²; $k_{r,ж}$ – относительная фазовая проницаемость жидкости, м²; $\eta_{ж}$ – коэффициент динамической вязкости жидкости, Па·с;

- уравнением переноса пара:

$$m \frac{\partial (\rho_n \Theta_n)}{\partial t} = \nabla \rho_n \left(\frac{k k_m}{\eta_n} \nabla P_n \right) + I, \quad (10)$$

где k_m – относительная фазовая проницаемость пара, м²;

- изотермой сорбции (десорбции) и выражением для давления пара через обратную функцию:

$$P_n = f(u_{ж}, T). \quad (11)$$

В качестве замыкающих соотношений используем:

- зависимости давления насыщенного пара жидкости от температуры:

$$P_{sat} = f(T); \quad (12)$$

- зависимость давления жидкости от влагосодержания и температуры (5);

- выражения для удельной теплоты фазового перехода (7) и интенсивности массообмена между фазами (6).

– уравнение состояния идеального газа (пара):

$$\rho_n = \frac{\nu_n P_n}{RT}, \quad (13)$$

где ν_n – молярная масса пара, кг/моль.

Следует отметить, что в отличие от классических уравнений двухфазной фильтрации в предлагаемой системе уравнений (8) – (10) для определения зависимости давления от влагосодержания и температуры нет необходимости экспериментально определять функцию Леверетта.

Моделирование неизоэнтальпического теплопереноса в образце с изолированными границами. Рассмотрим 2 случая нагрева: 1) нагрев образца повышенной температурой на одной границе и 2) микроволновый нагрев. В обоих случаях требуется найти динамику распределения влаги, давления пара и температуры в образце с течением времени.

Градиент температуры между границами. Образец древесины толщиной $R = 0.06$ м помещается в непроницаемую для пара и влаги оболочку. В области $x < 0$ поддерживается повышенная температура $T_c|_{x<0} = 330$ К, а в области $x > R$ $T_c|_{x>R} = 300$ К. Коэффициент теплообмена с окружающей средой $\alpha = 30$ Вт/(м²К). Расчеты проводились для древесины с изотермой десорбции вида [11]:

$$u_c(\varphi, T) = 10.6^\varphi (3.27 - 0.015(T - 273)) / 100. \quad (14)$$

В начальный момент времени при $t = 0$ начальное влагосодержание древесины $u_0 = 0.3$ кг/кг, температура $T_0 = 300$ К, внутрипоровое давление пара, определенное по изотерме сорбции $P_{n0} = 3791$ Па при пористости $m = 0.5$, проницаемость древесины вдоль волокон $k = 10^{-14}$ м², плотность сухой древесины $\rho_s = 470$ кг/м³. Относительные фазовые проницаемости жидкости и пара рассчитывались с некоторым приближением по формуле С.В. Аверьянова:

$$k_{rж} = \left(\frac{u - u_{\min}}{u_{\max} - u_{\min}} \right)^3, \quad k_m = \left(\frac{u_{\max} - u}{u_{\max} - u_{\min}} \right)^3,$$

где $u_{\max} = 1$; $u_{\min} = 0.1$.

В данном случае u_{\min} соответствует предельному влагосодержанию, когда жидкость при меньшем влагосодержании находится в связанном, неподвижном состоянии.

В одномерном случае уравнения переноса жидкости, пара и энергии имеют вид:

$$\rho_s \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \rho_{ж} \left(\frac{kk_{rж}}{\eta_{ж}} \right) \frac{\partial P_{ж}}{\partial x} - I = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m \rho_n \Theta_n) - \frac{\partial}{\partial x} \rho_n \left(\frac{kk_m}{\eta_n} \right) \frac{\partial P_n}{\partial x} + I = 0, \quad (16)$$

$$(\rho C_p)_{эфф} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - L \cdot I = 0. \quad (17)$$

Определяя из изотермы (14) в явном виде давление пара и используя формулы Клапейрона и Кельвина, получим выражения для давления жидкости и теплоты сорбции в функции влагосодержания и температуры:

$$P_{ж}(u, T) = \frac{RT}{\nu'_{ж}} \ln \left(0.4257 \ln \left(\frac{-6666.7u_{ж}}{T - 491} \right) \right), \quad (18)$$

$$L(u, T) = \frac{RT^2}{\nu'_{ж}} \left(\frac{1}{(491 - T) \ln(6666.7u_{ж}/(491 - T))} + \frac{15}{T} \right).$$

Краевые условия:

$$t = 0: \quad T(x, 0) = T_0, \quad P_n(x, 0) = P_{n0}, \quad u(x, 0) = u_0, \quad (19)$$

$$\rho_{жс} \left(\frac{kk_{жс}}{\eta_{жс}} \right) \frac{\partial P_{жс}}{\partial x} \Big|_{x=0}^{x=R} = \rho_n \left(\frac{kk_m}{\eta_n} \right) \frac{\partial P_n}{\partial x}, \quad (20)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha(T_c^{x<0} - T), \quad (21)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=R} = \alpha(T_c^{x>R} - T). \quad (22)$$

Коэффициенты теплопроводности и эффективной теплоемкости определялись по эмпирическим зависимостям [4, 11]:

$$\lambda = 0.00222u(T - 273) + 10^{0.2951 \log(100u) - 1.022},$$

$$(\rho C_p)_{эфф} = \rho_s (4185u + 4.85T - 211).$$

Микроволновый нагрев. Электромагнитная волна падает перпендикулярно на пластину из древесины толщиной $R = 0.06\text{ м}$ в направлении волокон, а вектор напряженности электрического поля E параллелен поверхности.

На поверхность образца действует электромагнитное поле с круговой частотой $\omega = 15.4\text{ ГГц}$ ($f = 2.45\text{ ГГц}$), напряженностью $E_0 = 1800\text{ В/м}$, комплексная диэлектрическая проницаемость ε^* древесины является функцией температуры и влагосодержания, и определялась по формулам [4]:

$$\varepsilon'' = 9.7 + 9.2u_{жс} - 0.056T - 0.17u_{жс}^2 + 0.0000826T^2 - 0.0183u_{жс}T,$$

$$\varepsilon' = -17.2 - 48.6u_{жс} + 0.1145T + 12.8u_{жс}^2 - 0.00017T^2 + 0.19u_{жс}T.$$

Температура в камере $T_c = 300\text{ К}$.

Распределение электромагнитного поля в веществе определяется векторным уравнением Гельмгольца:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) - \varepsilon_0 \mu_0 \omega^2 \varepsilon^* \mathbf{E} = 0, \quad (23)$$

где ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная постоянные.

Источник электромагнитной волны должен беспрепятственно пропускать волну, отраженную от образца, а волна, прошедшая через образец, не должна отражаться обратно. Имеем 2 типа граничных условий:

1) не отражающее граничное условие с источником волны напряженностью E_0 :

$$\frac{\partial E}{\partial x} + k_s jE = 2k_s jE_0, \quad (24)$$

где k_s – волновое число в свободном пространстве и поглощающее условие на выходе из образца:

$$\frac{\partial E}{\partial x} + k_s jE = 0, \quad (25)$$

2) условие непрерывности тангенциальной составляющей напряженности (на границе раздела сред).

Система уравнений теплопереноса такая же, как и в предыдущем случае, кроме уравнения энергии с дополнительным слагаемым Q , определяющим внутренние источники тепла за счет действия микроволн:

$$(\rho C_p)_{эфф} \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \lambda \frac{\partial T}{\partial x} - L \cdot I = Q. \quad (26)$$

Для определения Q используем известное в электродинамике соотношение [12]:

$$Q = 0.5\omega\epsilon_0\epsilon''E^2 + \frac{\sigma_l E^2}{2},$$

где ϵ'' – мнимая часть коэффициента диэлектрической проницаемости материала ϵ^* ; σ_l – удельная электрическая проводимость среды, $Ом^{-1}·м^{-1}$.

Второе слагаемое учитывает потери за счет токового нагрева. Поскольку при влажности 30 % сопротивление древесины вдоль волокон составляет $0.05 - 0.1 МОм·м$ [13], то этой составляющей можно пренебречь.

Решение и обсуждение результатов. Система дифференциальных уравнений тепломассопереноса в случае градиента температур между границами образца (15) – (17) с граничными условиями (19) – (22), и в случае микроволнового источника совместно с уравнением (23) и краевыми условиями (24), (25) решалась в программном пакете Matlab 6.1, реализующий метод конечных элементов. На рис. 1 (а – е) представлены результаты расчетов.

Из рис. 1, а видно, что уже через 1000 с наблюдается заметное перераспределение влаги в пористом материале. В холодной части образца, где $T = 300 K$ (рис. 1, в) величина влагосодержания возрастает до $0,32 кг/кг$, а в «горячей» области уменьшается до $0,28 кг/кг$. Градиенты влагосодержания еще больше увеличиваются с течением времени. Движение влаги в холодные части образца обусловлено не только зависимостью давления жидкости от температуры согласно формуле (18), но и потоком пара.

Действительно, согласно рис. 1, б, в «горячей» области начинает расти парциальное давление пара, что приводит к эффекту конденсации влаги в «холодных» частях образца. В отличие от существующих теорий эффект «термовлагопроводности» нами вычисляется без введения коэффициента «термовлагопроводности». Кривые для момента времени $t = 20000 с$ соответствуют установившемуся состоянию, так как дальнейших изменений в ходе численного эксперимента не наблюдалось.

При микроволновом нагреве происходит несимметричный нагрев образца с максимумом температуры на глубине $\approx 2 - 3 см$ (рис. 1, е), при этом существенно повышается внутрипоровое давление пара от $1 \cdot 10^4$ до $5 \cdot 10^4 Па$ (рис. 1, д). Влагосодержание на этой же глубине уменьшается, происходит перемещение влаги в холодные части образца, при этом эффект термовлагопроводности носит сложный характер, кривые слева и справа от максимальной зоны нагрева пересекаются в одних и тех же точках; слева от зоны нагрева при глубине $x \approx 1 см$ и справа при $x \approx 4.7 - 5 см$ точки пересечения с течением времени практически не изменяются. Из графиков видно, что микроволновый нагрев сопровождается интенсивными фильтрационными процессами из-за значительного внутреннего давления пара, вызванного интенсивным испарением влаги. Характер распределения жидкости, давления пара и температуры значительно отличается от характера процессов, протекающих при обычном нагреве поверхности образца.

Заключение. Разработана математическая модель нестационарного тепломассопереноса жидкости с учетом капиллярных сил, базирующаяся на законах сохранения массы, энергии, положениях классической теории двухфазной фильтрации, формулах Кельвина, Клапейрона - Клаузиуса, семействе изотерм сорбции, которая позволяет с единых позиций описывать процессы сушки, сорбции и фильтрации при неполном насыщении.

Показано, что микроволновый нагрев имеет некоторые преимущества по сравнению с конвективным, так как является внутренним видом нагрева, характеризуется более низкими температурными градиентами. Процесс сопровождается интенсивным испарением и молярным переносом жидкости под действием давления пара и термовлагопроводности. Повышенное влагосодержание на границе приводит к «выдавливанию» влаги из материала, что снижает энергетические затраты на испарение дополнительного количества жидкости и предотвращает пересыхание поверхности материала. Следует также отметить, что характер распределения полей влагосодержания, давления пара и температуры, которые получены на основе предложенной модели, подтверждается экспериментальными результатами [4, 5].

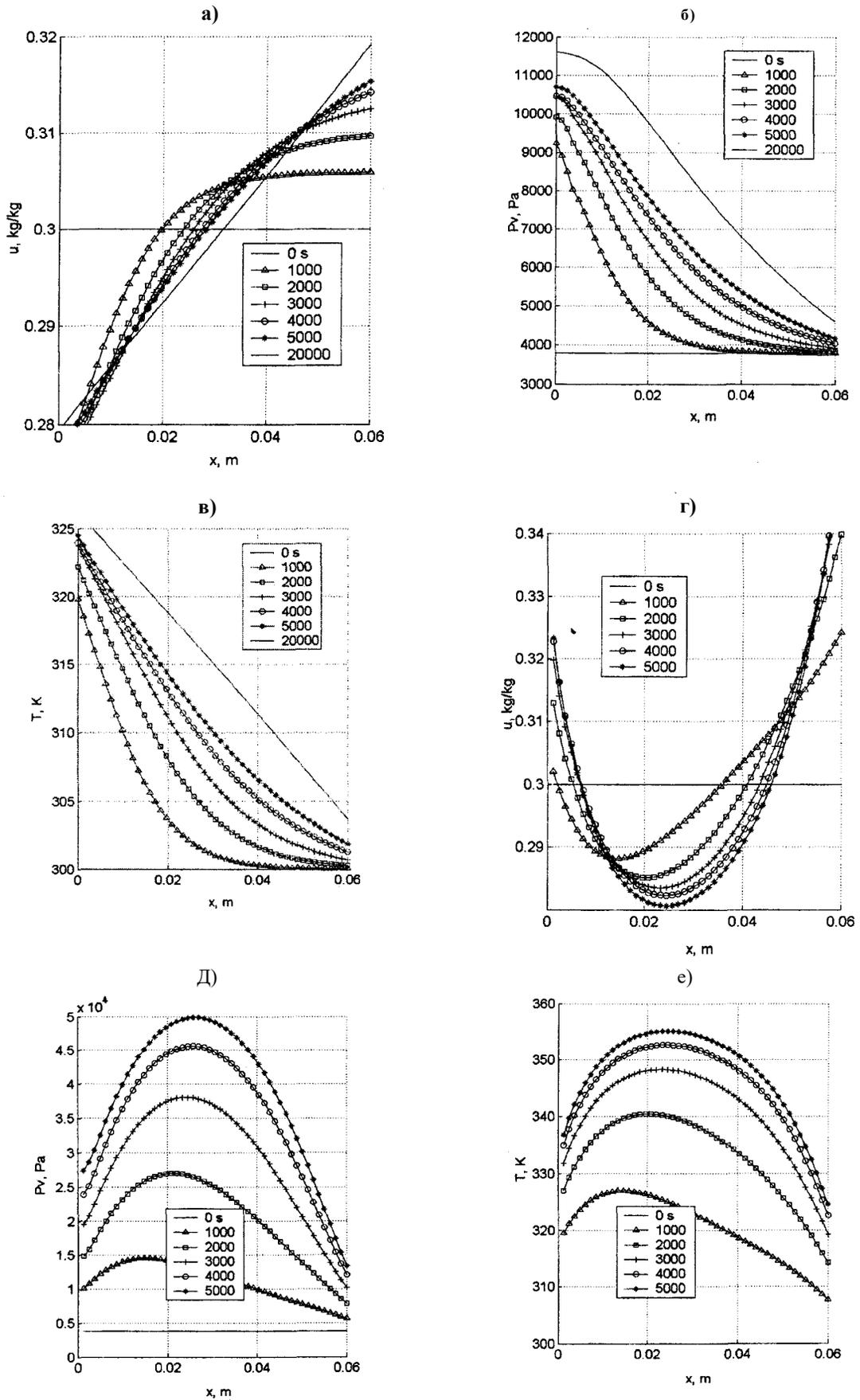


Рис. 1. Эволюция влагосодержания u , кг/кг; давления пара P_v , Па; температуры T , К :
 а, б, в – при нагреве поверхности образца; г, д, е – при микроволновом нагреве

ЛИТЕРАТУРА

1. Perre P., Turner I.W. A 3-D version of Trans Pore: a comprehensive heat and mass transfer computational model for simulation the drying of porous media // *Int. J. of Heat and Mass Transfer.* - 1999. - Vol. 42. - P. 4501 - 4521.
2. Ni H., Datta A.K., Torrance K.E. Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: a multiphase porous media model // *Int. J. of Heat and Mass Transfer.* - 1999. - Vol. 42. - P. 1501 - 1512.
3. Zhang Z., Yang S., Liu D. Mechanism and Mathematical Model of Heat and Mass Transfer During Convective Drying of Porous Materials // *Heat Transfer - Asian Research.* - 1999. - Vol. 28 (5). - P. 337 - 351.
4. Perre P., Turner I.W. The use of numerical simulation as a cognitive tool for studying the microwave drying of softwood in an over-sized wavesuide // *Wood Science and Technology.* - 1999. - Vol. 33. - P. 445 -446.
5. Ratanadecho P., Aoki K., Avagori M. Influence of Irradiation Time, Particle Sizes, and Initial Moisture Content During Microwave Drying of Multi-Layerred Capillary Porous Materials // *J. of Heat Transfer.* - 2002,-Vol. 124.-P. 151 - 161.
6. Лыков А.В. Теория сушки. - М.: Энергия, 1968. - 47 с.
7. Лыков А.В. О системах дифференциальных уравнений тепломассопереноса в капиллярно-пористых телах//*Инженерно-физический журнал.* - 1974.-Т. 2, № 1.-С. 18-25.
8. Leverett M.C. Capillary behavior in porous media // *AIME Transactions.* - 1941. - Vol. 142. - P. 152 - 159.
9. Вольфкович Ю.М. и др. Методы эталонной порометрии и возможные области их применения в электрохимии // *Электрохимия.* - 1989. - Т. 2, вып. 11. - С. 1620 - 1653.
10. Гринчик Н.Н. Процессы переноса в пористых средах, электролитах и мембранах. -Мн., 1991.-251 с.
11. Шубин Г.С. Сушка и тепловая обработка древесины. - М.: Лесная промышленность, 1990. - 336 с.
12. Пюшнер Г. Нагрев энергией сверхвысоких частот. - М.: Энергия, 1968. - 175 с.
13. Wood as an engineering material / *Wood handbook* - Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1999. - 463 p.