

УДК 534.1+534-8

**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ МАШИНЫ ВИБРОУДАРНОГО ДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ КОНТАКТНОЙ ЖЕСТКОСТИ УДАРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

*Д.В. МАЧИХО, д-р техн. наук В.Н. САКЕВИЧ  
(Институт технической акустики НАН Беларуси, Витебск)*

*Представлены рассчитанные в работе параметры областей неустойчивости основного режима с учетом контактной жесткости, времени удара и начального положения ударных элементов по отношению друг к другу (натяг, нулевой зазор, зазор). Теоретически обоснована процедура параметрического синтеза ультразвуковой машины виброударного действия с возможностью реализации стохастических режимов движения подвижного инструмента. Полученные теоретически результаты применены для параметрического синтеза ультразвукового устройства для расклинивания и разборки прецизионных деталей распылителей форсунок дизельных двигателей в процессах ремонта и очистки внутренних и наружных поверхностей корпуса форсунки от твердых нерастворимых загрязнений в виде окисных плёнок, нагара и смолообразования.*

Ультразвуковые виброударные колебательные системы с подвижным инструментом обладают рядом специфических особенностей, присущих ультразвуковым виброударным системам, а именно: время контакта ударных элементов сравнимо с периодом ультразвуковых колебаний, собственная частота подвижного инструмента много меньше ультразвуковой частоты электроакустического преобразователя. Экспериментально установлено [1], что в зависимости от параметров ультразвуковой колебательной системы и начальных условий возможны три вида ударных режимов движения подвижного инструмента: основной, при котором соударения инструмента с торцом волновода происходят с ультразвуковой частотой, субгармонический и стохастический.

В настоящей работе предлагается динамическая модель виброударной ультразвуковой колебательной системы, учитывающая контактную жесткость ударной пары и время соударения. Такой подход позволяет установить параметры областей неустойчивости основного режима с учетом контактной жесткости, времени удара и начального положения  $\Delta$  массы 7 по отношению к торцу волновода 5.

**Основная часть.** Рассматривается динамическая модель: масса  $m$  на линейной пружине жесткости  $c_1$  в состоянии статического равновесия либо прижата ( $\Delta < 0$ ), либо отжата ( $\Delta > 0$ ), либо касается торца ( $\Delta = 0$ ) волновода 5, который движется по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , много большей собственной частоты массы на пружине. Контактная жесткость торца волновода 5 моделируется пружиной 6 с жесткостью  $c_2$ . Схема расчетной модели показана на рисунке 1.

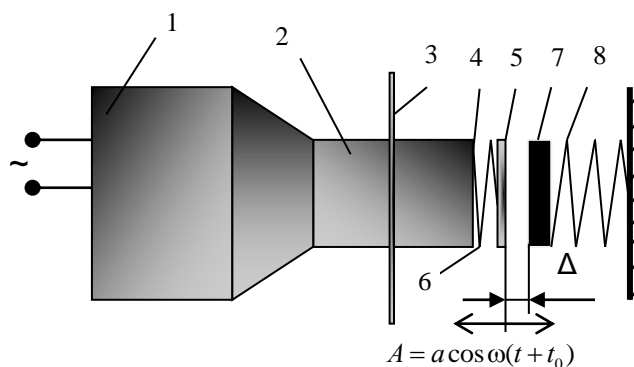


Рис. 1. Схема модели виброударной ультразвуковой колебательной системы:

- 1 – электроакустический преобразователь; 2 – волновод; 3 – фланец для крепления волновода; 4 – торец волновода;
- 5 – безынерционная пластина; 6 – линейная пружина с жесткостью  $c_2$ , моделирующая контактную жесткость;
- 7 – масса  $m$ ; 8 – линейная пружина жесткости  $c_1$

На рисунке 2 показаны билинейные упругие характеристики системы при различных начальных положениях массы 7 и торца волновода 5.

Уравнения движения рассматриваемой колебательной системы имеют вид:

$$m\ddot{x} + c_1x \pm G = 0. \tag{1}$$

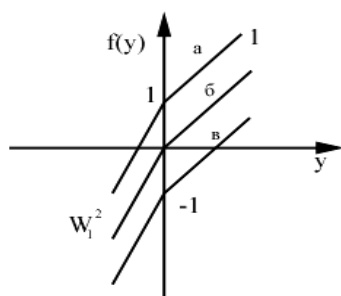


Рис. 2. Билинейная упругая характеристика колебательной системы, установленной: а – с предварительным натягом ( $\Delta < 0$ ); б – с нулевым зазором ( $\Delta = 0$ ); в – с предварительным зазором ( $\Delta > 0$ )

Уравнение движения массы до взаимодействия с торцом волновода, где  $\pm G$  – сила статического поджатия либо отжатия массы к ограничителю соответственно

$$m\ddot{x} + c_1x + c_2(x - a \cos \omega(t + t_0)) \pm G = 0. \quad (2)$$

Уравнение движения массы во время взаимодействия с торцом волновода, который движется по гармоническому закону:

$$A = a \cos \omega(t + t_0),$$

где  $a$  – амплитуда колебаний торцам волновода.

Переходя в уравнениях (1) и (2) к новой переменной  $z$  по формуле  $z = x - a \cos \omega(t + t_0)$  и вводя безразмерные величины:  $y = c_1z/G$ ,  $\tau = \Omega t$ ,  $\Omega^2 = c_1/m$ ,  $W = \omega/\Omega$ ,  $W_1^2 = 1 + c_2/c_1 > 1$ ,  $b = a(m\omega^2 - c_1)/G$ , получим следующие уравнения относительного движения массы  $m$ :

$$\begin{aligned} \ddot{y} + y \pm 1 &= b \cos W(\tau + \tau_0) && \text{при } y \geq 0; \\ \ddot{y} + W_1^2 y \pm 1 &= b \cos W(\tau + \tau_0) && \text{при } y \leq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Полагая в уравнениях (1) и (2)  $G = 0$  и проведя вышеперечисленные преобразования, получим уравнения относительного движения массы  $m$  для случая с нулевым зазором:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_0 + y_0 &= b_0 \cos W(\tau + \tau_0) && \text{при } y \geq 0; \\ \ddot{y}_0 + W_{01}^2 y_0 &= b_0 \cos W(\tau + \tau_0) && \text{при } y \leq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $y_0 = c_1z$ ,  $W_{01}^2 = c_2/c_1$ ,  $b_0 = a(m\omega^2 - c_1)$ .

Учитывая, отмеченную в работе [2], инвариантность топологии разбиения фазового пространства на траектории при различных видах вынуждающей силы и условия, что эти силы обладают одинаковыми свойствами симметрии, рассмотрим колебательную систему с упругой билинейной характеристикой, описываемую уравнениями (3) и (4) без правой части, на которую действует периодическая система двухсторонних симметричных мгновенных импульсов  $S$ . Решение будем рассматривать на четырех участках. Первому участку соответствует  $y \geq 0, \dot{y} \geq 0$ , второму  $y \leq 0, \dot{y} \geq 0$ , третьему  $y \leq 0, \dot{y} \leq 0$ , и, наконец, четвертому  $y \geq 0, \dot{y} \leq 0$ . Начало отсчета времени на всех участках соответствует точкам  $y = 0$ . Время движения на первом участке изменяется в пределах  $-\tau_1 \leq \tau \leq 0$ , на втором – в пределах  $0 \leq \tau \leq \tau_2$ , на третьем – в пределах  $-\tau_3 \leq \tau \leq 0$  и на четвертом – в пределах  $0 \leq \tau \leq \tau_4$ , причем мгновенные импульсы  $S_2$  и  $S_1$  действуют при переходе со второго на третий и с четвертого на первый участки соответственно. Диссипацией в системе пренебрегаем. Решение уравнения (3) имеет вид:

$$\begin{aligned} y_i &= \pm \cos \tau + B_i \sin \tau \mp 1 && \text{при } i = 1, 4; \\ y_i &= \pm W_1^{-2} \cos W_1 \tau + B_i \sin W_1 \tau \mp W_1^{-2} && \text{при } i = 2, 3, \end{aligned} \quad (5)$$

и уравнения (4) соответственно

$$\begin{aligned} y_{0i} &= B_{0i} \sin \tau && \text{при } i = 1, 4; \\ y_{0i} &= B_{0i} \sin W_{01} \tau, && \text{при } i = 2, 3. \end{aligned} \quad (6)$$

Последовательно проводя припасовывание решений (5) на отдельных участках с учетом условий периодичности для системы с натягом или зазором, получим

$$\begin{aligned} B_1 &= (S_1 \sin \tau_4 \mp 1 \pm \cos(\tau_1 + \tau_4)) / \sin(\tau_1 + \tau_4), \\ B_2 &= (\pm 1 \mp \cos W_1(\tau_2 + \tau_3) - S_2 W_1 \sin W_1 \tau_3) / W_1^2 \sin W_1(\tau_2 + \tau_3), \\ B_3 &= (S_2 W_1 \sin W_1 \tau_2 \mp 1 \pm \cos W_1(\tau_2 + \tau_3)) / W_1^2 \sin W_1(\tau_2 + \tau_3), \\ B_4 &= (\pm 1 \mp \cos(\tau_1 + \tau_4) - S_1 \sin \tau_1) / \sin(\tau_1 + \tau_4). \end{aligned} \quad (7)$$

Верхний знак соответствует системе установленной с натягом, а нижний – с зазором.

Для случая с нулевым зазором получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} B_{01} &= S_1 \sin \tau_4 / \sin(\tau_1 + \tau_4), \\ B_{02} &= -S_2 \sin(W_{01} \tau_3) / W_{01} \sin W_{01}(\tau_2 + \tau_3), \\ B_{03} &= S_2 \sin(W_{01} \tau_2) / W_{01} \sin W_{01}(\tau_2 + \tau_3), \\ B_{04} &= -S_1 \sin \tau_1 / \sin(\tau_1 + \tau_4), \end{aligned} \quad (8)$$

которые совпадают с точностью до обозначений с выражениями, полученными в работе [1].

В процессе припасовывания решений также получим систему уравнений для отыскания значений  $\tau_1$  и  $\tau_3$ .

Для системы с натягом или зазором эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{S_1 \sin \tau_4 \mp 1 \pm \cos(\tau_1 + \tau_4)}{\sin(\tau_1 + \tau_4)} &= \frac{\pm 1 \mp \cos W_1(\tau_2 + \tau_3) - S_2 W_1 \sin W_1 \tau_3}{W_1 \sin W_1(\tau_2 + \tau_3)}, \\ \frac{S_2 W_1 \sin W_1 \tau_2 \mp 1 \pm \cos W_1(\tau_2 + \tau_3)}{W_1 \sin W_1(\tau_2 + \tau_3)} &= \frac{\pm 1 \mp \cos(\tau_1 + \tau_4) - S_1 \sin \tau_1}{\sin(\tau_1 + \tau_4)}, \end{aligned} \quad (9)$$

а для системы с нулевым зазором

$$\begin{aligned} S_1 \sin \tau_4 / \sin(\tau_1 + \tau_4) &= -S_2 \sin(W_{01} \tau_3) / \sin W_{01}(\tau_2 + \tau_3); \\ S_2 \sin(W_{01} \tau_2) / \sin W_{01}(\tau_2 + \tau_3) &= -S_1 \sin \tau_1 / \sin(\tau_1 + \tau_4). \end{aligned} \quad (10)$$

Рассмотрим случай, при котором  $S_1 = -S_2 = S > 0$ . Из системы уравнений (9) и системы уравнений (10) независимо друг от друга путем сложения уравнений получим одинаковое соотношение как для системы с натягом или зазором, так и для системы с нулевым зазором:

$$\frac{\sin \tau_4 - \sin \tau_1}{\sin(\tau_4 + \tau_1)} = \frac{\sin(W_1 \tau_3) - \sin(W_1 \tau_2)}{\sin W_1(\tau_3 + \tau_2)}. \quad (11)$$

Из (11) следует единственное возможное решение

$$\tau_1 = \tau_4, \tau_2 = \tau_3. \quad (12)$$

Аналогично, вычитая одно уравнение из другого, из (9) найдем:

$$(S \mp 2 \sin \tau_1) / \cos \tau_1 = (S W_1 \pm 2 \sin \alpha) / W_1 \cos \alpha, \quad (13)$$

где  $\alpha = W_1 \tau_2 = W_1 \tau_3$ ,

а для системы с нулевым зазором из (10) получим следующее соотношение:

$$\tau_1 = W_{01} \tau_2. \quad (14)$$

Исследуем полученное решение на устойчивость с целью выяснения области неустойчивости основного режима. Для этого дадим малые начальные возмущения периодическому режиму и затем, последовательно припасовывая решения, с учетом периодического решения (5) и (6), получим следующую систему конечно-разностных уравнений, связывающих начальные  $\Delta y_n, \Delta \dot{y}_n$  и конечные возмущения  $\Delta y_{n+1}, \Delta \dot{y}_{n+1}$ :

$$\begin{aligned} \Delta y_{n+1} &= a_1 \Delta y_n + b_1 \Delta \dot{y}_n \\ \Delta \dot{y}_{n+1} &= a_2 \Delta y_n + b_2 \Delta \dot{y}_n, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $a_1 = b_2 = \cos 2\alpha \cos 2\tau_1 - 0,5 W_1 \sin 2\alpha \sin 2\tau_1 - 0,5 W_1^{-1} \sin 2\alpha \sin 2\tau_1$ ;

$a_2 = -W_1 \cos^2 \tau_1 \sin 2\alpha + W_1^{-1} \sin^2 \tau_1 \sin 2\alpha - \cos 2\alpha \sin 2\tau_1$ ;

$b_1 = \cos 2\alpha \sin 2\tau_1 - W_1 \sin^2 \tau_1 \sin 2\alpha + W_1^{-1} \cos^2 \tau_1 \sin 2\alpha$ .

Характеристическое уравнение системы (15) имеет вид:

$$\lambda^2 - (a_1 + b_2)\lambda + (a_1 b_2 - a_2 b_1) = 0. \quad (16)$$

Неустойчивость исследуемого решения будет иметь место, если хотя бы один из корней уравнения (16) по модулю будет больше единицы, т.е. при выполнении одного или двух условий

$$q_1 = |(a_1 + b_2)/2| > 1, \quad q_2 = |a_1 b_2 - a_2 b_1| > 1. \quad (17)$$

Для рассматриваемой недиссипативной системы  $q_2 = 1$ , поэтому условие неустойчивости основного режима имеет вид:

$$|\cos 2\alpha \cos 2\tau_1 - ((W_1^2 + 1)/2W_1) \sin 2\alpha \sin 2\tau_1| > 1. \quad (18)$$

Исследуя неравенство (18) и уравнение (13), отметим, что для области неустойчивости основного режима, рассматриваемой колебательной системы, выражение, стоящее под знаком модуля неравенства (18) должно быть меньше нуля. При этом границам неустойчивости соответствует равенство минус единице левой части неравенства (18). В этом случае получаем границы неустойчивости основного режима для системы с натягом (верхний знак) и зазором (нижний знак):

$$\cos \alpha = 0,5 \cdot \sin 2\tau_1 / (S \cdot \sin \tau_1 \mp 2), \quad W_1 = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \tau_1; \quad (19)$$

$$\cos^2 \alpha - \cos \alpha \cdot \cos \tau_1 \mp (2/S) \sin \tau_1 = 0, \quad W_1 = \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \tau_1. \quad (20)$$

Для системы с нулевым зазором границы неустойчивости имеют вид:

$$\sin^2 2\tau_1 = 4W_{01} / (W_{01} + 1)^2. \quad (21)$$

Карта неустойчивости основного режима на плоскости параметров для самой большой области, построенная по соотношениям (19), (20), (21) и с учетом того, что  $\tau_1 + \tau_2 = \pi/W$  представлена на рисунке 3. Неустойчивости основного режима соответствуют замкнутые области, границы которых для различных начальных положений  $\Delta$  массы 7 по отношению к торцу волновода 5 (см. рис. 1) отмечены на рисунке 3 различающимися линиями.

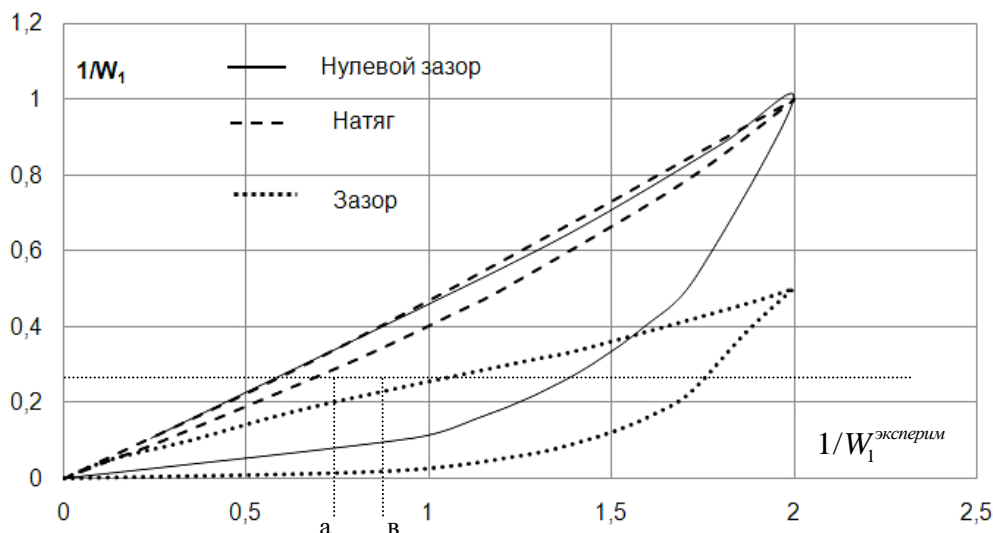


Рис. 3. Карта неустойчивости основного режима. Неустойчивости соответствуют замкнутые области

Смысл карты неустойчивости заключается в том, что существует достаточно большая область конструктивных параметров ультразвуковой машины, при которых основной режим неустойчив и, значит, при этих параметрах возможны субгармонические и стохастические режимы движения подвижного инструмента. Следует отметить, что области неустойчивости основного режима при установке в начальном положении массы по отношению к торцу волновода с зазором или натягом не пересекаются, т.е. не существует конструктивных параметров колебательной системы, при которых основной режим был бы одновременно неустойчивым для этих начальных положений массы.

Предложенная динамическая модель позволяет теоретически обосновать процедуру параметрического синтеза ультразвуковой машины виброударного действия с возможностью реализации стохастических режимов движения подвижного инструмента. Синтез осуществляется следующим образом.

1. Определяется контактная жесткость ударной пары, которую сконструировали и изготовили исходя из целевого технологического её назначения. Для этого помещают колебательную систему на вибростол 9, как показано на рисунке 4, и кинематически возбуждают виброударные колебания в контактной паре. Начальное положение массы 7 по отношению к торцу волновода 5 устанавливают с нулевым зазором ( $\Delta = 0$ ). Затем каким-либо известным способом, например, по размыканию и замыканию элек-

трической цепи при виброударном взаимодействии элементов 5 и 7 определяют время контакта  $2\tau_2$  и время движения массы  $m$  вне контакта  $2\tau_1$ . Из (14) находят  $W_{01} = \tau_1/\tau_2$  и, учитывая, что,  $W_{01}^2 = c_2/c_1$ , а  $W_1^2 = 1 + c_2/c_1$ , получают выражение для  $W_1^{\text{эксперим}}$ :

$$W_1^{\text{эксперим}} = \sqrt{(1 + c_2/c_1)} = \sqrt{(1 + W_{01}^2)} = \sqrt{(1 + (\tau_1/\tau_2)^2)}. \quad (22)$$

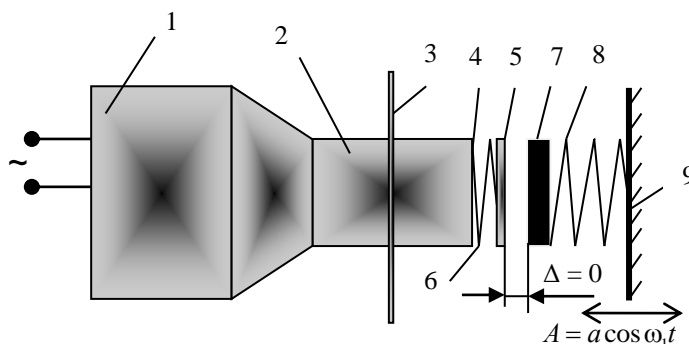


Рис. 4. Схема определения контактной жесткости ультразвуковой виброударной системы:  
 1 – электроакустический преобразователь; 2 – волновод; 3 – фланец для крепления волновода; 4 – торец волновода;  
 5 – безынерционная пластина; 6 – линейная пружина с жесткостью  $c_2$ , моделирующая контактную жесткость;  
 7 – масса  $m$ ; 8 – линейная пружина жесткости  $c_1$ ; 9 – вибростол

Следует отметить, что согласно выражению (22) значение  $W_1^{\text{эксперим}}$  не зависит от параметров пружины 8, поэтому для измерений  $W_1^{\text{эксперим}}$  может быть использована любая имеющаяся в наличии пружина.

2. Следующий шаг в параметрическом синтезе заключается в выборе жесткости  $c_1$  упругого элемента 8 подвижного инструмента или его собственной частоты  $\Omega = \sqrt{c_1/m}$ . Для этого на рисунке 3 проводится горизонтальная линия с координатой  $1/W_1^{\text{эксперим}}$  и определяются координаты  $a$  и  $b$  её пересечения с границами области неустойчивости; выбирается область неустойчивости на рисунке 3 исходя из технологических условий осуществления процесса (зазор, натяг, нулевой зазор); выбирается значение соотношения  $W/W_1^{\text{эксперим}}$  из отрезка  $(a, b)$ , желательно в середине отрезка и определяется  $W$ ;

находится собственная частота  $\Omega = \sqrt{c_1/m}$  колебаний подвижного инструмента с учетом того, что  $W = \omega/\Omega$  и  $\omega$  заранее известная частота ультразвукового преобразователя; определяется жесткость  $c_1$  упругого элемента при известной массе подвижного инструмента из выражения  $c_1 = \Omega^2 m$ .

Полученные результаты были использованы для параметрического синтеза устройства (рис. 5) для расклинивания и разборки прецизионных деталей распылителей форсунок дизельных двигателей в процессах ремонта и очистки внутренних и наружных поверхностей корпуса форсунки от твердых нерастворимых загрязнений в виде окисных плёнок, нагара и смолообразования [3].

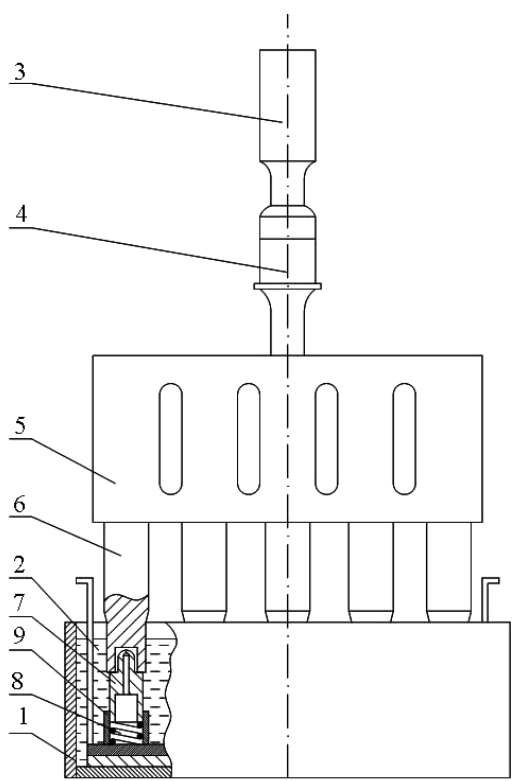


Рис. 5. Общий вид синтезированного устройства в продольном разрезе для расклинивания форсунок и очистки их корпуса от нерастворимых загрязнений:  
 1 – ванна; 2 – моющая жидкость; 3 – ультразвуковой преобразователь; 4 – трансформатор амплитуды продольных колебаний;  
 5 – длинноконтурный волновод; 6 – волноводы стержневого типа; 7 – корпус распылителя форсунки;  
 8 – упругие элементы (винтовые цилиндрические пружины сжатия); 9 – держатель

**Выводы**

1. Предложена динамическая модель виброударной ультразвуковой колебательной системы, учитывающая контактную жесткость, время соударения и начальное положение элементов ударной пары относительно друг друга. Модель позволяет описать полную динамическую картину процесса соударения.

2. Построены области неустойчивости основного режима в зависимости от конструктивных параметров колебательной системы. Обнаружено, что области неустойчивости основного режима при установке в начальном положении массы по отношению к торцу волновода с зазором или натягом не пересекаются, то есть не существует конструктивных параметров колебательной системы, при которых основной режим был бы одновременно неустойчивым для системы, установленной с натягом и с зазором.

3. Теоретически обоснована процедура параметрического синтеза ультразвуковой машины виброударного действия с возможностью реализации стохастических режимов движения подвижного инструмента. Полученные результаты успешно применены для параметрического синтеза ультразвукового устройства для расклинивания и разборки прецизионных деталей распылителей форсунок дизельных двигателей в процессах ремонта и очистки внутренних и наружных поверхностей корпуса форсунок от твердых нерастворимых загрязнений в виде окисных плёнок, нагара и смолообразования [3].

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Артемьев, В.В. Ультразвуковые виброударные процессы / В.В. Артемьев, В.В. Клубович, В.Н. Сакевич. – Минск: БНТУ, 2004. – 258 с.
2. Закржевский, М.В. Колебания существенно нелинейных механических систем / М.В. Закржевский. – Рига: Зинатне, 1980. – 190 с.
3. Устройство для ультразвуковой контактной очистки: пат. 3030 Респ. Беларусь, МПК В 08В3/12 / Д.В. Мачихо, В.Н. Сакевич; заявитель и патентообладатель ГНУ «Институт технической акустики НАН Беларуси». – № 20060014; заявл. 01.10.06; опубл. 30.10.06.

*Поступила 21.06.2010*

**PARAMETRICAL SYNTHESIS OF THE ULTRASONIC CAR VIBRO-IMPACT ACTIONS TAKING INTO ACCOUNT CONTACT RIGIDITY OF SHOCK ELEMENTS**

***D. MACHIHO, V. SAKEVICH***

*Work is devoted research of parametrical synthesis of ultrasonic cars vibro-impact actions with the set spectrum of fluctuations. Parametres of areas of instability of the basic mode taking into account contact rigidity, time of blow and initial position of shock elements under the relation to each other (a tightness, a zero backlash, a backlash) are calculated. The results received theoretically are successfully applied to synthesis of the ultrasonic device for dismantling in processes of repair of precision details of sprays of atomizers of diesel engines.*