

УДК 624.012.36:311.214

АЛГОРИТМЫ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТЕРЖНЕВОЙ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИД.О. Глухов, Д.Н. Лазовский², Т.М. Глухова³

Полоцкий государственный университет, Республика Беларусь

e-mail: ¹ d.gluhov@psu.by; ² d.lazovski@psu.by; ³ t.gluhova@psu.by

В работе рассмотрены особенности вероятностного расчета нелинейной пространственной стержневой конечно-элементной модели статически неопределимой железобетонной конструкции. Показано, что на перераспределение усилий существенно влияют жесткости всех конечных элементов конструкции, особенно конечные элементы, моделирующие протяженные участки трещинообразования. Данный метод нелинейного моделирования более точно отражает действительную работу статически неопределимой железобетонной конструкции по сравнению с применением упрощенных моделей, основанных на использовании специальных «точечных» конечных элементов, реализующих концепцию пластических шарниров. Сделан вывод о фундаментальном свойстве кластеризации пространства состояний железобетонной конструкции, что приводит к кластеризации вероятностных распределений моделей внутренних усилий в сечениях конструкции. Разработаны метод, алгоритмы и программное обеспечение нелинейного вероятностного моделирования пространственных стержневых железобетонных конструкций.

Ключевые слова: конструкция, моделирование, метод, алгоритм, программное обеспечение, перераспределение усилий.

ALGORITHMS AND SOFTWARE FOR STATISTICAL MODELING
OF A SPATIAL ROD FINITE ELEMENT MODELD. Glukhov¹, D. Lazovsky², T. Glukhova³

Polotsk State University, Republic of Belarus

e-mail: ¹ d.gluhov@psu.by; ² d.lazovski@psu.by; ³ t.gluhova@psu.by

The paper considers the features of the probabilistic calculation of a nonlinear spatial bar finite element model of a statically indeterminate reinforced concrete structure. It is shown that the redistribution of efforts is significantly influenced by the stiffness of all finite elements of the structure, especially the finite elements that simulate extended areas of cracking. This method of nonlinear modeling more accurately reflects the actual operation of a statically indeterminate reinforced concrete structure compared to the use of simplified models based on the use of special "point" finite elements that implement the concept of plastic hinges. A conclusion is made about the fundamental property of clustering the state space of a reinforced concrete structure, which leads to the clustering of probability distributions of models of internal forces in sections of the structure. A method, algorithms and software for nonlinear probabilistic modeling of spatial bar reinforced concrete structures have been developed.

Keywords: design, modeling, method, algorithm, software, redistribution of efforts.

Прочность статически неопределимых железобетонных конструкций и перераспределение усилий между элементами конструкции или ее зонами в стадии разрушения, когда арматура

начинает проявлять свои пластические свойства, определяется прочностью наиболее напряженных зон конструкции. При этом не обязательно знать историю работы конструкции под нагрузкой. Зона конструкции, в которой растянутая арматура достигает предела текучести, ведет себя как пластический шарнир, допуская поворот примыкающих к этой зоне частей конструкции при постоянной величине внутренних усилий. Другие зоны конструкции идеально упруги, их жесткость постоянна. Применимы принципы строительной механики упругих систем. Для оценки прочности железобетонных конструкций такой подход давал удовлетворительные результаты. При этом эксплуатационные характеристики железобетонной конструкции (деформативность и трещиностойкость) на промежуточных этапах работы конструкции оценивались приближенно с использованием большого количества эмпирических коэффициентов. Однако железобетон не обладает идеально упругими свойствами. Неупругие деформации начинают появляться в результате ползучести бетона растянутой и сжатой зон при длительном действии нагрузки, образования трещин в растянутой зоне, перераспределения усилий между арматурой и бетоном растянутой зоны в сечении с трещиной, появления неупругих деформаций в растянутой арматуре до достижения предела текучести. При этом жесткость стержневого элемента значительно уменьшается. [1]

Применения пластических шарниров, как инструмента моделирования физически-нелинейных эффектов, устойчиво вошло в практику проектирования и зафиксировано в строительных нормах многих стран (например, в современных строительных нормах США пластические шарниры рекомендуется применять при формировании расчетных схем для расчета на прогрессирующее обрушение и сейсмические воздействия) [3].

Чтобы избежать чрезвычайной ресурсоемкости данного метода при его применении ко всем конечным элементам расчетной схемы, модель пластического шарнира реализуется как отдельный специальный стержневой изгибаемый конечный элемент с переменной жесткостью. При такой реализации физически-нелинейной модели требуется очень аккуратно подходить к решению ряда вопросов:

1. Выбор мест установки специальных конечных элементов, моделирующих пластические шарниры (места наиболее вероятного появления трещин с учетом шага трещин, узлы стыков колонн и балок, и др.);
2. Задание зависимости жесткости элемента от величины внутренних усилий;
3. Выбор степени детализации модели.

Применение упрощенных моделей позволяет ускорить алгоритмы расчета конечно-элементной модели, что важно, в частности, при решении задач расчета на прогрессирующее обрушения. [2, 4, 5]

Возможности учета пластических свойств материалов реализованы в ряде программных комплексов, в частности Robot, SAP2000, Etabs, Лира, что существенно упрощает задачу проектировщика.

В идеализированном случае шарниры задаются только по угловой степени свободы, соответствующей изгибающему моменту. Для более точной модели используются сложные пластические шарниры с зависимостью жесткости от поперечной силы и крутящего момента. [6, 7]

В рамках проведенного исследования нами разработан модуль получения зависимости жесткости от комбинации усилий: изгибающих моментов в двух плоскостях M_x , M_y , продольного N и поперечного V усилий.

Жесткость железобетонного элемента определяется интегрированием:

$$EJ_y = - \iint_c E(x, y)(y - y_0)^2 dx dy \quad (1)$$

Основное уравнение метода конечных элементов для вычисления перемещений имеет вид:

$$\{\delta\} = [K]^{-1} \{F\}, \quad (2)$$

где $\{\delta\}$ – вектор перемещений; $\{F\}$ – вектор внешней нагрузки; $[K]$ – матрица жесткости системы.

В методе конечных элементов матрица жесткости $[K]$ формируется на основании матрицы физических жесткостей $[k]_j$ и вектора реакций $\{f\}_j$ j -ого стержня системы, вычисляемых для каждого конечного элемента. Задача нелинейного расчета железобетонных конструкций сводится к решению системы алгебраических уравнений с переменными (нелинейными) коэффициентами. Решение нелинейной системы определяется в виде сходящейся последовательности решения линейных задач. Такая идея одним из первых была применена А.А. Ильюшиным [9] для решения задачи теории пластичности и получила название метода упругих решений.

В основу принятого нами метода расчета железобетонных конструкций положена гипотеза о том, что нелинейное деформирование железобетонных несущих каркасов зданий может быть представлено в виде итерационного процесса, включающего в себя два независимых алгоритма: метод конечных элементов и деформационную модель железобетонного сечения. Данный метод получил свое развитие в диссертационной работе О.Н. Лешкевича и реализован в программном комплексе RADUGA & БЕТА, расчетом по которому могут быть получены значения усилий на произвольной стадии нагружения всех характерных поперечных сечений конструкции. [8, 9, 10, 11]

В рамках настоящего исследования итерационный метод был усовершенствован за счет введения процедуры фиксации сниженной жесткости элемента с трещиной и повышения дискретности модели, для более точного выявления участков трещинообразования. Наилучшим образом модель работает, когда размер конечного элемента равен среднему расстоянию между трещинами.

Для учета геометрической нелинейности деформирования элементов железобетонных конструкций наибольшее распространение получили две теории: теория больших перемещений и малых деформаций, и теория больших перемещений и больших деформаций. В первом случае рассматриваются геометрически нелинейные эффекты, вызванные приобретением и увеличением эксцентриситетов действующих в элементах продольных сил. Во втором случае учитывается также искривление и продольные деформации осей и срединных поверхностей элементов, вызывающих изменение расстояний между узлами. Однако, как было показано в [9], влияние смещения узлов на напряженно-деформированное состояние железобетонных конструкций в пределах допустимых деформаций крайне мало, в пределах погрешности расчета и, для реализации геометрически нелинейного расчета, можно использовать только теорию больших перемещений и малых деформаций.

Компоненты эксцентриситета продольной оси от действия продольной силы вычисляются на основании уже известных касательных модулей упругости каждой элементарной площадки:

$$\begin{cases} \Delta_x = \frac{\iint E(x, y)(x - x_o) dx dy}{E(x, y) dx dy} \\ \Delta_y = \frac{\iint E(x, y)(y - y_o) dx dy}{E(x, y) dx dy} \end{cases}, \quad (3)$$

где $E(x, y)$ – касательный модуль деформации в точке (x, y) .

С целью реализации предложенной конечно-элементной модели в рамках исследования разработана библиотека функций по формированию, расчету и визуализации результатов расчета пространственных стержневых конструкций.

В разработанной системе имеется возможность проведения статистического моделирования железобетонной конструкции с целью определения надежности конструктивного решения. Статистическое моделирование выполняется по следующему алгоритму:

1. Сбор нагрузок, как случайных величин и назначение их конечным элементам расчетной схемы.
2. Выполнение линейного или нелинейного расчета заданное количество раз с генерированием нагрузки генератором псевдослучайной последовательности соответствующей заданному закону распределения и накоплением коллекций внутренних усилий.
3. Анализ коллекций усилий с целью определения закона распределения усилий в конечных элементах или параметров смеси нормально распределенных случайных величин.
4. В программе R-Beta v5.0 конструирование сечения железобетонного элемента с изменчивостью геометрических и прочностных характеристик.
5. Проведение численного эксперимента по оценки надежности анализируемого сечения при заданном распределении усилий.

Закон распределения нагрузки задается путем создания в программном коде соответствующего объекта, разработанного нами класса Random:

```
Random r1(9.6, 4);
```

Далее в цикле статистического моделирования генерирование конкретной реализации выполняется вызовом метода, соответствующего распределения:

```
double p1 = -r1.generateLogNormal();
double F = -r4.generateNormal();
```

Формирование модели выполняется с назначением полученных реализаций случайных величин:

```
//          длина      распределенная нагрузка      #сечения      узловые нагрузки      ограничения опирания
fes.push_back(FE(6,      p1,                          4,              0, F,                    1, 1, 0, 0));
fes.push_back(FE(5,      p1,                          3,              0, 0,                    0, 0, 1, 0));
fes.push_back(FE(4,      p1,                          2,              0, 0,                    0, 0, 1, 0));
```

Результатом статистического моделирования является случайная эпюра моментов, продольных и перерезывающих сил и окно анализа распределения усилий в выбранном конечном элементе (см. рисунок 3).

При нелинейном моделировании конструкции конечными элементами переменной жесткости методом последовательных нагружений до заданного значения величин нагрузок нами было замечено, что распределение усилий в сечении становится фундаментально не гауссовым. Даже в самом простом случае воздействия на систему равномерно распределенной нагрузки, имеющей нормальный закон распределения, что показано на рисунке 1.

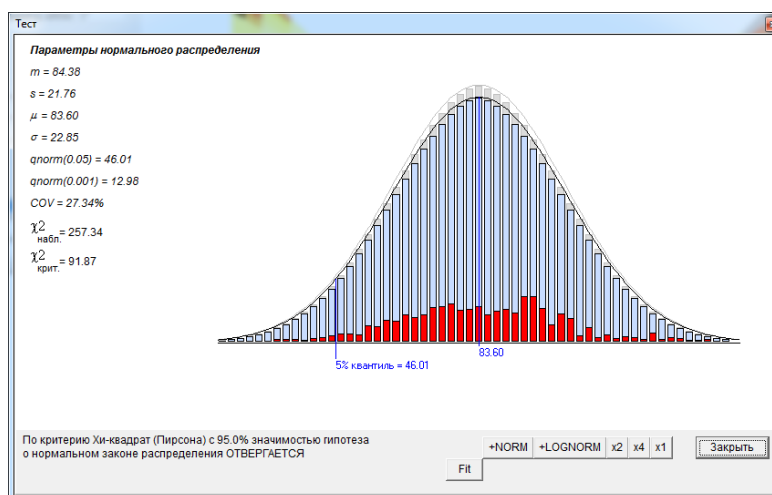


Рисунок 1. – Несостоятельность гипотезы о нормальном распределении изгибающего момента в сечении, возникающего от действия равномерно распределенной нагрузки 7кН, имеющей нормальный закон распределения

Можно было бы предположить, что такая картина является следствием недостаточного объема выборки при проведении статистического моделирования, однако увеличение объема выборки до 6000 численных экспериментов не только не изменило картины, но и показало, что форма распределения в виде нескольких максимумов сохраняется (см. рисунок 2).

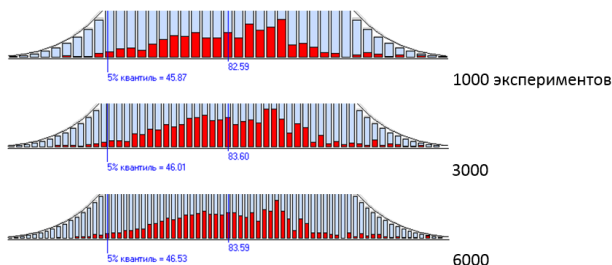


Рисунок 2. – Сохранение формы вероятностного распределения изгибающего момента от действия равномерно распределенной нагрузки 7кН, имеющей нормальный закон распределения, при росте количества численных экспериментов

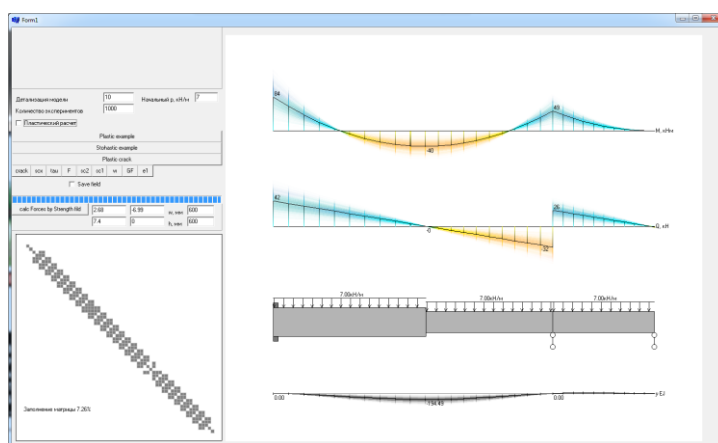


Рисунок 3. – Вероятностная форма эпюры моментов, соответствующей перерезывающей силы и прогиба на примере многопролетной неразрезной балки

Эксперименты показали, что такая форма распределения хорошо согласуется с Гауссовой смесью, а, следовательно, может быть разделена на отдельные кластеры, для оценки надежности по каждой составляющей смеси в отдельности.

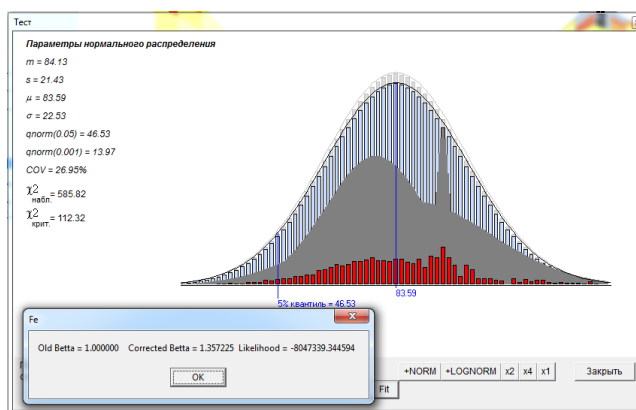
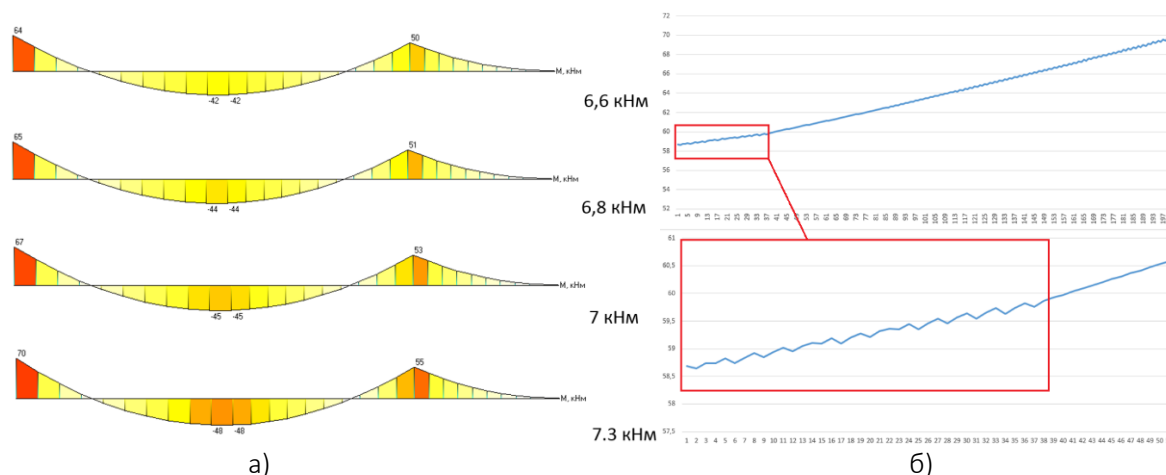


Рисунок 4. – Результат кластеризации вероятностной модели внутренних усилий (изгибающего момента) EM-алгоритмом для 3 кластеров

В чем же причины такой кластеризации системы. А дело в том, что процесс снижения жесткости конечных элементов идет не только в конкретных областях, а по всей конструкции в целом. Этот процесс в различных областях идет с различной скоростью, но особенно активно он идет на достаточно протяженных участках трещинообразования как в пролете, так и над опорными зонами. Можно сказать, что отдельные конечные элементы конкурируют между собой за влияние на процесс перераспределения усилий в конструкции. Этот процесс проиллюстрирован на рисунке 5.



а) изгибной жесткости конечных элементов (показано цветом на эпюре моментов);
 б) изгибающего момента в сечении (кНм) для нелинейного расчета
 (следствие перераспределения усилий в конструкции)

Рисунок 5. – Изменение при равномерном росте нагрузки

Такое «качание на качелях» перераспределения усилий и приводит к возникновению кластеров (при малых изменениях нагрузки в рамках генератора случайных чисел, система переходит ступеньку скачкообразного изменения жесткости соответствующего конечного элемента в силу процесса трещинообразования, или конкуренции групп конечных элементов). Причем, если последнюю причину можно нивелировать, уменьшая шаг последовательного нагружения, то моделирование трещинообразования сохранит систему кластеров, как фундаментальное свойство нелинейной модели строительной конструкции.

Заключение. В результате проведенных исследований предложен инструмент моделирования вероятностной нагрузки, подчиненной нормальному, логнормальному, экспоненциальному и гамма распределению, разработаны алгоритмы и программное обеспечение статистического моделирования пространственной стержневой конечно-элементной модели, формирующей вероятностное распределения внутренних усилий для каждого конечного элемента. Реализован алгоритм оценки индекса надежности для отдельного сечения железобетонного элемента, обладающего изменчивостью геометрических и прочностных характеристик, при воздействии на него вероятностной модели усилий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов С.М. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях // М: Стройиздат, 1964. – 169 с.
2. Аветисян Левон Аветисович Использование шарниров пластичности при расчете зданий на прогрессирующее обрушение в условиях огневых воздействий // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. №2. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-sharnirov-plastichnosti-pri-raschete-zdaniy-na-progressiruyushee-obrushenie-v-usloviyah-ogneyih-vozdeystviy>.

3. UFC 4-023-03 (Including Change 2, June 2013) Unified facilities criteria. Design of buildings to resist progressive collapse. – 2005-2013.
4. Tamrazyan A.G., Avetisjan L.A. Experimental and theoretical study of reinforced concrete elements under different characteristics of loading at high temperatures *Procedia Engineering*. № 153 (2016) Vol.721– 725.
5. Тамразян А. Г. Динамический расчет сжатых железобетонных элементов с учетом огневых воздействий / А. Г. Тамразян, Л. А. Аветисян // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015615847. Зарегистрировано в Государственном реестре РФ программ для ЭВМ 26 мая 2015 года.
6. Kim, Dae-Jin & Son, Hong-Jun & Yi, Yousun & Hong, Sung-Gul. (2019). Generalized finite element formulation for efficient first-order plastic hinge analysis. *Advances in Mechanical Engineering*. 11. 168781401983636. 10.1177/1687814019836366.
7. Kheyroddin, Ali & Mortezaei, Alireza. (2008). The effect of element size and plastic hinge characteristics on nonlinear analysis of RC frames. *Iranian Journal of Science & Technology, Transaction B, Engineering*. 32. 451-470.
8. Лешкевич О.Н. Прочность, жесткость и трещиностойкость статически неопределимых пространственных стержневых железобетонных конструкций: Дис. ... канд. техн. наук. – Бр., 2003. –126 с.
9. Ильюшин А.А. Пластичность// М.– Л.: Гостехиздат, 1948.– 372с.
10. Лазовский, Д.Н. Особенности расчета статически неопределимых железобетонных конструкций с учетом геометрической и физической нелинейности методом конечных элементов / Д.Н. Лазовский, Д.О. Глухов, О.Н. Лешкевич // Актуальные проблемы расчета зданий, конструкций и их частей: теория и практика: мат. междунар. науч.-техн. конф. (Минск, 21-22 марта 2002 г.). – Минск: УП "Техно-принт", 2002. – С. 104-109.
11. Лазовский Д.Н., Глухов Д.О., Лешкевич О.Н. Программы расчета железобетонных конструкций по проекту СНБ 5.03.01 // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовка инженерных кадров в Республике Беларусь: Сб. трудов VII междунар. науч.-практ. семинара / Под ред. Н.П. Блещика, А.А. Борисевича, Т.М. Пецольда. – Брест: БГТУ, 2001. – С. 133 – 137.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ПОЛОЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС:
ПРОБЛЕМЫ, ПЕРСПЕКТИВЫ, ИННОВАЦИИ**

ЭЛЕКТРОННЫЙ СБОРНИК СТАТЕЙ
III МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

(Новополоцк, 29–30 апреля 2021 г.)

Текстовое электронное издание

Новополоцк
Полоцкий государственный университет
2021

УДК 72:624/628+69(082)

Одобрено и рекомендовано в качестве электронного издания
Советом инженерно-строительного факультета (протокол № 8 от 27.10.2021 г.)

Редакционная коллегия:

Д. Н. Лазовский (председатель), А. А. Бакатович, Е. Д. Лазовский,
Л. М. Парфенова, Ю. В. Вишнякова, Р. М. Платонова, А. М. Хаткевич

АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС: ПРОБЛЕМЫ, ПЕРСПЕКТИВЫ, ИННОВАЦИИ
[Электронный ресурс] : электрон. сб. ст. III междунар. науч. конф., Новополоцк, 29–30 апр.
2021 г. / Полоц. гос. ун-т ; Редкол.: Д. Н. Лазовский (председ.) [и др.]. – Новополоцк :
Полоц. гос. ун-т, 2021. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
ISBN 978-985-531-779-2.

Рассмотрены вопросы архитектуры и градостроительства в современных условиях, прогрессивные методы проведения инженерных изысканий и расчета строительных конструкций. Приведены результаты исследований ресурсо- и энергосберегающих строительных материалов и технологий, энергоресурсосберегающие и природоохранные инновационные решения в инженерных системах зданий и сооружений. Проанализированы организационные аспекты строительства и управления недвижимостью, проблемы высшего архитектурного и строительного образования.

Для научных и инженерно-технических работников исследовательских, проектных и производственных организаций, а также преподавателей, аспирантов, магистрантов и студентов строительных специальностей учреждений образования.

*Сборник включен в Государственный регистр информационного ресурса.
Регистрационное свидетельство № 3671815379 от 26.04.2018 г.*

211440, ул. Блохина, 29, г. Новополоцк, Беларусь
тел. 8 (0214) 53 53 92, e-mail: a.bakatovich@psu.by; l.parfenova@psu.by

№ госрегистрации 3671815379
ISBN 978-985-531-779-2

©Полоцкий государственный университет, 2021

2 – дополнительный титульный экран – производственно-технические сведения

Для создания текстового электронного издания «Архитектурно-строительный комплекс: Проблемы, перспективы, инновации» использованы текстовый процессор Microsoft Word и программа Adobe Acrobat XI Pro для создания и просмотра электронных публикаций в формате PDF.

**АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ КОМПЛЕКС:
ПРОБЛЕМЫ, ПЕРСПЕКТИВЫ, ИННОВАЦИИ**

ЭЛЕКТРОННЫЙ СБОРНИК СТАТЕЙ
III МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ

(Новополоцк, 29–30 апреля 2021 г.)

Технический редактор *И. Н. Чапкевич.*

Компьютерная верстка *А. А. Прадидовой, С.Е. Рясовой.*

Компьютерный дизайн обложки *Е. А. Балабуевой.*

Подписано к использованию 09.11.2021.

Объем издания: 21,05 Мб. Тираж 3 диска. Заказ 420.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования «Полоцкий государственный университет».

Свидетельство о государственной регистрации
издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/305 от 22.04.2014.

ЛП № 02330/278 от 08.05.2014.

211440, ул. Блохина, 29,
г. Новополоцк,
Тел. 8 (0214) 59-95-41, 59-95-44
<http://www.psu.by>