

УДК 697.452; 621.565

## НАГРЕВ ТВЁРДЫХ ТЕЛ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

канд. техн. наук, доц. Э.И. ГОНЧАРОВ, канд. техн. наук, доц. Т.И. КОРОЛЁВА, В.А. ЗАФАТАЕВ  
(Полоцкий государственный университет)

Анализируется математическая модель процессов нагрева материалов и изделий в промышленных печах, где из-за высокой температуры греющей среды основная часть теплоты передаётся тепловым излучением. Актуальные значения температур в нагреваемых изделиях описываются дифференциальным уравнением теплопроводности с нелинейным граничным условием, для приближённого решения которого весь процесс нагрева разделён на две фазы, в первой из которых собственное излучение заменяется постоянным потоком, во второй – линейным приближением граничного условия. Для этих случаев получены аналитические решения задачи и оценена погрешность расчётов, на основе анализа полученных данных установлена линейная зависимость температурных полей от начального распределения температуры в нагреваемых изделиях. Указанная зависимость позволила построить инженерные номограммы для оперативного расчёта актуальных значений температур поверхности, центра и средней по массе для плоского и цилиндрического изделий. Приведены примеры расчёта по номограммам температур и времени прогрева изделий.

**Введение.** Нагрев материалов или изделий в высокотемпературной газовой среде производится в промышленных печах различных производств: металлургическом, машиностроительном, строительных материалов и других. Сюда относятся нагревательные печи, используемые для нагрева металла перед обработкой давлением, прокаткой, ковкой, штамповкой; термические печи для нагрева материалов в целях термической обработки: закалки, отпуска, отжига, нормализации, а также обжиговые печи для термообработки огнеупоров. Отличительной особенностью таких установок является то, что в них происходит радиационный режим теплообмена, т.е. основная часть теплоты от продуктов сгорания и внутренней поверхности печи к нагревательным изделиям передаётся тепловым излучением.

При эксплуатации промышленных печей важными задачами являются: определение времени отдельных стадий и полного нагрева, изменение динамики температурного поля в отдельных сечениях обрабатываемых изделий для проведения расчётов термоупругих напряжений, определение средней по массе температуры для оценки эффективности использования топлива в агрегатах. Для получения такой информации необходимо построение и анализ математической модели процесса нагрева для определения актуальных значений температур в изделиях, поскольку все остальные характеристики являются производными от неё.

**Постановка задачи и её решение.** Распределение температур в обрабатываемых изделиях находится из решения дифференциального уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial \Theta(X, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \Theta(X, Fo)}{\partial X^2} + \frac{k-1}{X} \cdot \frac{\partial \Theta(X, Fo)}{\partial X}. \quad (1)$$

На граничных поверхностях задано условие радиационного теплообмена:

$$\frac{\partial \Theta(1, Fo)}{\partial X} = N [1 - \Theta^4(1, Fo)]. \quad (2)$$

Распределение температур внутри одномерных тел симметрично относительно начала координат, что учитывается условием симметрии:

$$\frac{\partial \Theta(0, Fo)}{\partial X} = 0. \quad (3)$$

Начальное распределение температур равномерное

$$\Theta(X, 0) = \Theta_0 = \text{const}. \quad (4)$$

Здесь приняты следующие обозначения:  $\Theta = \frac{T}{T_c}$  – безразмерная актуальная температура;  $X$  – текущая

координата;  $Fo = \frac{a\tau}{\delta^2}$ ,  $\frac{a\tau}{R^2}$  – критерий Фурье;  $k = 1; 2$  – соответственно для плоских и цилиндрических

изделий;  $T_c$  – температура греющей среды;  $a$  – коэффициент температуропроводности;  $\tau$  – время;  $\delta$  – полутолщина пластины;  $R$  – радиус цилиндра;  $N = \frac{CT_c^3 X}{\lambda}$  – безразмерный комплекс, имеющий смысл отношения теплоты, подводимой к поверхности тела излучением к теплоте, отводимой внутрь тела теплопроводностью;  $C$  – коэффициент излучения серого тела;  $T(x, \tau)$  – актуальное значение температуры;  $T_0$  – начальная температура;  $X = \frac{x}{\delta}, \frac{x}{R}$  – безразмерные координаты;  $\Theta_0 = \frac{T_0}{T_c}$  – безразмерная начальная температура.

Поставленная задача нестационарной теплопроводности (1) – (4) является нелинейной из-за сложности граничного условия (2) и точное решение её невозможно. Подробный обзор приближённых методов решения нелинейных задач теплопроводности представлен в [1], а в данной работе использована методика линеаризации граничного условия, используемая в [2] при расчёте температурных полей в инженерных конструкциях. Суть методики заключается в том, что весь процесс нагрева условно разбивается на две фазы. В начальной фазе нагрева поток собственного излучения заменяется постоянным потоком с температурой  $\Theta_\phi$ , и граничное условие (2) становится линейным:

$$\frac{\partial \Theta(1, Fo)}{\partial X} = N (1 - \Theta_\phi^4) . \quad (5)$$

Решение задачи, выраженной уравнениями (1), (3), (4), (5), можно получить методом интегральных преобразований [3] в виде:

- при  $k = 1$

$$\Theta(X, Fo) = \Theta_0 + N(1 - \Theta_\phi^4) \times \left[ Fo - \frac{1}{6}(1 - 3X^2) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\cos(\mu_n X)}{\mu_n^2} \exp(-\mu_n^2 Fo) \right], \mu_n = n\pi ; \quad (6)$$

- при  $k = 2$

$$\Theta(X, Fo) = \Theta_0 + N(1 - \Theta_\phi^4) \times \left[ 2Fo - \frac{1}{4}(1 - 2X^2) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_n^2 I_0(\mu_n)} I_0(\mu_n X) \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo) \right], I_1(\mu_n) = I_0(\mu_n) . \quad (7)$$

Во второй фазе процесса нагрева (начиная с момента времени  $Fo^*$ ) собственное излучение тела можно учесть линейным приближением граничного условия (2):

$$\frac{\partial \Theta(1, Fo)}{\partial X} = 4N (1 - \Theta(1, Fo)) . \quad (8)$$

Расчётные уравнения для определения полей температур изделий примут вид:

- при  $k = 1$

$$\Theta(X, Fo - Fo^*) = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2\mu_m \cos(\mu_m X)}{\mu_m + \sin \mu_m \cdot \cos \mu_m} \cdot \exp[-\mu_m^2 (Fo - Fo^*)] \times \left( \frac{\sin \mu_m}{\mu_m} \left[ 1 - \Theta_0 - N (1 - \Theta_\phi^4) \cdot \left( Fo^* - \frac{1}{6} \right) \right] - 1 - \Theta_\phi^4 \times \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{N}{\mu_m^3} \left[ 2\mu_m \cos \mu_m + (\mu_m^2 - 2) \sin \mu_m \right] - 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{N}{\mu_n^2} \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo^*) \right] \times \left[ \frac{\sin(\mu_m - \mu_n)}{2(\mu_m - \mu_n)} + \frac{\sin(\mu_m + \mu_n)}{2(\mu_m + \mu_n)} \right] \right) , \quad (9)$$

$$\operatorname{ctg} \mu_m = \frac{1}{4N} \cdot \mu_m ;$$

- при  $k = 2$

$$\Theta(X, Fo - Fo^*) = 1 - 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_0(\mu_m X)}{I_0^2(\mu_m) + I_1^2(\mu_m)} \cdot \exp[-\mu_m^2 (Fo - Fo^*)] \times \left( \frac{I_1(\mu_m)}{\mu_m} \left[ 1 - \Theta_0 + N \left( 2Fo^* + \frac{1}{4} \right) \cdot 1 - \Theta_\phi^4 \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2N}{\mu_n^2} \frac{1 - \Theta_\phi^4}{I_0(\mu_n)} \cdot \exp(-\mu_n^2 Fo^*) \right) \times \left( \frac{\mu_n \cdot I_0(\mu_n) \cdot I_1(\mu_n) - \mu_m \cdot I_0(\mu_m) \cdot I_1(\mu_m)}{\mu_n^2 - \mu_m^2} \right), \quad (10)$$

$$\frac{I_0(\mu_m)}{I_1(\mu_m)} = \frac{1}{4N} \cdot \mu_m.$$

Анализ расчётов, проведённых по этим соотношениям, показал, что максимальная погрешность (5 %) достигается тогда, когда стык температурного поля между фазами нагрева осуществляется при значении

$$\Theta_{нов} = 0,77, \text{ а величина } \Theta_\phi \text{ определяется из соотношения } \Theta_\phi = \sqrt[4]{\frac{\Theta_0^4 + 0,63^4}{2}}.$$

В таблице приведено сравнение расчётов температурных полей на поверхности и в центре плоского элемента по предлагаемым аналитическим соотношениям (6) и (9) и по численному методу элементарных балансов [4] при  $N = 0,5$ ;  $\Theta_0 = 0,2$ .

Сравнение значений относительных температур

Fo	$\Theta_{нов}$		$\delta \%$	$\Theta_{центра}$		$\delta \%$
	численный метод	расчёт		численный метод	расчёт	
0,1	0,3758	0,3655	-2,83	0,2039	0,2005	-1,72
0,5	0,5860	0,5872	+2,05	0,3610	0,3538	-2,03
1,0	0,7517	0,7864	+4,62	0,5729	0,5824	-1,66
1,5	0,8578	0,8871	+3,42	0,7324	0,7432	+1,47
2,0	0,9094	0,9370	+3,04	0,8039	0,8117	+0,98

**Номограммы для расчёта температур.** Анализируя полученные аналитические соотношения для расчёта актуальных значений температур, можно отметить, что в приведенных расчётных формулах температурная функция зависит от начального распределения температур  $\Theta_0$  только через первую и четвёртую степени, поэтому при имеющих технический интерес небольших значениях начальной температуры ( $\Theta_0 = 0,2...0,6$ ) температурное поле в теле практически линейно относительно начального распределения  $\Theta_0$ , так как вклад члена, содержащего  $\Theta_0^4$ , весьма незначительный. Это обстоятельство даёт возможность установить свойство практически линейной зависимости температурного поля от начального распределения  $\Theta_0$  при прочих равных значениях определяющих критериев  $N, Fo, X$ , которые можно выразить в виде:

$$\Theta(X, Fo) = \Theta^*(X, Fo) - (\Theta_0 - \Theta_0^*) \cdot \frac{\Theta^{**}(X, Fo) - \Theta^*(X, Fo)}{\Theta_0^{**} - \Theta_0^*}, \quad (11)$$

где  $\Theta^{**}(X, Fo)$  и  $\Theta^*(X, Fo)$  – относительные температуры соответственно при максимальном  $\Theta_0^{**}$  и минимальном  $\Theta_0^*$  значениях начальной температуры.

Структура установленной связи такова, что при известных температурных распределениях для двух значений начальной температуры  $\Theta_0^*$  и  $\Theta_0^{**}$  можно отыскать температурное поле для произвольной начальной температуры  $\Theta_0$ . На основе связи (11) построены инженерные номограммы, дающие возможность оперативного определения относительных температур поверхности, центра и средней по массе плоского и цилиндрического элементов, приведённые соответственно на рисунках 1 – 6. При построении было принято  $\Theta_0^{**} = 0,6$  и  $\Theta_0^* = 0,2$ .

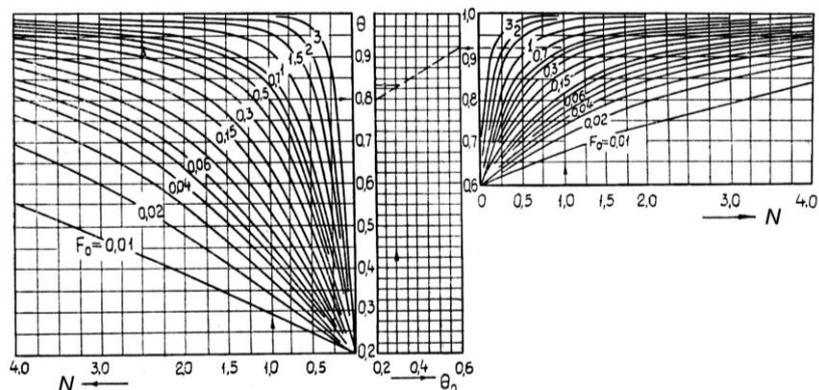


Рис. 1. Номограмма для расчёта относительной температуры поверхности плоского элемента

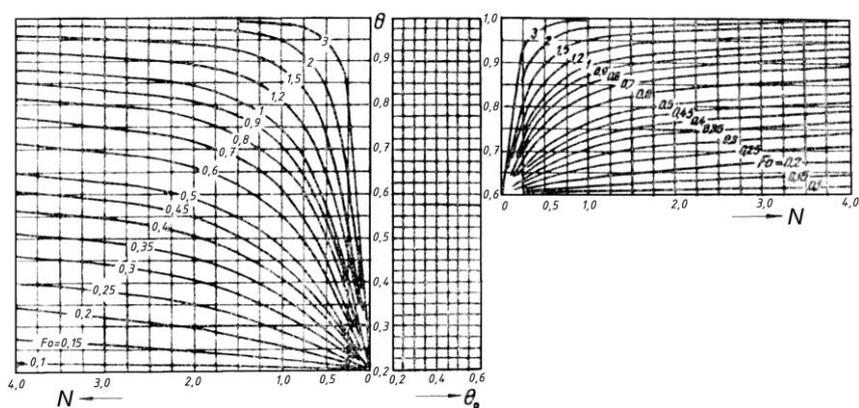


Рис. 2. Номограмма для расчёта относительной температуры центра плоского элемента

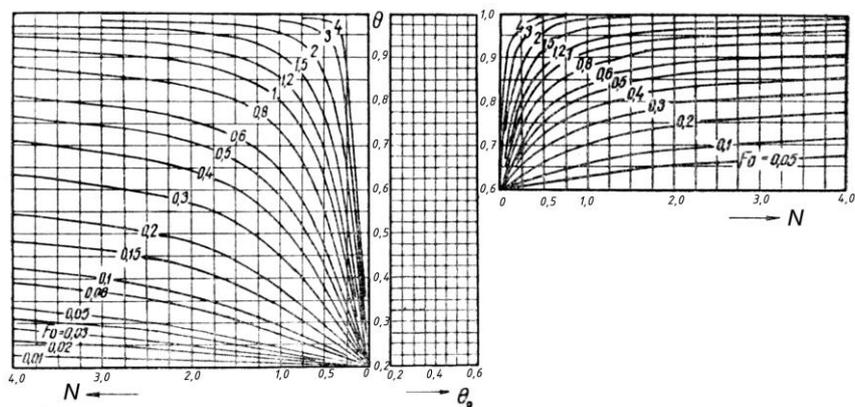


Рис. 3. Номограмма для расчёта относительной температуры средней по массе плоского элемента

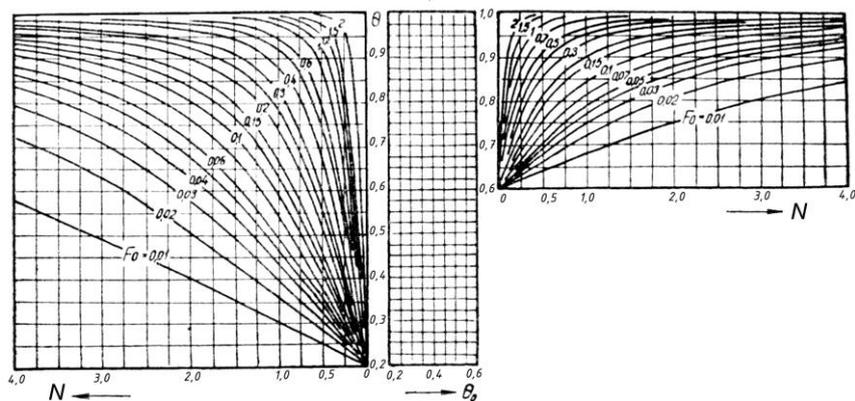


Рис. 4. Номограмма для расчёта относительной температуры поверхности цилиндрического элемента

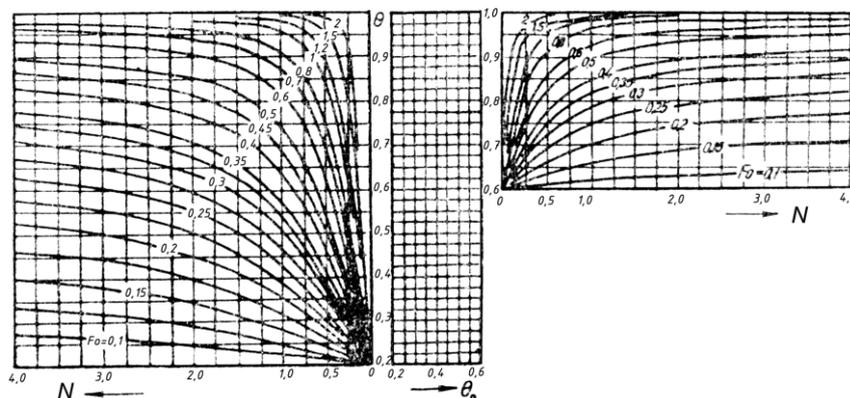


Рис. 5. Номограмма для расчёта относительной температуры центра цилиндрического элемента

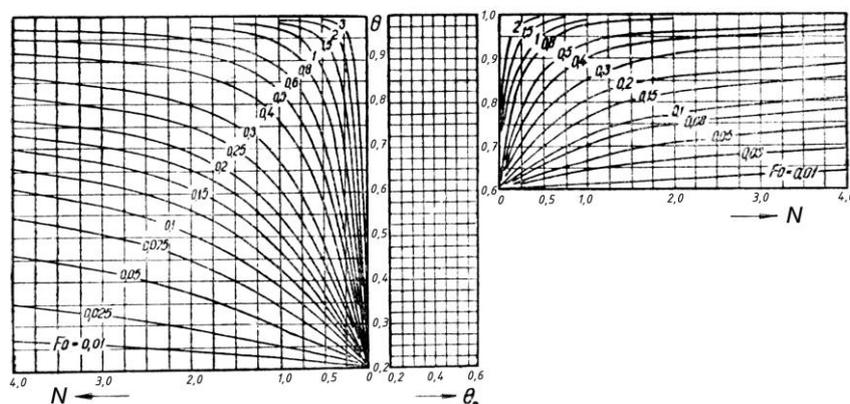


Рис. 6. Номограмма для расчёта относительной температуры средней по массе цилиндрического элемента

**Примеры практического использования номограмм**

**Пример 1.** Плоская стальная заготовка толщиной  $\delta = 0,25$  м нагревается на сплошном поду в печи с температурой газов  $T_c = 1273$  К, начальная температура металла  $T_0 = 293$  К. Определить температуру верхней и нижней поверхностей и среднюю по массе заготовки через 2 часа после начала прогресса при теплофизических свойствах стали:  $\lambda = 35$  Вт/(м·°С);  $a = 12,5 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с;  $C = 4 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С<sup>4</sup>).

Определим безразмерные величины:  $N = 0,57$ ;  $\Theta_0 = 0,23$ ;  $Fo = 1,44$ .

По найденным значениям этих величин из графиков на рисунках 1, 2, 3 определим температуру на верхней и нижней поверхностях стальной заготовки, а также среднюю по массе:

$\Theta_{в.п.} = 0,876$ ;  $T_{в.п.} = 1115$  К;  $t_{в.п.} = 842$  °С;

$\Theta_{н.п.} = 0,768$ ;  $T_{н.п.} = 977$  К;  $t_{н.п.} = 704$  °С;

$\bar{\Theta} = 0,812$ ;  $\bar{T} = 1034$  К;  $\bar{t} = 761$  °С.

**Пример 2.** Определить время прогресса стального вала диаметром  $2R = 800$  мм от начальной температуры  $T_0 = 303$  К до средней по массе  $\bar{T} = 1173$  К в печи с постоянной температурой  $T_c = 1373$  К при теплофизических свойствах стали, принятых в примере 1.

Определим безразмерные величины:  $N = 1,46$ ;  $\Theta_0 = 0,22$ ;  $\bar{\Theta} = 0,85$ .

По значению  $\Theta_0$  на среднем графике номограммы (см. рис. 6) находим точку, соответствующую  $\bar{\Theta}$ . Через полученную точку проводим прямую под любым наклоном к оси абсцисс до пересечения с прямыми, соответствующими  $\Theta_0 = 0,2$  и  $0,6$ .

По значениям  $\bar{\Theta}$ , полученным в точках пересечения, и по величине  $N$  находим величину критерия  $Fo$  из левого и правого графиков номограммы.

Сравнив полученные значения  $Fo$ , изменяем наклон прямой на среднем графике так, чтобы числовые величины критериев  $Fo$  из левого и правого графиков номограммы совпали. Это и будет искомым величиной  $Fo$ . Для нашего примера  $Fo = 0,37$ , соответствующее этому критерию время нагрева  $\tau = 1,32$  часа.

**Заключение.** Предложенный метод расчёта температурных полей может успешно применяться при анализе процессов нагрева твёрдых тел в высокотемпературных промышленных печах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Саломатов, В.В. Методы расчёта нелинейных процессов теплового переноса / В.В. Саломатов. – Томск, 1976. – Ч. 1. – 243 с.
2. Саломатов, В.В. К расчёту температурных полей в элементах конструкций с учётом теплоизлучения / В.В. Саломатов, Э.И. Гончаров // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1990. – № 2. – С. 67 – 72.
3. Лыков, А.В. Тепломассообмен: справ. / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.
4. Михеев, М.А. Основы теплопередачи / М.А. Михеев, И.М. Михеева. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.

Поступила 01.02.2010

### HEATING SOLID BODIES IN THE HIGH-TEMPERATURE GAS MEDIUM

*E. HANCHAROU, T. KARALIOVA, V. ZAFATAYEU*

*The article is devoted to mathematical model analysis of materials and workpieces heating processes in industrial furnaces in which because of a high temperature heating medium the main part of heat is transferred by thermal radiation. Actual values of temperatures in heated up workpieces are described by a differential heat conduction equation with a nonlinear boundary condition. For an approximated solution the heat process is divided in two phases, in first of which natural radiation is replaced by a constant stream, and in the second – by a boundary condition linear approximation. For these cases analytical solutions of a problem are received and the inaccuracy of calculations is estimated, and on the received data analysis basis the thermal fields' linear dependence by initial temperature distribution in heated up workpieces is established. The pointed association has allowed drawing engineering nomograms for temperature values operative calculation of a surface, the centre and average on a mass for planar and cylindrical workpieces. Example problems and materials' warming up time & temperatures calculations on nomograms are reduced.*