

УДК 677.026.4: 677.021.17

ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ИГЛ ГАРНИТУРЫ С ВОЛОКНИСТЫМИ ОТХОДАМИ В ПРОЦЕССЕ КАРДОЧЕСАНИЯ

д-р техн. наук, проф. А.В. ЛОКТИОНОВ, канд. техн. наук, доц. В.Г. БУТКЕВИЧ, Т.А. МАЧИХО
(Витебский государственный технологический университет)

Представлена динамика взаимодействия игл гарнитуры с волокнистыми отходами. Исследовано относительное движение волокна под действием силы давления воздушного потока. Получены аналитические зависимости для расчета траектории движения волокнистой массы. Установлено, что волокна стремятся оторваться от гарнитуры. Рекомендовано создание дополнительного воздушного потока для направления волокон в рабочую зону приемного барабана.

Технологические отходы и вторичные материальные ресурсы составляют около 25 % всего перерабатываемого в мире текстильного сырья. Эти огромные резервы можно использовать для производства текстильных изделий. Восстановленные волокна обычно имеют более низкое качество по сравнению с базовыми. Они содержат большое количество коротких волокон, неразработанных концов нитей, клочков и узелков. Необходимо дальнейшее совершенствование технологического процесса производства нетканых материалов, в частности такого этапа, как кардочесание. При кардочесании происходит разделение комплексов волокон на отдельные волокна, удаление сорных примесей и пороков, смешивание волокон и выравнивание волокнистого потока. Кардочесание осуществляется рабочими органами, обтянутыми гарнитурой, геометрические размеры которой сопоставимы с длиной и линейной плотностью разделяемых волокон [1]. Главной целью процесса кардочесания в производстве нетканых текстильных материалов является создание равномерного по толщине и структуре прочеса, что определяет эффективность последующего процесса - формирования настила волокнистой массы. Для получения качественного прочеса отходов, содержащих льняные волокна, необходимо исследовать переход волокон с приемного барабана на главный. В работе [2] представлены математическое описание процесса разволокнения по условиям удержания волокна зубьями приемного и главного барабана, расчет оптимальных скоростных режимов и геометрии зуба. Однако процесс разволокнения рассмотрен в статике. В предлагаемой работе движение волокна рассмотрено в динамике при неизменной интенсивности и постоянном направлении воздушного потока \vec{W} (рис. 1).

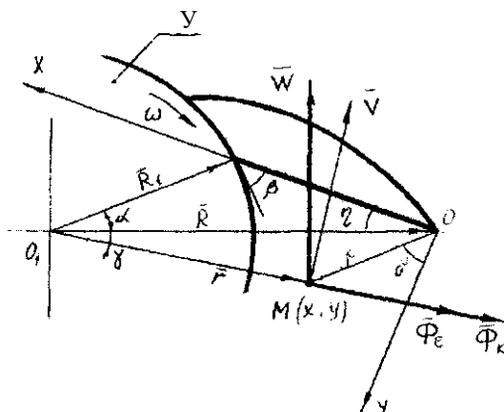


Рис. 1. Динамика движения волокна

Подвижная система координат (ХОУ) связана с вращающимся приемным барабаном / (см. рис. 1). Массу m движущегося волокна рассматриваем как материальную точку M , текущие координаты которой определяются из выражений $x = \rho \sin \delta$, $y = \rho \cos \delta$, где ρ – радиус-вектор точки M , δ – угол между радиус-вектором точки M и осью ОУ.

Дифференциальное уравнение относительного движения точки M для процесса кардочесания представим в виде:

$$m\vec{a} = \sum \vec{F} + \vec{\Phi}_e + \vec{\Phi}_k \quad (1)$$

Здесь $\sum \vec{F} = \vec{W}$ – сила давления воздушного потока; $\vec{\Phi}_e$ – переносная сила инерции; $\vec{\Phi}_k$ – сила инерции Кориолиса.

В проекциях на оси координат XOY уравнения (1) получим

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= W_x + \Phi_{ex} + \Phi_{\kappa x}, \\ m\ddot{y} &= W_y + \Phi_{ey} + \Phi_{\kappa y}. \end{aligned} \quad (2)$$

Давление воздушного потока \vec{W} находим из условия удержания волокна зубьями приемного барабана (рис. 2). Из рис. 2 $F_{тр} = \mu N$, где μ – коэффициент трения волокнистой массы о переднюю поверхность зуба гарнитуры; N – реакция передней поверхности зуба на волокнистую массу; η – угол между вектором \vec{N} и осью O_1X_1 .

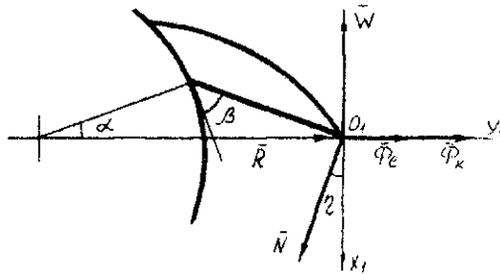


Рис. 2

Условия равновесия сил, действующих на зуб гарнитуры по рис. 2, в проекциях на оси X_1 и Y_1 , имеют вид

$$\begin{cases} \sum F_{x_1} = -W + N \cos \eta - \mu N \sin \eta = 0, \\ \sum F_{y_1} = \Phi_e = -N \sin \eta - \mu N \cos \eta = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Из уравнения (3) имеем $W = N(\cos \eta - \mu \sin \eta)$; $\Phi_e = N(\sin \eta + \mu \cos \eta)$.

Тогда отношение

$$\frac{W}{\Phi_e} = \frac{\cos \eta - \mu \sin \eta}{\sin \eta + \mu \cos \eta}, \quad (4)$$

где

$$\Phi_e = \omega^2 R. \quad (5)$$

Из уравнения (4) с учетом (5) получим

$$W = \Phi_e \frac{\cos \eta - \mu \sin \eta}{\sin \eta + \mu \cos \eta} = \omega^2 R \frac{\cos \eta - \mu \sin \eta}{\sin \eta + \mu \cos \eta}. \quad (6)$$

Сила инерции $\vec{\Phi}_e$ волокна в произвольный момент времени (см. рис. 1) определяется из выражения

$$\vec{\Phi}_e = m\omega^2 \vec{r}. \quad (7)$$

В проекциях на оси координат XOY имеет вид

$$\begin{cases} \Phi_{ex} = -m\omega^2 r \cos \gamma \cos \eta, \\ \Phi_{ey} = -m\omega^2 r \cos \gamma \sin \eta. \end{cases} \quad (8)$$

где $r \cdot \cos \gamma = R - (y \cdot \cos \eta + x \cdot \sin \eta)$; γ – угол между радиус-вектором вершины зуба гарнитуры и радиус-вектором точки M относительно точки O_1 (см. рис. 1). Тогда

$$\begin{cases} \Phi_{ex} = -m\omega^2 (R \cos \eta - y \cos^2 \eta - x \cos \eta \sin \eta), \\ \Phi_{ey} = -m\omega^2 (R \sin \eta - x \sin^2 \eta - y \cos \eta \sin \eta). \end{cases} \quad (9)$$

Кориолисова сила инерции:

$$\bar{\Phi}_k = -2m(\bar{\omega} \times \bar{V}). \text{ При этом } \bar{\omega} \perp \bar{V}. \quad (10)$$

Тогда

$$\bar{\Phi}_{kx} = -2m\omega\dot{x}, \quad \Phi_{ky} = -2m\omega\dot{y}. \quad (11)$$

Подставляя (3), (9), (11) в уравнение (2) относительного движения точки M , получим

$$\begin{cases} \ddot{x} + 2\omega\dot{x} = \omega^2 x \cos \eta \sin \eta + \omega^2 y \cos \eta + A, \\ \ddot{y} + 2\omega\dot{y} = \omega^2 y \cos \eta \sin \eta + \omega^2 x \sin^2 \eta + B, \end{cases} \quad (12)$$

где константы A и B имеют вид

$$\begin{aligned} A &= -\omega^2 R \frac{\mu \sin \eta (\sin \eta + \cos \eta)}{\sin \eta + \mu \cos \eta}, \\ B &= \omega^2 R \frac{1}{\sin \eta + \mu \cos \eta}. \end{aligned} \quad (13)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений второго порядка (12) с постоянными коэффициентами принимаем следующие начальные условия (см. рис. 1): при $t = 0$,

$$x = 0, \quad y = 0, \quad V_{ox} = \omega R \sin \eta, \quad V_{oy} = \omega R \cos \eta. \quad (14)$$

Для решения системы уравнений (12) необходимо найти общее решение неоднородной системы (он)

$$\begin{cases} X_{он}(t) \\ Y_{он}(t) \end{cases} \text{ и определить произвольные постоянные интегрирования, исходя из заданных начальных условий.}$$

Продифференцируем первое уравнение (12) дважды по переменной t , а затем, выразив y из первого уравнения, а из второго левую часть равенства $\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\omega \frac{dy}{dt}$, подставим в полученное значение y из первого уравнения, получим неоднородное дифференциальное уравнение четвертого порядка с постоянными коэффициентами:

$$x'''' + 4\omega x''' + 2\omega^2(2 - \cos \eta \sin \eta)x'' - 4\omega^3 \cos \eta \sin \eta x' = \omega^2(B \cos^2 \eta - A \cos \eta \sin \eta). \quad (15)$$

Для определения $x_{он}(t)$ воспользуемся представлением $X_{он}$ в виде $x_{он} = x_{оо} + x_*$, где $x_{оо}$ – общее решение соответствующего однородного уравнения, а x_* – частное решение неоднородного дифференциального уравнения.

Для решения однородного уравнения из уравнения (15) можно записать

$$x'''' + 4\omega x''' + 2\omega^2(2 - \cos \eta \sin \eta)x'' - 4\omega^3 \cos \eta \sin \eta x' = 0. \quad (16)$$

Соответствующее характеристическое уравнение имеет вид:

$$\lambda^4 + 4\omega\lambda^3 + 2\omega^2(2 - \cos \eta \sin \eta)\lambda^2 - 4\omega^3 \cos \eta \sin \eta \lambda = 0. \quad (17)$$

Из последнего получим

$$\lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = -2\omega, \quad \lambda_3 = \omega(\cos \eta + \sin \eta - 1), \quad \lambda_4 = -\omega(\cos \eta + \sin \eta + 1).$$

Тогда частные решения дифференциального уравнения (16) имеют вид:

$$x_1 = e^{0t} = 1, \quad x_2 = e^{-2\omega t}, \quad x_3 = e^{\omega(\cos \eta + \sin \eta - 1)t}, \quad x_4 = e^{-\omega(\cos \eta + \sin \eta + 1)t}.$$

Общее решение однородного уравнения (16) имеет вид:

$$x_{00} = C_1 + C_2 e^{-2\omega t} + C_3 e^{\omega(\cos \eta + \sin \eta - 1)t} + C_4 e^{-\omega(\cos \eta + \sin \eta + 1)t}, \quad (18)$$

где C_1, C_2, C_3, C_4 – произвольные постоянные интегрирования.

Для нахождения частного решения x_* воспользуемся неоднородным уравнением. Учитывая, что $x_* = Dt$, где $D = const$, подставим x_* в уравнение (15). Так как $x' = D$; $x'' = x''' = x'''' = 0$, из уравнения (15) получим

$$D = \left(\frac{A}{4\omega} - \frac{Bctg\eta}{4\omega} \right). \quad (19)$$

Следовательно, общее решение неоднородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$x_{он} = C_1 + C_2 e^{-2\omega t} + C_3 e^{\omega(\cos \eta + \sin \eta - 1)t} + C_4 e^{-\omega(\cos \eta + \sin \eta + 1)t} + \left(\frac{A}{4\omega} - \frac{Bctg\eta}{4\omega} \right) t. \quad (20)$$

Для нахождения $y(t)$ достаточно подставить найденное $x_{он}(t)$ в первое уравнение первоначальной системы (12) и выразить из него y . Проведя аналогичные расчеты, получим

$$y_{он} = -tg\eta C_1 - tg\eta C_2 e^{-2\omega t} + tg\eta C_3 e^{\omega(\cos \eta + \sin \eta - 1)t} + tg\eta C_4 e^{-\omega(\cos \eta + \sin \eta + 1)t} + \left(\frac{B}{4\omega} - \frac{Atg\eta}{4\omega} \right) t - \frac{A}{2\omega^2 \cos^2 \eta} - \frac{B}{2\omega^2 \cos \eta \sin \eta}. \quad (21)$$

Постоянные интегрирования C_1, C_2, C_3, C_4 в уравнениях (20) и (21) определим исходя из начальных условий. С учетом последних получим систему уравнений:

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_3 + C_4 = 0, \\ -tg\eta C_1 - tg\eta C_2 + tg\eta C_3 + tg\eta C_4 - \frac{A}{2\omega^2 \cos^2 \eta} - \frac{B}{2\omega^2 \cos \eta \sin \eta} = 0, \\ -2\omega C_2 + \omega(\cos \eta + \sin \eta - 1)C_3 - \omega(\cos \eta + \sin \eta + 1)C_4 + \frac{A}{4\omega} - \frac{Bctg\eta}{4\omega} = \omega R \sin \eta, \\ 2\omega tg\eta C_2 + \omega(\cos \eta + \sin \eta - 1)tg\eta C_3 - \omega(\cos \eta + \sin \eta + 1)tg\eta C_4 + \frac{B}{4\omega} - \frac{Atg\eta}{4\omega} = \omega R \cos \eta. \end{cases} \quad (22)$$

$C_i (i = 1, \dots, 4)$ определим методом исключения неизвестных Гаусса [3].

Таким образом, решение системы уравнений (20) и (21), соответствующее заданным начальным условиям, будет иметь вид:

$$\begin{cases} x = C_1 + C_2 e^{-2\omega t} + C_3 e^{\lambda_3 t} + C_4 e^{\lambda_4 t} + \left(\frac{A}{4\omega} - \frac{Bctg\eta}{4\omega} \right) t, \\ y = -tg\eta C_1 - tg\eta C_2 e^{-2\omega t} + tg\eta C_3 e^{\lambda_3 t} + tg\eta C_4 e^{\lambda_4 t} + \left(\frac{B}{4\omega} - \frac{Atg\eta}{4\omega} \right) t - \frac{A}{2\omega^2 \cos^2 \eta} - \frac{B}{2\omega^2 \cos \eta \sin \eta}. \end{cases} \quad (23)$$

В уравнении (23) C_1, C_2, C_3, C_4 определены из системы уравнений (22) и имеют вид:

$$C_1 = \frac{R \sin \eta}{2} - \frac{R}{4 \sin \eta} + \frac{B(\cos \eta \sin \eta - 2)}{8\omega^2 \sin^2 \eta} - \frac{A(\cos \eta \sin \eta + 2)}{8\omega^2 \cos \eta \sin \eta};$$

$$C_2 = \frac{R}{4 \sin \eta} - \frac{R \sin \eta}{2} + \frac{A}{8\omega^2} - \frac{B \operatorname{ctg} \eta}{8\omega^2};$$

$$C_3 = \frac{A(\cos \eta + \sin \eta + 1)}{8\omega^2 (\cos \eta + \sin \eta) \cos \eta \sin \eta} + \frac{B(\cos \eta + \sin \eta + 1)}{8\omega^2 (\cos \eta + \sin \eta) \sin^2 \eta} + \frac{R}{4 \sin \eta (\cos \eta + \sin \eta)}; \quad (24)$$

$$C_4 = \frac{A(\cos \eta + \sin \eta - 1)}{8\omega^2 (\cos \eta + \sin \eta) \cos \eta \sin \eta} + \frac{B(\cos \eta + \sin \eta - 1)}{8\omega^2 (\cos \eta + \sin \eta) \sin^2 \eta} - \frac{R}{4 \sin \eta (\cos \eta + \sin \eta)}.$$

В уравнении (23) $\lambda_3 = \omega(\cos \eta + \sin \eta - 1)$, $\lambda_4 = -\omega(\cos \eta + \sin \eta + 1)$.

Полученные расчетные формулы (2), (3), (20), (21) представляют собой методику расчета движения волокнистой массы с учетом сил, возникающих при взаимодействии игл гарнитуры с волокнистыми отходами.

Анализ траектории движения материальной точки M (волокна) в параметрической форме, представленной уравнениями (23), рассмотрен для узла приемного барабана, обтянутого пильчатой гарнитурой, которая имеет следующие параметры: высота зуба – 40 мм; угол наклона передней грани $\beta - 60^\circ$; радиус вершин зуба гарнитуры $R - 103$ мм; $\eta = 28^\circ 50'$. При этом установлено, что траектория движения волокна прямолинейна и расположена в плоскости $(+y; -x)$. При угловой скорости вращения главного барабана $\omega = 4,49 \text{ с}^{-1}$ координаты X и Y траектории движения волокна представлены в таблице.

$t, \text{с}$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
$X, \text{мм}$	-38,6711	-43,2547	-46,1526	-46,3902	-52,9971
$Y, \text{мм}$	22,5951	23,9846	25,2781	26,4555	27,5236

Анализируя данные таблицы, можно сделать вывод, что волокно стремится оторваться от гарнитуры приемного барабана. При этом значительно снижается интенсивность взаимодействия гарнитуры с волокном и, как следствие, интенсивность разволокнения волокнистых отходов в зоне приемного барабана. Для стабилизации процесса разволокнения целесообразно создать дополнительный воздушный поток, который направлял бы разрабатываемые волокна в рабочую зону приемного барабана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прядение хлопка и химических волокон / И.Г. Борзунов, К.И. Бадалов, В.Г. Гончаров и др. - М.: Легкая и пищевая промышленность, 1982. - 376 с.
2. Протасова В.А. Шерстопрядильное оборудование. - М.: Легкая индустрия, 1980. - 576 с.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. - М.: Наука, 1985.-432 с.