

## МЕХАНИКА

УДК 621. 9. (047)

### ЖЕСТКОСТЬ И ВИБРОУСТОЙЧИВОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ АЛМАЗНО-АБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКИ ТВЕРДЫХ НЕМЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

академик, д-р техн. наук, проф. П.И. ЯЩЕРИЦЫН  
(Физико-технический институт НАН Беларуси)

д-р техн. наук, проф. М.Л. ХЕЙФЕЦ, канд. техн. наук, доц. А.А. ЛЫСОВ, Н.Л. ГРЕЦКИЙ  
(Полоцкий государственный университет)

Предложена модель шпиндельного узла с алмазным кольцевым инструментом, на основании которой получены рациональные режимы обработки твердых неметаллических материалов, при которых увеличиваются стойкость инструмента и качество обработанной поверхности.

**Введение.** При использовании высокопроизводительных алмазных инструментов в машиностроении и строительном производстве для обработки твердых неметаллических материалов вследствие большого количества стыков в шпиндельном узле при недостаточной виброустойчивости технологической системы в процессе сверления возникает интенсивная вибрация. Она значительно ухудшает качество полученных отверстий и вызывает дополнительные нагрузки на инструмент, в результате чего происходит интенсивный износ или выкрашивание алмазосодержащего слоя [1,2].

Качество и производительность алмазно-абразивной обработки твердых неметаллических материалов, интенсивность износа и стойкость кольцевых сверл определяется прежде всего жесткостью и виброустойчивостью технологической системы. Поэтому частота является важнейшей характеристикой колебаний технологического процесса и весьма важно знать, какое влияние она оказывает на стойкость инструмента совместно с амплитудой [3,4].

**Расчетная схема динамической модели обработки отверстий.** В процессе сверления шпиндель установки приводится во вращение от электродвигателя. Вместе с вращением шпинделю передаются некомпенсированные колебания, биение инструмента, вибрация и другие возмущения. При совпадении собственной частоты шпинделя с закрепленным инструментом и частоты внешних возмущений в колебательном контуре технологической системы создаются условия для поддержания колебаний на резонансном уровне. Изучение закономерностей собственных колебаний шпинделя и инструмента, их форм и частот позволяет построить динамическую модель шпиндельного узла инструмента и выработать рекомендации по повышению виброустойчивости технологической системы [4, 5].

Решение поставленной задачи рассмотрим на примере динамической модели шпиндельного узла с кольцевым сверлильным инструментом, расчетная схема которой (рис. 1) представляет собой консольную балку на двух радиальных опорах в точках *A*, *B* и осевой опоре в точке *C*. На консоли в точке *O* закреплен инструмент радиусом *R*. Длина консоли  $l_1 = |OA|$ . Длина пролета между опорами *A* и *B*  $l_2 = |AB|$ . Диаметр консольной части –  $d_1$ , пролета –  $d_2$ , плотность материала шпинделя –  $\rho'$ .

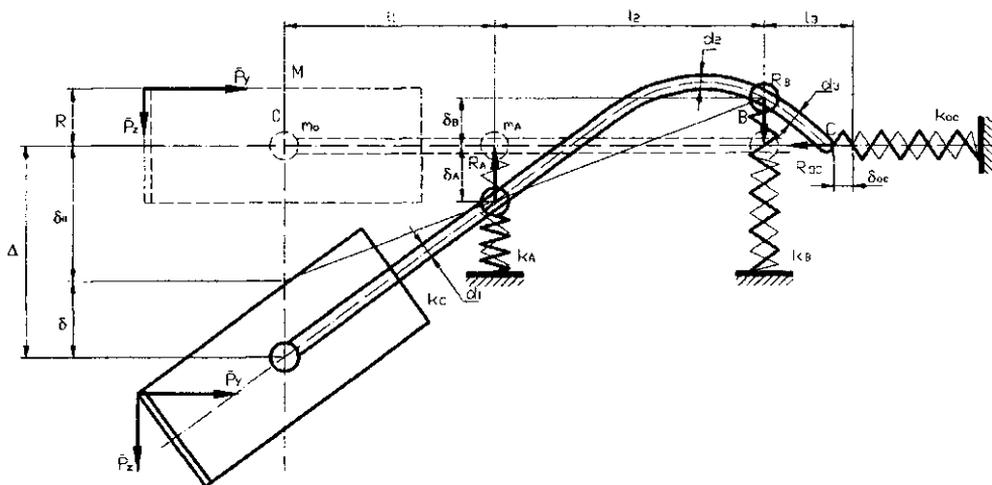


Рис. 1. Расчетная схема колебаний в динамической модели шпиндельного узла с инструментом

К инструменту приложены главная  $P_z$  отжимающая  $P_y$  составляющие силы резания. Колебательные движения шпиндельного узла описываются в обобщенных координатах  $\delta$ , перемещениями:  $\delta$  – относительно точки  $O$ ;  $\delta_A$  – относительно точки  $A$ ;  $\delta_B$  – относительно точки  $B$ ;  $\delta_{OC}$  – относительно точки  $C$ ; для сосредоточенных масс  $m_i$ :  $M$  – инструмента, приведенного к точке  $O$ ;  $m_o = \pi\rho' d^2 l_1 / 8$  – части консоли, приведенной к точке  $O$ ;  $m_A = \pi\rho' (d_1^2 l_1 + d_2^2 l_2) / 8$  – частей консоли и пролета, приведенных к точке  $A$ ;  $m_B = \pi\rho' d_2^2 l_2 / 8$  – части пролета, приведенной к точке  $B$ .

Реакции упругодеформированных опор (рис. 1) представим зависимостями:

- для опоры в точке  $A$ :  $R_A = P_z(1 + l_1/l_2) - P_y R/l_2$ ;
- для опоры в точке  $B$ :  $R_B = P_z l_1/l_2 - P_y R/l_2$ ;
- для осевой опоры в точке  $C$ :  $R_{OC} = P_y$ .

**Математическая модель шпиндельного узла с инструментом.** Математическое описание динамической модели шпиндельного узла высокопроизводительного инструмента представим системой дифференциальных уравнений Лагранжа второго рода для обобщенных координат  $\delta_i$ :

$$\frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{\delta}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial \delta_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial \delta_i} = 0, \quad (1)$$

где  $\tau$  – текущее время;  $K$  – кинетическая энергия системы;  $\Pi$  – потенциальная энергия системы.

Для консервативных механических систем (1) преобразуется:

$$\frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{\delta}_i} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial \delta_i} = 0.$$

Опишем потенциальную и кинетическую энергии системы матрицами жесткости и масс для квадратичных форм обобщенных координат  $\delta_i$  и скоростей  $\dot{\delta}_i$  с постоянными коэффициентами.

Согласно схеме (см. рис. 1), обобщенные координаты  $\delta$ ,  $\delta_A$ ,  $\delta_B$ ,  $\delta_{OC}$  связаны с перемещениями опор  $O$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  уравнениями

$$\begin{cases} \delta(\delta + \delta_O - \delta_A) = \delta^2 + \delta\delta_A l_1/l_2 + \delta\delta_B l_1/l_2; \\ \delta(\delta_A + \delta_B) = \delta_A^2 + \delta_A \delta_B; \\ \delta_B \delta_B = \delta_B^2; \\ \delta_{OC} \delta_{OC} = \delta_{OC}^2, \end{cases}$$

коэффициенты которых образуют матрицу перемещений

$$\begin{bmatrix} 1 & l_1/2l_2 & l_1/2l_2 & 0 \\ l_1/2l_2 & 1 & 1/2 & 0 \\ l_1/2l_2 & 1/2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

С учетом обобщенных моментов и сил в точке  $O$  –  $(P_z^2 l_1 - P_y^2 R)$ , точке  $A$  –  $(P_A^2 l_2 - P_y^2 R)$  и точке  $B$  –  $(P_B^2 l_1 - P_y^2 R)$  матрица жесткости для потенциальной энергии

$$\Pi = \frac{8}{E\pi d_2^4} \begin{bmatrix} c & cl_1/2l_2 & cl_1/2l_2 & 0 \\ cl_1/2l_2 & a & a/2 & 0 \\ cl_1/2l_2 & a/2 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e \end{bmatrix},$$

где  $c = 2n^4(P_z^2 l_1 - P_y^2 R)$ ,  $n = d_2/d_1$ ;  $a = 2[P_z^2(2l_1 + l_2 + l_1^2/l_2) - 2P_y P_z(1 + l_1/l_2)R + P_y^2(R^2/l_2 + R)]$ ;

$b = P_z^2 l_1^2/l_2 - 2P_y P_z R l_1/l_2 + P_y^2(R^2/l_2 + R)$ ;  $e = 4EJ_2 k_{OC} = E\pi d_2^4 k_{OC}/16$ ;  $E$  – модуль упругости;  $J_i$  – момент инерции  $i$ -того сечения шпинделя;  $k_{OC}$  – коэффициент осевой жесткости.

Для кинетической энергии получаем матрицу масс, используя сосредоточенные в точках  $O, A, B, C$  массы:

$$K = \frac{\pi \rho' d_2^2}{8} \begin{bmatrix} \frac{8M}{\pi \rho' d_2^2} + \frac{l_1}{n^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l_1}{n^2} + l_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{8M}{\pi \rho' d_2^2} + \frac{2l_1}{n^2} + 2l_2 \end{bmatrix}.$$

Для определения закономерности, формы и частоты собственных свободных колебаний инструмента и шпинделя нужно найти собственные числа и собственные векторы матрицы  $K^{-1} \Pi$

$$K^{-1} \Pi = \frac{64}{\pi^2 \rho' E d_2^6} \begin{bmatrix} 2C & mC & mC & 0 \\ \frac{\sigma}{m} \xi C & 2\xi A & \xi A & 0 \\ \frac{\sigma}{m} C & A & B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $m = l_1/l_2$ ,  $n = d_2/d_1$ ,  $\xi = n^2/(m+n)^2$ ,  $\sigma = km^2/n^2$ ,  $k = 8M/(\pi \rho' d_1^2 l_2) + m$  – коэффициенты;

$$C = [(P_x^2 l_1 - P_y^2 R) n^6 / k] / l_2, \quad A = [P_x^2 (2l_1 + l_2 + l_1^2 / l_2) - 2P_x P_y (1 + l_1 / l_2) R + P_y^2 (R^2 / l_2 + R)] / l_2,$$

$$B = [P_x^2 l_1^2 / l_2 - 2P_x P_y R l_1 / l_2 + P_y^2 (R^2 / l_2 + R)] / l_2, \quad G = \frac{k_{ок} \pi^2 \rho' E d_2^6}{16(8M + 2\pi \rho d_1^2 l_1 + 2\pi \rho d_2^2 l_2)} = \frac{k_a \pi^2 \rho' E d_2^6}{128 \sum_{i=1}^4 m_i} \cdot \text{параметры}$$

матрицы жесткости упругодеформированных опор, описывающие распределение нагрузок:  $C$  – на консоли,  $A$  – на 1-й опоре,  $B$  – на 2-й опоре;  $G$  – осевые нагрузки.

Для нахождения собственных чисел  $\lambda$ , матрицы  $K^{-1} \Pi$  (2) приравняем нулю определитель:

$$\Delta' = \frac{64(G - \lambda)}{\pi^2 \rho' E d_2^6} \begin{vmatrix} 2C - \lambda & mC & mC \\ \frac{\sigma}{m} \xi C & 2\xi A - \lambda & \xi A \\ \frac{\sigma}{m} C & A & B - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

Собственные числа  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , определяющие частоты радиальных колебаний инструмента и шпинделя, находим из уравнения:

$$\lambda^3 - (2C + 2\xi A + B)\lambda^2 - (\sigma(1 + \xi)C^2 + \xi A^2 - 4\xi CA - 2\xi AB - 2CB)\lambda + \sigma \xi C^2 B + 2\xi CA^2 - 4\xi CAB = 0. \quad (4)$$

При незначительном влиянии силового фактора  $C$  на консоли ( $C \ll A$  и  $C \ll B$ ) уравнение (4) примет вид:

$$\lambda^3 - (2\xi A + B)\lambda^2 - \xi A(A - 2B)(\lambda - 2C) = 0.$$

При условии  $2C \ll \lambda_3$  для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  получаем:

$$\lambda^2 - (2\xi A + B)\lambda - \xi A(A - 2B) = 0;$$

$$\lambda_{1,2}' = [(2\xi A + B) \pm \sqrt{(2\xi A - B)^2 + 4\xi A^2}] / 2. \quad (5)$$

Собственные частоты радиальных колебаний инструмента и шпинделя инструмента определяем через собственные числа матрицы  $K^{-1} \Pi$  (2) (приняв  $G = 0$ ):

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i}. \quad (6)$$

Формы собственных радиальных колебаний инструмента и шпинделя находим, используя собственные векторы, при подстановке собственных чисел:

$$\begin{bmatrix} 2C - \lambda & mC & mC \\ \frac{\sigma}{m}\xi C & 2\xi A - \lambda & \xi A \\ \frac{\sigma}{m}C & A & B - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \delta_A \\ \delta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Поскольку определитель данной совместной системы  $\Delta = 0$  (3), то ее строки пропорциональны.

При незначительном влиянии консоли ( $C \ll A$ ,  $C \ll B$ ) на распределение нагрузок, силы в точках  $O$  и  $A$  выравниваются; это значит, что 1-я и 2-я строки матрицы пропорциональны, следовательно

$$\begin{bmatrix} 2C - \lambda & mC \\ \frac{\sigma}{m}C & B - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \delta_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mC\delta_A \\ A\delta_A \end{bmatrix}.$$

Форма собственных радиальных колебаний инструмента и шпинделя инструмента ( $\Delta$ ,  $\delta_A$ ,  $\delta_B$ ) определяется уравнениями:

$$\Delta = \delta + \delta_O; \quad \delta_A = \frac{(2C - \lambda)(B - \lambda) - \sigma C^2}{mC(B - \lambda) - mCA} \delta; \quad \delta_B = \frac{(2C - \lambda)A - \sigma C^2}{mC(B - \lambda) - mCA} \delta,$$

где  $\delta_O = \delta_A(1 + m) + (-\delta_B)m$ .

Полное смещение определяется соотношением:

$$\Delta = \left[ \lambda^2 - (3C + B - A)\lambda - 3C(B - A) + (\lambda^2 - (2C + B)\lambda + 2CB) / m - C^2\sigma / m \right] \delta / [C(B - A - \lambda)], \quad (7)$$

где  $\sigma = km^2/n^2 = 8Mm^2/(\pi\rho'd_2^2l_2)n^2 + m^3/n^2$ .

**Численное решение математической модели.** На основе обобщенных экспериментальных данных применительно к динамической модели были проведены расчеты для разных типоразмеров инструментов, закрепленных на шпинделях специальных установок и для различных режимов обработки отверстий.

В табл. 1 представлены исходные данные, описывающие размеры инструмента и шпинделя  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  и расчетные значения коэффициентов  $m$ ,  $n$ ,  $\sigma$ ,  $k$  параметров  $C$ ,  $A$ ,  $B$ , описывающих распределение нагрузок и собственные частоты  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ .

Экспериментальные данные по возбуждению колебаний шпиндельного узла при алмазном шлифовании [6] близки к расчетным соотношениям (табл. 1).

Таблица 1

Расчет параметров шпиндельных узлов с инструментами при сверлении ( $E = 2,1 \cdot 10^{14}$  Па,  $\rho' = 7900$  кг/м<sup>3</sup>)

| Размеры, коэффициенты, параметры, значения | Конструкции шпиндельных узлов с кольцевым инструментом при различных нагрузках |        |       |        |
|--|--|--------|-------|--------|
|  | I  | II     | III   | IV     |
| $R$ , м                                    | 0,04   | 0,04   | 0,05  | 0,05   |
| $M$ , кг                                   | 1,5  | 1,5    | 2,0   | 2,0    |
| $P_z$ , Н                                  | 60   | 100    | 60    | 100    |
| $P_y$ , Н                                  | 300  | 500    | 300   | 500    |
| $l_1$ , м                                  | 0,20   | 0,20   | 0,30  | 0,30   |
| $l_2$ , м                                  | 0,080  | 0,080  | 0,010 | 0,010  |
| $d_1$ , м                                  | 0,020  | 0,020  | 0,025 | 0,025  |
| $d_2$ , м                                  | 0,015  | 0,015  | 0,020 | 0,020  |
| $m$  | 2,5  | 2,5    | 3     | 3      |
| $n$  | 0,75   | 0,75   | 0,8   | 0,8    |
| $k$  | 17,6   | 17,6   | 13,3  | 13,3   |
| $\xi$                                      | 0,053  | 0,053  | 0,044 | 0,044  |
| $\sigma$                                   | 196,75   | 196,75 | 187,3 | 187,3  |
| $C$ , Н <sup>2</sup>                       | -363   | -1010  | -673  | -1870  |
| $A$ , Н <sup>2</sup>                       | 48600  | 135000 | 53100 | 147500 |
| $B$ , Н <sup>2</sup>                       | 45000  | 125000 | 45900 | 127500 |
| $\omega_1$                                 | 36   | 60     | 55    | 96     |
| $\omega_2$                                 | 47   | 79     | 44    | 73     |
| $\omega_3$                                 | 220  | 367    | 225   | 344    |

В табл. 2 представлены формы ( $\Delta$ ,  $\delta_A$ ,  $\delta_B$ ) собственных радиальных колебаний шпиндельного узла с инструментом при принятом смещении  $\delta_A = 1$ , соответствующие расчетным значениям частот собственных колебаний  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ .

Таблица 2

Формы колебаний и соотношения коэффициентов жесткости кольцевого сверла и опор шпинделя для различных собственных частот колебаний узла по вариантам I – IV

| $\omega = 36$ Гц |            |            | $\omega = 47$ Гц |            |            | $\omega = 220$ Гц |            |            |
|------------------|------------|------------|------------------|------------|------------|-------------------|------------|------------|
| I                |            |            | I                |            |            | I                 |            |            |
|                  |            |            |                  |            |            |                   |            |            |
| $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$          | $\delta_A$ | $\delta_B$ |
| 4,5              | 1          | 3,05       | 0,68             | 1          | 1,1        | 45,8              | 1          | 16,8       |
| $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$             | $k_A$      | $k_B$      |
| 2220             | 120        | 97         | 1209             | 200        | 212        | 94000             | 3893       | 400        |
| $\omega = 60$ Гц |            |            | $\omega = 79$ Гц |            |            | $\omega = 367$ Гц |            |            |
| II               |            |            | II               |            |            | II                |            |            |
|                  |            |            |                  |            |            |                   |            |            |
| $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$          | $\delta_A$ | $\delta_B$ |
| 2,96             | 1          | 1,3        | 0,68             | 1          | 1,1        | 45                | 1          | 16,5       |
| $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$             | $k_A$      | $k_B$      |
| 6118             | 328        | 529        | 2008             | 562        | 699        | 262000            | 10683      | 1150       |
| $\omega = 44$ Гц |            |            | $\omega = 55$ Гц |            |            | $\omega = 225$ Гц |            |            |
| III              |            |            | III              |            |            | III               |            |            |
|                  |            |            |                  |            |            |                   |            |            |
| $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$          | $\delta_A$ | $\delta_B$ |
| 0,53             | 1          | 1,1        | 34               | 1          | 23,3       | 61                | 1          | 18,7       |
| $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$             | $k_A$      | $k_B$      |
| 2505             | 416        | 492        | 7980             | 756        | 61         | 139000            | 7436       | 955        |
| $\omega = 73$ Гц |            |            | $\omega = 92$ Гц |            |            | $\omega = 344$ Гц |            |            |
| IV               |            |            | IV               |            |            | IV                |            |            |
|                  |            |            |                  |            |            |                   |            |            |
| $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$         | $\delta_A$ | $\delta_B$ | $\Delta$          | $\delta_A$ | $\delta_B$ |
| 0,53             | 1          | 1,1        | 44               | 1          | 22         | 61                | 1          | 18,7       |
| $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$            | $k_A$      | $k_B$      | $k_C$             | $k_A$      | $k_B$      |
| 6551             | 1190       | 1487       | 22155            | 2065       | 154        | 387000            | 20147      | 2698       |

Для определения закономерностей колебаний шпинделя с инструментом, необходимо иметь амплитуды колебаний, которые находятся при заданных начальных условиях для обобщенных координат  $\delta(0)$ ,  $\delta_A(0)$ ,  $\delta_B(0)$  или скоростей  $\dot{\delta}(0)$ ,  $\dot{\delta}_A(0)$ ,  $\dot{\delta}_B(0)$ .

При наличии закономерности, описывающей колебания шпинделя и инструмента, можно определить коэффициенты жесткости  $k_C$ ,  $k_A$ ,  $k_B$  консоли 1-й и 2-й опор соответственно. Для этого уравнения движения шпинделя и инструмента преобразуем:

$$\begin{cases} k_C \delta + k_A \delta_A - k_B \delta_B - P_z - m_B \ddot{\delta}_B + m_A \ddot{\delta}_A + (m_O + M) \ddot{\delta} = 0; \\ P_y R + [k_C \delta + (m_O + M) \ddot{\delta} - P_z] l_1 - [m_B \ddot{\delta}_B + k_B \delta_B] l_2 = 0; \\ P_y R + [k_C \delta + (m_O + M) \ddot{\delta} - P_z] (l_1 + l_2) + [m_A \ddot{\delta}_A + k_A \delta_A] l_2 = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Подставив  $\ddot{\delta} = -\omega^2 \delta$ ,  $\ddot{\delta}_A = -\omega^2 \delta_A$ ,  $\ddot{\delta}_B = -\omega^2 \delta_B$  получаем

$$k_C = \frac{V + W - S \cdot l_2}{-2l_1 \delta}; \quad k_A = \frac{-k_C \delta (l_1 + l_2) - W}{\delta_A l_2}; \quad k_B = \frac{k_C \delta + k_A \delta_A + S}{\delta_B},$$

где  $S = -P_z - m_B(-\omega^2 \delta_B) + m_A \delta_A + (m_O + M)(-\omega^2 \delta)$ ;  $V = P_y R + (m_O + M)(-\omega^2 \delta) l_1 - P_z l_1 - m_B l_2(-\omega^2 \delta_B)$ ;

$$W = P_y R + (m_O + M)(-\omega^2 \delta)(l_1 + l_2) - m_A l_2(-\omega^2 \delta_A).$$

Решая систему, получаем коэффициенты жесткости  $k_C$ ,  $k_A$ ,  $k_B$ .

В табл. 2 представлены соотношения коэффициентов жесткости  $k_C$ ,  $k_A$ ,  $k_B$ , соответствующие собственным частотам колебаний шпинделя с инструментом. Для определения действительных значений коэффициентов жесткости необходимо вместо  $\delta$ ,  $\delta_A$ ,  $\delta_B$  подставить амплитуды колебаний.

**Технологическая система алмазно-абразивной обработки отверстий.** Рассмотрим влияние осевого коэффициента жесткости  $k_{OC}$  на колебания в технологической системе шпиндельного узла с инструментом при алмазном сверлении твердых неметаллических материалов. Существует прямая зависимость между коэффициентом жесткости и квадратом частоты радиальных колебаний  $\omega_r^2$ . Между  $k_{OC}$  и квадратом осевой частоты колебаний  $\omega_{OC}^2$  та же прямая зависимость. Из (3) следует, что соотношение радиальных частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  не зависит от осевой частоты  $\omega_{OC}$ . На формы колебаний ( $A$ ,  $\delta_A$ ,  $\delta_B$ ) коэффициент жесткости  $k_{OC}$  непосредственно не влияет, так как не влияет на соотношение частот  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  и на соотношение радиальных коэффициентов жесткости  $k_C$ ,  $k_A$ ,  $k_B$  (8). Отсюда следует независимость форм радиальных и осевых колебаний.

Влияние коэффициента жесткости  $k_{OC}$  на амплитуды колебаний существенно, так как они находятся из начальных условий  $\delta(0)$ ,  $\delta_A(0)$ ,  $\delta_B(0)$  или  $\dot{\delta}(0)$ ,  $\dot{\delta}_A(0)$ ,  $\dot{\delta}_B(0)$ , которые в свою очередь обусловлены распределением радиальных и осевых сил в начальный момент. Так как начальные условия определяются и задаются в ходе экспериментов, влияние коэффициента жесткости  $k_{OC}$  на амплитуды и закономерности колебаний определяются по экспериментальным данным.

Рассмотрим вертикальную плоскость  $ZOY$  (рис. 2). Вдоль оси шпинделя действует осевая сила  $P_{OC} = P_y$ . Величины амплитуд виброускорений противоположны значениям осевой силы  $P_{OC}$ . В этом случае сжимающая осевая сила, выбирая зазоры в шпиндельном узле, оказывает демпфирующее действие, значит, среди осевых параметров превалирует демпфирование и на радиальные колебания инструмента наиболее существенное влияние оказывает осевое демпфирование.

Коэффициент демпфирования является важнейшим параметром при подавлении вибрации шпиндельного узла алмазного кольцевого сверла.

Рассмотрим горизонтальную плоскость  $XOZ$  (см. рис. 2). Поперек оси шпинделя действует расклинивающее усилие  $P_{рас} = P_z$ . Возникает это усилие вследствие несоосности шлифующего алмазосодержащего кольца инструмента относительно оси шпинделя, а также из-за неполного удаления стружки из зоны обработки.

В результате на осевое демпфирование, а значит, на радиальные и осевые колебания инструмента значительное влияние оказывает взаимодействие рабочей поверхности инструмента с обрабатываемым материалом, т.е. процесс стружкообразования.

Используя основные характеристики системы (жесткость, демпфирование, инертность) и выяснив их влияние на радиальные колебания шпинделя инструмента, дополним модель радиальных колебаний (см. рис. 1) взаимозависимой с нею моделью осевых колебаний (см. рис. 2), в которой  $\Sigma m_i$  – масса системы,  $k_{OC}$  – коэффициент осевой жесткости,  $\eta_{OC}$  – коэффициент осевого демпфирования.

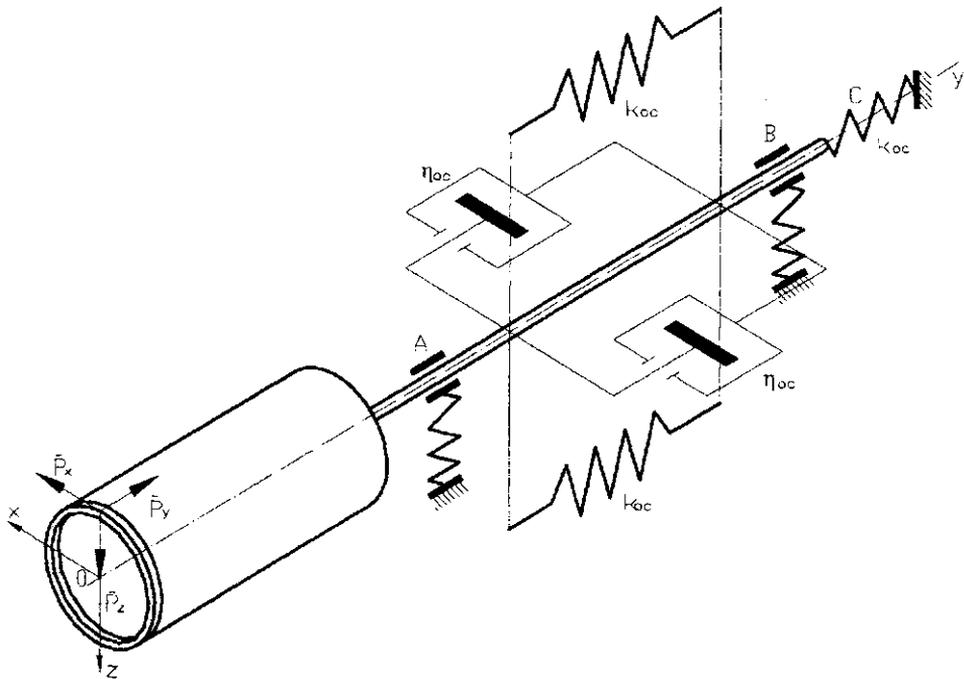


Рис. 2, Расчетная схема осевых колебаний динамической модели алмазного кольцевого сверла в шпиндельном узле

Независимость соотношения частот радиальных и осевых колебаний, а также независимость их форм в комплексной модели и взаимозависимость амплитуд радиальных и осевых колебаний необходимо учитывать при проектировании инструментов.

Результаты моделирования собственных колебаний шпиндельного узла установки с закрепленным кольцевым алмазным сверлом позволяют разрабатывать виброустойчивые конструкции и рекомендации по эффективным режимам обработки бетона, железобетона, каменных конструкций и других твердых неметаллических материалов [7].

Выводы. Рассмотренная динамическая модель шпиндельного узла с закрепленным кольцевым алмазным сверлом позволила определить собственные частоты и формы колебаний шпинделя с инструментом при обработке твердых неметаллических материалов, на основании которых показано:

- формы собственных радиальных и осевых колебаний связаны слабо и определяются частотами колебаний шпинделя с инструментом;
- амплитуды радиальных и осевых колебаний сильно взаимосвязаны и определяются жесткостью контакта элементов технологической системы;
- с увеличением типоразмера алмазного сверла рациональная частота вращения шпинделя снижается незначительно, а с увеличением осевой подачи рекомендуемая частота вращения шпинделя существенно возрастает.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Инструменты из сверхтвердых материалов / Под ред. Н.В. Новикова. - Киев: ИСМ НАНУ, 2001. - 528 с.
2. Абразивная и алмазная обработка материалов / Под ред. А.Н. Резникова. - М.: Машиностроение, 1977.-384 с.
3. Мурашкин Л.С., Мурашкин С.Л. Прикладная нелинейная механика станков. - Л.: Машиностроение, 1977.-192 с.
4. Жарков И.Г, Вибрации при обработке лезвийным инструментом. - М.: Машиностроение, 1986. - 184 с.
5. Обработка износостойких покрытий / Л.М. Кожуро, Ж.А. Мрочек, М.Л. Хейфец и др. - Ми., ДизайнПРО, 1997.-208 с.
6. Скучас И.Ю., Аугустайтис В.В., Жвирблис А.В. Развитие методов автоматизированного проектирования функциональных частей ГПС. - Вильнюс: Мокслас, 1989. - 304 с.
7. Хейфец М.Л., Лысов А.А., Грецкий Н.Л. Влияние технологических параметров на виброустойчивость при сверлении твердых неметаллических материалов *К* Машиностроение: Республ. межведомств, сб. науч. тр. Вып. 20: В 2-х т. Т. 2 / Под ред. И.П. Филонова. - Мн.: Технопринт, 2004. - С, 172- 178.