УДК 528.063

О ВЫЧИСЛЕНИИ ВЕРОЯТНОСТИ ПОПАДАНИЯ ПУНКТА В КРУГ ОШИБОК МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

В.А. БОНДАРЕНКО, канд. техн. наук, доц. В.И. МИЦКЕВИЧ, канд. техн. наук В.В. ЯЛТЫХОВ
(Полоцкий государственный университет)

Приведен алгоритм, позволяющий вычислять вероятность попадания координат пункта в круг ошибок при нетрадиционных методах уравнивания.

Для реализации оценки точности положения пунктов методом статистических испытаний при нетрадиционных методах уравнивания применяется формула

$$Q = FP^{-1}F^{T},$$

где P – матрица весов измерений; F – расширенная псевдообратная матрица:

$$F = \left(A^{T}CA\right)^{-1}A^{T}C, \qquad (1)$$

здесь A – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок; $C = P\left(diag|V|^{n-2}\right)$; V – вектор поправок в измерения, полученные при любом показателе степени n.

При $n = 2$ имеем уравнивание по методу наименьших квадратов, при $n = 1$ – по методу наименьших модулей [1].

Матрицу F можно получить не только аналитически по формуле (1), но и численно по формуле

$$F_{i \times i} = \frac{\hat{X}_{\delta_i} - \hat{X}}{\delta_i},$$

где $\hat{X}$ – координаты пунктов, уравненные любым методом; $\hat{X}_{\delta_i}$ - те же уравненные координаты, полученные после искажения i-того измерения на величину δ [2].

Используя вычисленную матрицу F, можно не только выполнить оценку точности функций уравненных и измеренных величин, но и вычислить вероятность попадания координат определяемого пункта в круг ошибок методом статистических испытаний.

Вычисление вероятности рекомендуется выполнять при большом количестве опытов (10 000 опытов) следующим образом. Пусть из уравнивания известны ошибки положения определяемых пунктов M_j. По величинам средних квадратических ошибок результатов геодезических измерений, полученным после уравнивания, генерируем вектор свободных членов параметрических уравнений поправок L. Вычисляем вектор приращений координат

$$\delta X = -FL.$$

Для каждого определяемого пункта вычисляем статистическое уклонение

$$R_j = \sqrt{\delta_{x_i}^2 + \delta_{x_{i+1}}^2},$$

где $\delta_{x_i}, \delta_{x_{i+1}}$ – компоненты вектора δX.

Если $R_j \le M_j$, то пункт j попал в круг ошибок. Вероятность попадания координат определяемого пункта в круг ошибок рассчитаем по формуле

$$P = \frac{K}{10000},$$

где K - число попаданий координат определяемого пункта в круг ошибок при 10 000 испытаний.

Расчеты на ЭВМ показали, что, благодаря применению матрицы F, для геодезических сетей, состоящих из 5 пунктов, вышеизложенные вычисления занимают 1 секунду машинного времени.

Практическая значимость данного предложения заключается в возможности вычисления вероятности P при нетрадиционных методах уравнивания. Ранее вероятность рассчитывалась при уравнивании по методу наименьших квадратов (МНК), для которого $P = 0.65$, независимо от величины средних квадратических ошибок результатов M_i.

В качестве примера применим наши предложения к методу многостепенной оптимизации, когда уравненные координаты пунктов и уравненные измерения получают путем минимизации двух целевых функций [3]:

$$\Phi_1(X)=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{C_i}{\sigma_i}\right)^{n_i}\left|L_i(X)\right|^{n_i};$$

$$\Phi_2(X)=min(max\,M_i). \qquad (2)$$

Результаты расчетов представлены в таблице.

Результаты вычисления вероятности

№ примера	1 (93)	2 (129)	3 (153)	4 (179)	5 (202)	6 (217)
Обработка по методу наименьших квадратов						
μ	0.608	1.139	0.833	1.053	1.098	1.121
M_1	0.0523	0.0475	0.0424	0.0595	0.0373	0.0077
M_2	0.0536	0.0292	0.0439	0.0766	0.0406	0.0141
M_3	0.0245	0.0387	0.0206	0.0392	–	0.0125
M_4	–	–	–	0.0589	–	–
P_1	0.634	0.635	0.638	0.659	0.640	0.644
P_2	0.635	0.632	0.649	0.673	0.622	0.645
P_3	0.667	0.631	0.637	0.630	–	0.641
P_4	–	–	–	0.658	–	–
Обработка по методу многостепенной оптимизации						
μ	0.471	1.084	0.803	0.515	0.989	0.331
M_1	0.0467	0.0436	0.0409	0.0437	0.0381	0.0061
M_2	0.0435	0.0325	0.0430	0.0549	0.0377	0.0110
M_3	0.0196	0.0436	0.0208	0.0239	–	0.0111
M_4	–	–	–	0.0459	–	–
P_1	0.643	0.639	0.640	0.676	0.642	0.636
P_2	0.640	0.632	0.648	0.659	0.624	0.651
P_3	0.668	0.626	0.634	0.619	–	0.641
P_4	–	–	–	0.676	–	–

Примечание. Вычисление средних квадратических ошибок результатов измерений M_j и вероятности P выполнено для сетей, описанных в [4].

По полученным результатам можно сделать следующие выводы:

1. При уравнивании по методу наименьших квадратов величина вероятности P близка к 0,65, что является надежным контролем при отладке программы.
2. Благодаря многостепенной оптимизации, величины средних квадратических ошибок результатов измерений M_j уменьшились, по сравнению с вычисленными по методу наименьших квадратов, что и предусматривалось критерием минимакса ϕ_2 (2).
3. Несмотря на уменьшение средних квадратических ошибок M_j количество попаданий координат пунктов в круг ошибок K увеличилось, а следовательно, увеличится и вероятность P.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко В.А., Мицкевич В.И. Реализация оценки точности положения пунктов геодезической сети на ЭВМ методом статистических испытаний с применением расширенной псевдообратной матрицы / Полоцкий гос. ун-т. - Новополоцк. - 1999. - 5 с. - Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 28.06.99. № 669. - гд. 99 // РЖ 52. Геодезия и аэросъемка. - 1999.-№11.-11.52.218. ДЕП. - С. 28.
2. Андреев Ю.П. Вычисление оценок точности методом моделирования ошибок // Геодезия и картография. - 1971.-№ 11.-С 20-24.
3. Мицкевич В.И., Левданский П.М. Многокритериальное уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей на основе метода Ньютона / Полоцкий гос. ун-т. - Новополоцк. - 1999. -5с.- Деп. в ОНТИ ЦНИИГАиК 28.06.99. № 681. - гд. 99// РЖ 52. Геодезия и аэросъемка. - 1999. - № 11.— 11.52.212. ДЕП.-С. 28.
4. Практикум по высшей геодезии (вычислительные работы) / Н.В. Яковлев, Н.А. Беспалов, В.П. Глумов и др.: Учеб. пособие для вузов. - М.: Недра, 1982. - 368 с.