УДК 528. 2

ПОЛУЧЕНИЕ ПРОЕКЦИЙ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ УЧАСТИЯ ПРОЕКЦИИ В КОМПОЗИЦИИ

А.В. МАТКИН
(Полоцкий государственный университет)

Представлены результаты исследований по поиску оптимальной геодезической проекции для территорий или объектов, линейно вытянутых и произвольно ориентированных, показана практическая реализация такого алгоритма в созданном программном модуле для ЭВМ.

В работе [4] рассматривалась возможность применения отрицательных коэффициентов участия при соблюдении условия:

$$k_{цилиндрической} + k_{конической} = 1 . \quad (1)$$

При этом вид изоколы принимает форму сопряженных гипербол и их асимптот. Причем практические исследования показали, что на асимптотах $m = 1$, т.е. искажения отсутствуют. Наши исследования показали также, что при изменении коэффициентов участия (в тех случаях, когда один из них отрицательный, а другой больше единицы) можно менять угол наклона (ориентирование) асимптот.

В ранее созданной версии программы по поиску наилучших проекций был автоматизирован процесс нахождения наилучшей проекции для «площадных» территорий произвольной формы [6, 7]. Использование же отрицательных коэффициентов было возможно только в полуавтоматическом режиме, методом подбора, что не отвечало главному требованию исследований - по возможности максимальным образом автоматизировать процесс нахождения наилучшей проекции для территории любой формы при минимальном вмешательстве пользователя. Последнее следует из того, что данные алгоритмы и полученные на их основе программные продукты могут в дальнейшем быть использованы широким кругом потребителей, которые не обязательно должны быть специалистами в данной области и которым важно при имеющихся исходных данных получить оптимальный результат [1 - 3, 5].

Если протяженный объект вытянут вдоль меридиана, то можно использовать поперечно-цилиндрическую проекцию, если он вытянут вдоль параллелей, то можно использовать коническую проекцию. Очевидно, что проекции, полученные при отрицательных коэффициентах участия, могут быть применены к вытянутым (линейным) территориям или объектам, произвольно ориентированным. Было получено уравнение асимптоты:

$$y = \pm\sqrt{\left|\frac{k_{конической}}{k_{цилиндрической}}\right|} \cdot x . \quad (2)$$

Используя это уравнение, стало возможным намного ускорить и упростить процесс нахождения таких проекций.

Предлагается следующий алгоритм нахождения таких проекций. Заметим, что в дальнейших исследованиях стали использовать графические элементы интерфейса, так как по мере развития исследований становится очевидным, что данный алгоритм может стать органично связанной частью геоинформационных систем (ГИС) различного направления, где математическая основа является важным моментом.

Покажем, каким образом будет вестись поиск проекции в соответствующем программном модуле, созданном нами (рабочее название модуля BelLine V.I.O.). В качестве исходного объекта возьмем трассу Москва - Брест, которая как нельзя лучше подходит для таких целей: объект линейно вытянут, произвольно ориентирован, лежит в нескольких шестиградусных зонах (в применяемой на данный момент поперечно-цилиндрической проекции Гаусса - Крюгера).

Получим электронную карту объекта, для этого отсканируем интересующий участок (на территории Беларуси) и зарегистрируем его (сопоставим точки на рисунке с реальными координатами) (рис. 1).

Далее загрузим зарегистрированный рисунок в программу и, указав курсором мыши точки по объекту, получим линию регрессии. Уравнение линии регрессии находим по методу наименьших квадратов (МНК).

Составим уравнения поправок:

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = x_1 \cdot B + A - y_1 \\ V_2 = x_2 \cdot B + A - y_2 \\ - - - - - - - - - - - \\ V_n = x_n \cdot B + A - y_n \end{array}\right\} , \quad (3)$$

где n – количество указанных точек (чтобы точнее получить линию необходимо указать все характерные изгибы и повороты объекта); x и y – координаты точек по объекту.

По методу наименьших квадратов $[V_i] \to min$.

Получаем систему нормальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} N \cdot A + [x] \cdot B - [y] = 0 \\ [x] \cdot A + [x^2] \cdot B - [x \cdot y] = 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (4)$$

Для ее решения находится детерминант

$$DET = N \cdot [x^2] - [x]^2, \qquad (5)$$

где N – количество точек.

Тогда неизвестные коэффициенты будут получены следующим образом:

$$\begin{cases} A = \dfrac{[x^2] \cdot [y] - [x] \cdot [x \cdot y]}{DET} \\ B = \dfrac{N \cdot [x \cdot y] - [x] \cdot [y]}{DET} \end{cases}. \qquad (6)$$

Таким образом, уравнение линии регрессии будет иметь вид:

$$y = B \cdot x + A, \qquad (7)$$

где B – тангенс угла поворота линии от горизонтальной оси.

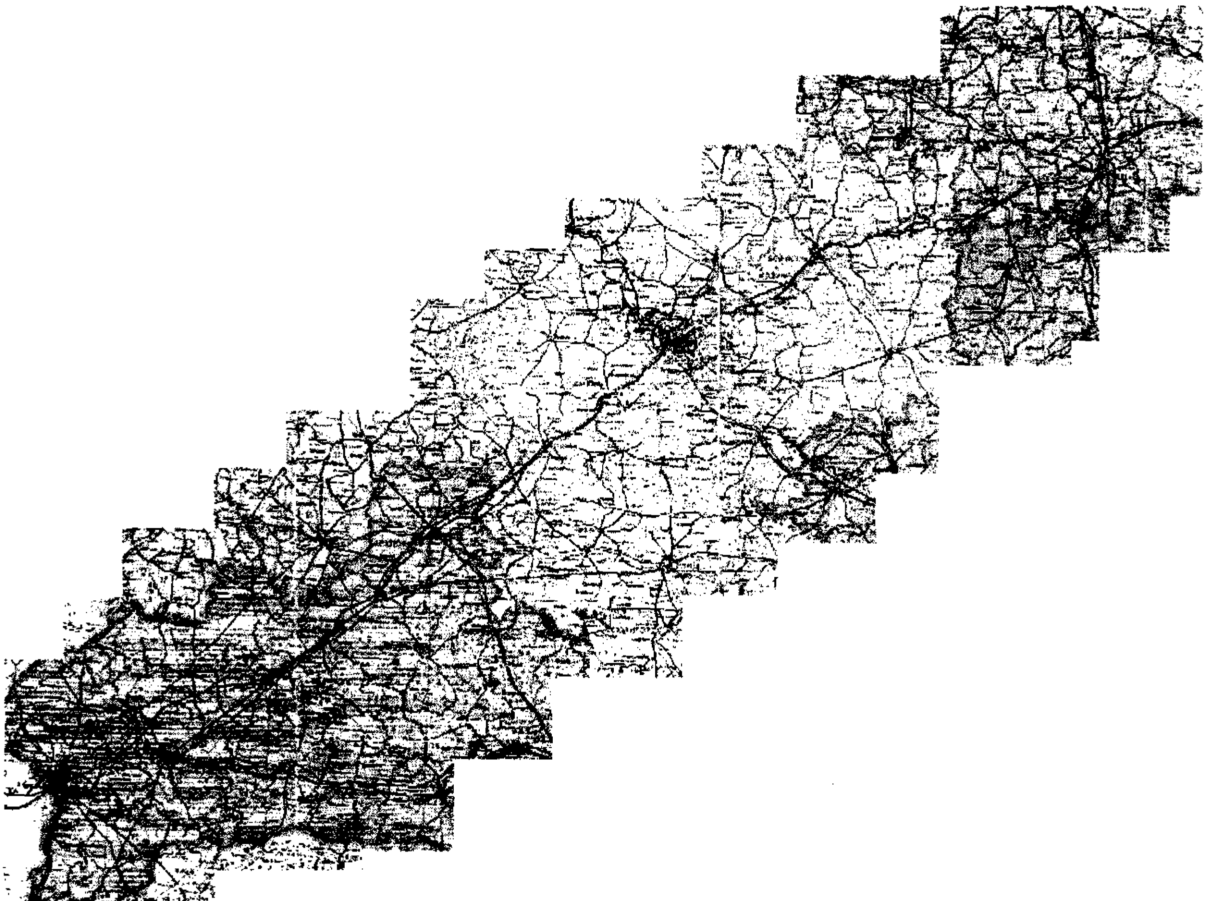

Рис. 1. Электронная карта объекта

Для нас важен параметр *B*, через него найдем коэффициенты участия проекций, учитывая (2):

$$B = \sqrt{\left|\frac{k_{конической}}{k_{цилиндрической}}\right|}, \tag{8}$$

где один коэффициент участия можно выразить через другой, согласно уравнению их связи, представленному выше, тогда

$$B = \sqrt{\left|\frac{k_{конической}}{1 - k_{конической}}\right|}. \tag{9}$$

Выразив $k_{конической}$, получим

$$k_{конической} = \frac{B^2}{1 + B^2}. \tag{10}$$

Затем можно найти другой коэффициент

$$k_{цилиндрической} = 1 - k_{конической}. \tag{11}$$

Рассмотрим это на нашем примере. Было отсканировано изображение территории, созданное в поперечно-цилиндрической проекции. С полученной электронной карты сняли прямоугольные координаты (X, Y) по объекту, просто указав курсором на точки, принадлежащие этому объекту. Таким образом, получили 51 точку. Координаты приведены ниже (таблица), следует заметить, что они получены в условной системе координат (в данном случае нам нужно получить только тангенс угла наклона прямой, наиболее точно проходящей через объект).

Прямоугольные координаты X, Y точек по исследуемому объекту

№ точки	X	Y	№ точки	x	Y
1	5783606,057	205654,872	27	5934870,698	425663,349
2	5788906,057	229654,872	28	5941629,755	436116.569
3	5790372,305	235094,928	29	5949292,913	444537,622
4	5792730,200	246715,981	30	5953166,598	464242.885
5	5790372.305	252779,139	31	5959819,229	480327,096
6	5795593,358	255894,928	32	5965292.913	488748.148
7	5805109,147	270126,507	33	5973208,703	496411,306
8	5810077,568	279052,823	34	5980282,387	497421,833
9	5826667,042	298000,191	35	5987692.913	512158,675
10	5829530,200	299852,823	36	5996366,598	530600,78
11	5831972,305	305410,718	37	6005040,282	536916,569
12	5844603,884	322252,823	38	6015566,598	543484,99
13	5848814,410	329579,139	39	6019019,229	549548,148
14	5860098,621	340947,56	40	6021882,387	567400.78
15	5865067,042	343810,718	41	6028450,808	577421,833
16	5872982,832	346673,876	42	6033166,598	595611,306
17	5878540,726	350884,402	43	6039482,387	611106,043
18	5879375,961	351726,507	44	6041417,495	620200,96
19	5885691,750	356442,297	45	6045038,548	638643,065
20	5891418,066	358547,56	46	6049838,548	645211,486
21	5890912,803	358800,191	47	6058512,232	657590,434
22	5894365,434	364358,086	48	6062975,390	672579,908
23	5898575,961	371179,139	49	6067438,548	683358,855
24	5906744,382	387515,981	50	6067691,179	698600,96
25	5918533,855	401410,718	51	6070049,074	70^369,381
26	5933270,698	412526,507			

По координатам нашли уравнение линии регрессии:

$$y = 0.637843423 \cdot x + 5649426.540. \tag{12}$$

Как уже говорилось, нам необходим коэффициент перед *X*, по нему найдем коэффициенты участия:

$$k_{конической} = -0,2484024; \tag{13}$$

$$k_{цилиндрической} = 1,2484024. \tag{14}$$

По данным коэффициентам найдем проекцию, причем центральная точка проекции должна лежать на линии объекта, тогда получаем следующий вид изокол (рис. 2).

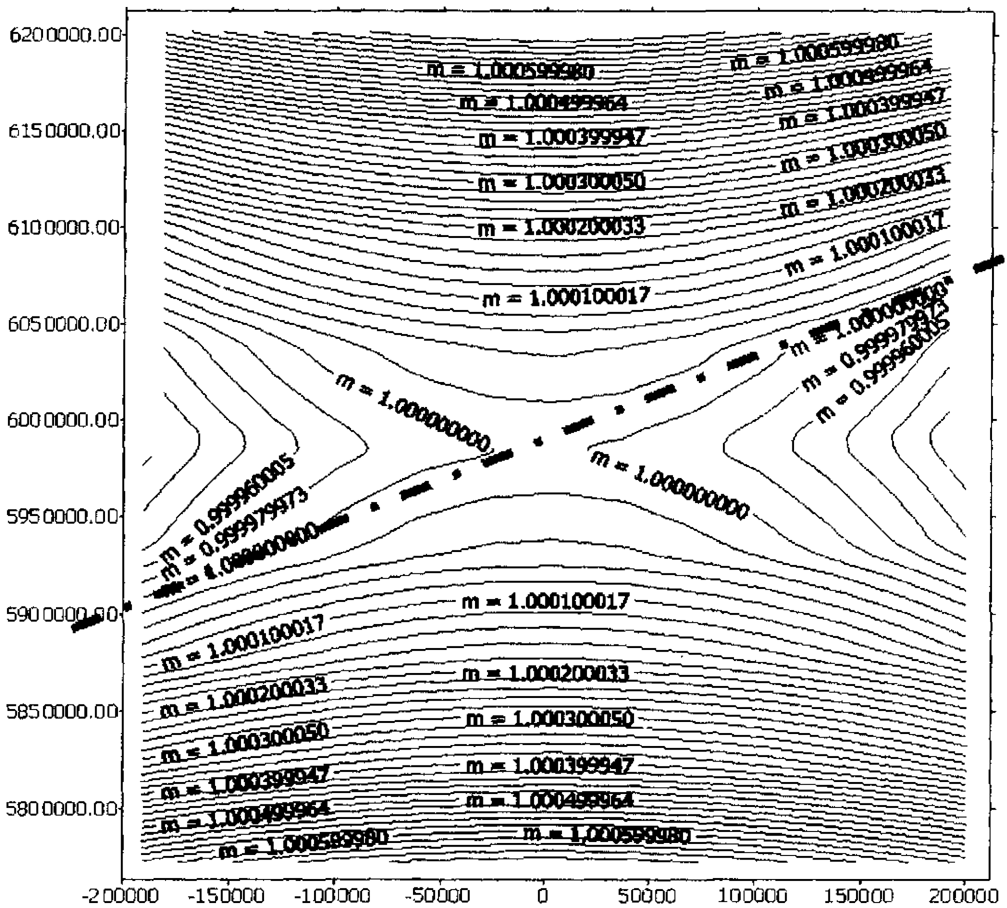

Рис. 2. Вид изокол в полученной проекции

Прерывистой линией на рисунке показана линия регрессии для объекта. Таким образом, получили единую (не делится на зоны) проекцию для линейного, длинной протяженности объекта, произвольно ориентированного, причем такую проекцию, при которой линия нулевых искажений будет стремиться проходить через весь объект, т.е. в этом случае имеем на объекте минимальные искажение или полное их отсутствие,

ЛИТЕРАТУРА

1. Подшивалов В.П. Координатная среда для геоинформационных систем // Геодезия и картография. - 1997. - № 6. - С. 51 - 55.
2. Подшивалов В.П. Теоретические основы формирования координатной среды для геоинформационных систем. - Новополоцк: ПГУ, 1998. - 125 с.
3. Подшивалов В.П. Композиционные геодезические проекции // Геодезия и картография. - 2000. - №8.-С. 39-43.
4. Подшивалов В.П., Маковский С.В. Система плоских прямоугольных координат для линейных объектов // Известия вузов, геодезия и аэрофотосъемка. - 2000. - N ° 4. - С. 12-18.
5. Подшивалов В.П. Геодезические проекции на основе поликонических проекций Лагранжа // Геодезия и картография. - 2001. - № 2. - С. 24 - 26.
6. Маткин А.В., Подшивалов В.П. Алгоритмическая основа автоматизации выбора наилучших геодезических проекций // Вести. Полоцкого гос. ун-та. Прикладные науки. Т. 2. - 2003. - С. 92 - 96.
7. Маткин А.В. Автоматизация изысканий наилучших геодезических проекций // Геодезическое обеспечение кадастра, землеустройства и сельскохозяйственного строительства: Сб. науч. тр. - Горки, 2002.-С. 13-16.