

to the maximal linear subspace of $\mathbb{R}^n$, along which the function p is constant. We define the close set F consisting of such $u \in \mathbb{R}$ that for each “resonant” direction $\xi \in G'$, $\xi \neq 0$ it is not possible that the flux component $\xi \cdot \varphi(u)$ is affine while the diffusion coefficient $a(u)\xi \cdot \xi \equiv 0$ in any vicinity of u . If there are no resonant directions, that is, $G' = \{0\} \Leftrightarrow p \equiv \text{const}$, the set F consists of such u that either the flux vector is not affine or the diffusion matrix $a(u) \not\equiv 0$ in any vicinity of u . The main our result is the following

Theorem 1. Assume that for each $\delta > 0$ $(m - \delta, m) \cap F \neq \emptyset$, $(m, m + \delta) \cap F \neq \emptyset$. Then the entropy solution $u = u(t, x)$ satisfies the following decay property

$$\text{ess} \lim_{t \rightarrow +\infty} \sup_{y \in \mathbb{R}^n} \int_{|x-y|<1} |u(t, x) - m| dx = 0. \quad (4)$$

The requirement of Theorem 1 is precise. In unperturbed periodic case $v \equiv 0$ the decay property (4) was proved in [2] under the weaker condition that $\forall \xi \in G'$, $\xi \neq 0$, either the component $\xi \cdot \varphi(u)$ is not affine or the coefficients $a(u)\xi \cdot \xi \not\equiv 0$ in any vicinity of m . The special case $p \equiv \text{const}$ was treated in [3].

References

1. Chen G.-Q., Perthame B. Well-posedness for non-isotropic degenerate parabolic-hyperbolic equations. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire*. **20** (2003), 645–668.
2. Panov E. Yu. Decay of periodic entropy solutions to degenerate nonlinear parabolic equations. *J. Differential Equations*. **269** (1) (2020), 862–891.
3. Panov E. Yu. On some properties of entropy solutions of degenerate non-linear anisotropic parabolic equations. *J. Differential Equations*. **275** (2021), 139–166.

ДВУМЕРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ ГАУССА В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ $\mathfrak{L}_{\bar{\nu}, \bar{r}}$ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ М. В. Папкович, О. В. Скоромник (Новополоцк, Беларусь)

Рассматриваются двумерное интегральное преобразование:

$${}_1 I_{\sigma, \omega}^c(a, b) f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\sigma \int_0^{\mathbf{x}} \frac{(\mathbf{x} - \mathbf{t})^{c-1}}{\Gamma(c)} F\left(a, b; c; 1 - \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{t}}\right) \mathbf{t}^\omega f(\mathbf{t}) d\mathbf{t} \quad (\mathbf{x} > \mathbf{0})$$

и три его модификации ${}_j I_{\sigma, \omega}^c(a, b) f(\mathbf{x})$ ($j = 2, 3, 4$). Здесь $\mathbf{x} = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$, $\mathbf{t} = (t_1, t_2) \in \mathbb{R}^2$, $a = (a_1, a_2)$, $b = (b_1, b_2)$, $c = (c_1, c_2) \in \mathbb{R}^2$, $0 < c_j < 1$ ($j = 1, 2$); $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2) \in \mathbb{R}^2$; $\omega = (\omega_1, \omega_2) \in \mathbb{R}^2$; $(\mathbf{x} - \mathbf{t})^{c-1} = \prod_{j=1}^2 (x_j - t_j)^{c_j-1}$; $\int_0^{\mathbf{x}} = \int_0^{x_1} \int_0^{x_2}$; $\mathbf{x} \geq \mathbf{t}$ означает $x_1 \geq t_1, x_2 \geq t_2$; $d\mathbf{t} = dt_1 \cdot dt_2$ [1], [2];

$F(a, b; c; \mathbf{z}) = \prod_{j=1}^2 {}_2F_1(a_j, b_j; c_j; z_j)$, ${}_2F_1(a_j, b_j; c_j; z_j)$ ($j = 1, 2$) — гипергеометрические функции Гаусса [3].

В работе исследованы свойства рассматриваемых интегральных преобразований в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\bar{\nu}, \bar{r}}$ суммируемых функций $f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2)$ на $\mathbb{R}_+^2$, для которых: $\|f\|_{\bar{\nu}, \bar{r}} = \left\{ \int_{\mathbb{R}_+^1} x_2^{v_2 \cdot r_2 - 1} \left[\int_{\mathbb{R}_+^1} x_1^{v_1 \cdot r_1 - 1} |f(x_1, x_2)|^{r_1} dx_1 \right]^{r_2/r_1} dx_2 \right\}^{1/r_2} < \infty$,

$\bar{r} = (r_1, r_2) \in \mathbb{R}^2$, $(1 \leq \bar{r} < \infty)$, $\bar{\nu} = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$. Мы устанавливаем, что преобразования ${}_j I_{\sigma, \omega}^c(a, b) f(\mathbf{x})$ ($j = 1, 2, 3, 4$) являются специальными случаями двумерного обобщенного G-преобразования вида

$$(G_{\sigma, \kappa} f)(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^\sigma \int_0^{\mathbf{x}} G_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}^{\mathbf{m}, \mathbf{n}} \left[\mathbf{x} \mathbf{t} \left| \begin{matrix} (\mathbf{a}_i)_{1, p} \\ (\mathbf{b}_j)_{1, q} \end{matrix} \right. \right] \mathbf{t}^\kappa f(\mathbf{t}) d\mathbf{t} \quad (\mathbf{x} > \mathbf{0}),$$

где $\mathbf{m} = (m_1, m_2) \in \mathbb{N}_0^2$, $m_1 = m_2$; $\mathbf{n} = (\bar{n}_1, \bar{n}_2) \in \mathbb{N}_0^2$, $\bar{n}_1 = \bar{n}_2$; $\mathbf{p} = (p_1, p_2) \in \mathbb{N}_0$, $p_1 = p_2$; $\mathbf{q} = (q_1, q_2) \in \mathbb{N}_0^2$, $q_1 = q_2$ ($0 \leq \mathbf{m} \leq \mathbf{q}$, $0 \leq \mathbf{n} \leq \mathbf{p}$); $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$, $\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$, $\mathbb{N}_0^2 = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$;

$\sigma = (\sigma_1, \sigma_2) \in \mathbb{C}^2$; $\kappa = (\kappa_1, \kappa_2) \in \mathbb{C}^2$; функция $G_{\mathbf{p}, \mathbf{q}}^{\mathbf{m}, \mathbf{n}} \left[\mathbf{z} \left| \begin{smallmatrix} (\mathbf{a}_i)_{1,p} \\ (\mathbf{b}_j)_{1,q} \end{smallmatrix} \right. \right] = \prod_{k=1}^2 G_{p_k, q_k}^{m_k, \bar{n}_k} \left[z_k \left| \begin{smallmatrix} (a_{i_k})_{1,p_k} \\ (b_{j_k})_{1,q_k} \end{smallmatrix} \right. \right]$ — произведение G -функций $G_{p_k, q_k}^{m_k, \bar{n}_k} [z_k]$ ($k = 1, 2$) [4]. В работе даются условия ограниченности рассматриваемых операторов преобразований, описание их образов, устанавливаются формулы их обращения.

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ “Конвергенция–2025”, подпрограмма “Математические модели и методы”, задание 1.2.01.

Литература

1. Brychkov Y.A., Glaeske H.J., Prudnikov A.P., Tuan V.K. Multidimensional Integral Transformations. Gordon and Breach, Philadelphia, (1992).
2. Theory and applications of fractional differential equations. North-Holland Mathematics Studies 204. Amsterdam: Elsevier, 2006. – 523 p.
3. Erdelyi A., Magnus W., Oderhettinger F., and Tricomi F. G. Higher Transcendental Functions. V. 1. New York, McGraw-Hill, (1953).
4. Kilbas A.A., Saigo M. H -Transforms. Theory and Applications. Boca Raton, Florida: Chapman and Hall. 2004. – 400 p.

О ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ДВУХКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПОТОКОВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Л. А. Пилипчук, Е. Н. Полячок (Минск, Беларусь)

Рассматриваются экстремальные задачи: 1) поиска кратчайших путей среди путей максимальной ширины и 2) поиска путей максимальной ширины среди кратчайших путей из узла $s \in I$ связного орграфа $G = (I, U)$ в достижимые узлы множества $I \setminus \{s\}$, где множество дуг U определено на прямом произведении $I \times I$, $|I| < \infty$, $|U| < \infty$.

Математическая модель задачи поиска кратчайших путей из узла $s \in I$ в достижимые узлы множества $I \setminus \{s\}$ имеет следующий вид:

$$\sum_{(i,j) \in U} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$\sum_{(i,j) \in U} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-} x_{ji} = \begin{cases} n-1, i = s, \\ -1, i \in I \setminus \{s\}, n = |I|, \end{cases} \quad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbb{N}, (i, j) \in U. \quad (3)$$

Требуется минимизировать общее расстояние, пройденное потоком величины $n-1$, $n = |I|$ единиц из узла s до всех достижимых узлов из множества $I \setminus \{s\}$, при этом, в каждом узле $i \in I \setminus \{s\}$ требуется одна единица потока.

В [1] исследованы минимаксные соотношения в задачах оптимизации векторного критерия. В [2] получены алгоритмические решения для некоторых двухкритериальных задач потокового программирования при последовательном применении критериев оптимизации. В докладе рассматриваются алгоритмические и структурные решения задач 1), 2) с применением пометочных (индексных) методов построения кратчайших путей, основанных на решении уравнения Беллмана для узлов $i \in I$ и базисного метода построения оптимального решения задачи (1)–(3) с использованием корневых деревьев. В результате преобразований корневых деревьев базисного метода получено оптимальное корневое дерево с корнем в узле s . Для оптимального корневого дерева с корнем в узле s дуговой поток дуги $(pred[i], i)$, входящей в узел i , равен n_i , где $pred[i]$ — предок узла i , n_i — число узлов поддерева с корнем в узле $i \in I \setminus \{s\}$.

Литература

1. Комаров Ю.А., Куржанский А.Б. Минимаксные соотношения в задачах оптимизации векторного критерия. Доклады Академии наук. Т. 492, № 1 (2020), 104–107.