

по-русски название TORT (Transmutation Operators and Related Topics). В конференции приняли участие ряд известных математиков.

Таким образом, теория операторов преобразования и их многочисленных приложений является живой и активной ветвью современной математики. Операторам преобразования и их различным применениям посвящено достаточное число публикаций, в том числе издающихся монографий и сборников.

Литература

1. Катрахов В.В., Ситник С.М. Метод операторов преобразования и краевые задачи для сингулярных эллиптических уравнений. *Современная математика. Фундаментальные направления*. Т. 64, No. 2. (2018), 211–426.
2. Шишкина Э.Л. Общее уравнение Эйлера–Пуассона–Дарбу и гиперболические В-потенциалы. *Современная математика. Фундаментальные направления. Уравнения в частных производных*. Т. 65, No. 2. (2019), 157–338.
3. Ситник С.М., Шишкина Э.Л. *Метод операторов преобразования для дифференциальных уравнений с операторами Бесселя*. М.: Физматлит (2019).
4. Shishkina E.L., Sitnik S.M. *Transmutations, Singular and Fractional Differential Equations with Applications to Mathematical Physics*. In the Series: Mathematics in Science and Engineering. Elsevier, Academic Press (2020).
5. Ed. V.V. Kravchenko, S.M. Sitnik. *Transmutation Operators and Applications*. In the Series: Trends in Mathematics. Springer, Birkhauser (2020).
6. Kravchenko V.V. *Forward and Inverse Sturm–Liouville Problems: A Method of Solution*. In the Series: Frontiers in Mathematics. Springer (2020).
7. International Workshop on Transmutation Operators and Related Topics – I. Queretaro, Mexico, CINVESTAV. 2019. <https://www.math.cinvestav.mx/IWTOR>

МНОГОМЕРНЫЕ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ С ФУНКЦИЕЙ ЛЕЖАНДРА ПЕРВОГО РОДА В ЯДРАХ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ $\mathfrak{L}_{\bar{v}, \bar{r}}$ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

С. М. Ситник (Белгород, Россия),
О. В. Скоромник (Новополоцк, Беларусь)

Рассматривается многомерное интегральное преобразование:

$$(P_{\delta,1}^{\gamma} f)(\mathbf{x}) = \int_0^{\mathbf{x}} (\mathbf{x}^2 - \mathbf{t}^2)^{-\gamma/2} P_{\delta}^{\gamma} \left(\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{t}} \right) f(\mathbf{t}) d\mathbf{t} = g(\mathbf{x}) \quad (\mathbf{x} > 0)$$

и три его модификации $P_{\delta,j}^{\gamma} f$ ($j = 2, 3, 4$). Здесь $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n), \mathbf{t} = (t_1, \dots, t_n) \in \mathbf{R}^n; \int_0^{\mathbf{x}} := \int_0^{x_1} \dots \int_0^{x_n}$; $\mathbf{x} \cdot \mathbf{t} = \sum_{k=1}^n x_k t_k; \gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_n), 0 < \operatorname{Re}(\gamma_j) < 1, (j = \overline{1, n}); \delta = (\delta_1, \dots, \delta_n) \in \mathbf{R}^n; (\mathbf{x})^{\alpha} = x_1^{\alpha_1} \dots x_n^{\alpha_n}, \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbf{R}_+^n; \Gamma(\alpha) = \Gamma(\alpha_1) \dots \Gamma(\alpha_n); d\mathbf{t} = dt_1 \dots dt_n; f(\mathbf{t}) = f(t_1, \dots, t_n); \mathbf{x} \geq \mathbf{t}$ означает $x_1 \geq t_1, \dots, x_n \geq t_n; P_{\delta}^{\gamma}(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^n P_{\delta_j}^{\gamma_j}(x_j)$, где $P_{\delta_j}^{\gamma_j}(x_j)$ ($j = \overline{1, n}$) – функции Лежандра первого рода [1; 2].

С помощью формулы многомерного преобразования Меллина [2, формула 1.4.42] от $P_{\delta,j}^{\gamma} f$ ($j = 1, 2, 3, 4$) доказывается, что эти преобразования являются многомерными специальными H -преобразованиями [3, глава 5; 5]. На основании этого в работе исследованы свойства рассматриваемых интегральных преобразований в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\bar{v}, \bar{r}}$ суммируемых функций $f(\mathbf{x}) = f(x_1, \dots, x_n)$ на \mathbf{R}_+^n , для которых: $\|f\|_{\bar{v}, \bar{r}} = \left\{ \int_{R_+^1} x_n^{v_n \cdot r_n - 1} \left\{ \dots \left\{ \int_{R_+^1} x_2^{v_2 \cdot r_2 - 1} \times \right. \right. \right.$
 $\left. \left. \left. \times \left[\int_{R_+^1} x_1^{v_1 \cdot r_1 - 1} |f(x_1, \dots, x_n)|^{r_1} dx_1 \right]^{r_2/r_1} dx_2 \right\} \dots \right\}^{r_n/r_{n-1}} dx_n \right\}^{1/r_n} < \infty,$
 $\bar{r} = (r_1, \dots, r_n) \in \mathbf{R}^n, (1 \leq \bar{r} < \infty), r_1 = \dots = r_n, \bar{v} = (v_1, \dots, v_n) \in \mathbf{R}^n, v_1 = \dots = v_n.$

Даются условия ограниченности операторов преобразований $\mathbf{P}_{\delta,j}^{\gamma} f$ ($j = 1, 2, 3, 4$), описание их образов, устанавливаются формулы их обращения. Настоящая работа продолжает исследования, начатые в [4; 5], и обобщает результаты полученные ранее для соответствующих одномерных преобразований в [6].

Благодарности. Работа выполнена в рамках ГПНИ “Конвергенция–2025”, подпрограмма “Математические модели и методы”, задание 1.2.01.

Литература

1. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Том 1. Гипергеометрическая функция Гаусса. Функция Лежандра. М.: Наука (1965).
2. *Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.* Theory and applications of fractional differential equations. *North-Holland Mathematics Studies 204*. Amsterdam: Elsevier, 2006.– 523 p.
3. *Kilbas A. A., Saigo M.* *H*-Transforms. Theory and Applications. *Boca Raton, Florida: Chapman and Hall*. 2004. – 400 p.
4. *Ситник С.М., Скоромник О.В., Шлапаков С.А.* Многомерное общее интегральное преобразование со специальными функциями в ядре. *Вестник Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта*. №3(104) (2019), 18–27.
5. *Sitnik S.M., Skoromnik O.V.* One-dimensional and multi-dimensional integral transforms of Buschman-Erdelyi type with Legendre Functions in kernels. *Transmutation Operators and Applications. Trends in Mathematics*. (Editors Kravchenko V.V., Sitnik S.M.) Cham, Switzerland : Birkhäuser Basel (2020), 293–319.
6. *Kilbas A.A., Skoromnik O.V.* Integral transforms with the Legendre function of the first kind in the kernels on $L_{\nu,r}$ -spaces. *Integral Transforms and Special Functions*. Vol. 20, №9 (2009), 653–672.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ КОМПАРТМЕНТНОЙ SIS-МОДЕЛИ ФУНКЦИИ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПНЕВМОКОККОВОЙ ИНФЕКЦИИ СРЕДИ ДЕТЕЙ РАЗЛИЧНЫХ ВОЗРАСТНЫХ ГРУПП

М. В. Соколова, О. Н. Романова,
Н. Д. Коломиец, С. М. Босяков (Минск, Беларусь)

Для моделирования инфекционных заболеваний, не вызывающих длительного иммунитета, в частности, пневмококковой инфекции, как правило применяется компартаментная SIS-модель, описываемая следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{\beta S(t)I(t)}{N} + \gamma I(t), \quad \frac{dI(t)}{dt} = \frac{\beta S(t)I(t)}{N} - \gamma I(t), \quad (4)$$

где $S(t)$ и $I(t)$ — количества восприимчивых и инфицированных индивидуумов; $S(t) + I(t) = N$, $N = const$ — популяция индивидуумов; коэффициент β определяет вероятность заболевания в случае контакта восприимчивого индивидуума с инфицированным; γ — скорость выздоровления ($\frac{1}{\gamma}$ — средняя продолжительность болезни).

Средняя продолжительность болезни установлена на основании базы данных о количестве детей, заболевших неинвазивными формами пневмококковой инфекции: детей до 1 года, от 1 года до 3 лет и от 3 до 7 лет. База данных подготовлена сотрудниками кафедры эпидемиологии и микробиологии Белорусской медицинской академии последипломного образования в течении трех лет (2016, 2017 и 2018 годы). Прогнозирование количества детей, заболевших пневмококковой инфекцией, для различных возрастных групп с учетом сезонности осуществлялось на основании этой же базы данных с использованием моделей временных рядов.

Установлено, что наименьшее прогнозируемое количество заболевших детей независимо от сезона приходится на возраст от 3 до 7 лет. Наибольшая продолжительность болезни (приблизительно 10,1 суток) наблюдается у детей до 1 года. С учетом полученных результатов определены диапазоны значений вероятности заболевания в случае контакта восприимчивого