

УДК 624.012.45

ОБРАЗОВАНИЕ ТРЕЩИН В ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ, ПРОДОЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

канд. техн. наук, доц. *Е.Д. ЛАЗОВСКИЙ*, канд. техн. наук, доц. *Д.О. ГЛУХОВ*
(Полоцкий государственный университет)

В статье анализируются деформационные подходы к расчету внутренних усилий, соответствующих образованию трещин в железобетонном элементе при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил в соответствии с модифицированной теорией полей сжатия. Приводятся основные положения теории расчета напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента в соответствии с модифицированной теорией полей сжатия, предпосылки, зависимости. Выводится критерий образования силовой трещины вне зависимости от места ее появления в конструкции и определяющийся исключительно напряженно-деформированным состоянием элемента.

Ключевые слова: железобетон, трещиностойкость, плоское напряженное состояние, модифицированная теория полей сжатия.

Введение. Под влиянием внешних нагрузок и воздействий в железобетонных конструктивных элементах возникают внутренние усилия в виде продольных и поперечных сил, изгибающих моментов. В зависимости от характера напряженно-деформированного состояния (преимущественного влияния одного из внутренних усилий над другими) в железобетонных элементах в общем случае могут образоваться различные типы трещин: нормальные к продольной оси на всю высоту сечения элемента (преимущественное влияние растягивающих усилий N_{Ed}), нормальные к продольной оси со стороны одной из граней элемента (преимущественное влияние изгибающего момента M_{Ed}), наклонные к продольной оси (преимущественное влияние поперечных сил V_{Ed}).

После образования трещин существенно снижается жесткость конструкций, облегчается доступ атмосферной влаги и газов агрессивных эксплуатационных сред к арматуре, понижая долговечность; существенно ухудшается эстетичность конструкции с трещинами. Поэтому расчет напряженно-деформированного состояния элемента, соответствующего образованию трещин при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил, является важной и актуальной задачей.

Трещиностойкость железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил. Выделяют 2 типа наклонных трещин в зоне среза изгибаемых железобетонных элементов: I тип – образующиеся со стороны растянутой грани элемента и развивающиеся к нейтральной оси и сжатой грани; II тип – образующиеся в районе нейтральной оси и развивающиеся к растянутой и сжатой граням элемента.

Для определения величины нагрузки, соответствующей моменту образования трещины I типа, М.С. Боршанский [1] предложил расчетную модель в виде приопорной части элемента, отсеченной наклонным сечением, совпадающим с наклонной трещиной. При этом для составления уравнений равновесия сечения относительно точки приложения равнодействующего усилия в бетоне сжатой зоны, предлагалось рассматривать в сечении растягивающие и сжимающие напряжения в бетоне и осевые напряжения в продольной растянутой арматуре (рисунок 1). Эпюра нормальных напряжений в бетоне принималась треугольной в сжатой зоне и прямоугольной в растянутой. Ордината прямоугольной эпюры растянутого бетона соответствовала пределу прочности бетона при осевом растяжении f'_{ct} . Усилия в арматуре предлагалось вычислять из условия совместности деформаций. При этом угол наклона сечения θ был принят равным 60° (1.047 рад). Развитие данная модель получила в работах М.Н. Убайдуллаева [2] и др. Так, для определения угла наклона сечения с трещиной θ для предварительно напряженных конструкций была предложена зависимость

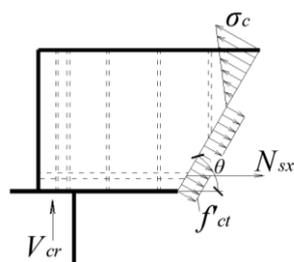
$$\arctan \theta = \sqrt{1 + \frac{\sigma_b}{f'_{ct}}}, \quad (1)$$

где σ_b – напряжение в бетоне на уровне центра тяжести поперечного сечения от усилия предварительного обжатия.

Поперечную силу V_{cr} , соответствующую образованию наклонной трещины, предлагалось находить из совместного решения уравнений равновесия изгибающих моментов и продольных сил.

Что касается трещин, образующихся в районе нейтральной оси, то для определения величины поперечного усилия, соответствующего их образованию, существует несколько подходов.

Первый подход, предложенный А.С. Залесовым [3], основывается на рассмотрении равновесия приопорной части изгибаемого железобетонного элемента, отсеченной нормальным сечением (рисунок 2).



σ_c – напряжения в бетоне сжатой зоны; N_{sx} – растягивающее усилие, возникающее в продольной арматуре

Рисунок 1. – Модель к расчету усилия образования наклонных трещин I типа в зоне среза изгибаемого железобетонного элемента [2]

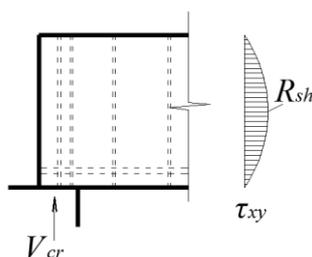


Рисунок 2. – Модель к расчету усилия образования наклонных трещин II типа в зоне среза изгибаемого железобетонного элемента [3]

Тогда из условия равновесия отсеченной части

$$V_{cr} = \int_{A_c} \tau_{xy} b d A_c, \quad (2)$$

где b – ширина элемента в зоне среза, мм;

A_c – площадь нормального сечения элемента в зоне среза, мм².

При этом пиковое значение касательных напряжений R_{sh} рекомендовалось принимать равными из условия критерия прочности бетона при двухосном напряженно-деформированном состоянии сжатия-растяжения.

Другой подход основывается на критерии прочности бетона в любой элементарной площадке при сложном напряженном состоянии элемента по направлению главных растягивающих напряжений [4]:

$$\sigma_{mt} \leq \gamma_{b4} R_{bt,ser}, \quad (3)$$

где γ_{b4} – коэффициент условий работы бетона;

$R_{bt,ser}$ – расчетная прочность бетона на растяжение, МПа;

σ_{mt} – главные растягивающие напряжения в бетоне, МПа.

$$\sigma_{mt} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (4)$$

где σ_x – нормальные напряжения в бетоне на площадке, перпендикулярной продольной оси элемента, от внешней нагрузки и усилия предварительного обжатия;

σ_y – нормальные напряжения в бетоне на площадке, параллельной продольной оси элемента, от местного действия опорных реакций, сосредоточенных сил и распределенной нагрузки, а также усилия обжатия вследствие предварительного напряжения хомутов и отогнутых стержней;

τ_{xy} – касательные напряжения в бетоне от внешней нагрузки и усилия обжатия вследствие предварительного напряжения отогнутых стержней.

Напряжения σ_x , σ_y и τ_{xy} предлагалось определять как для упругого тела [4].

Деформационный расчет внутренних усилий, соответствующих образованию трещин при плоском напряженном состоянии. С развитием вычислительной техники все более распространенными становятся так называемые «точные» методы расчета железобетонных элементов в рамках общей теории железобетона при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил.

Большинство этих методов используют общую деформационную модель, рассматривающую в комплексе уравнения равновесия, уравнения совместности деформаций и уравнения диаграмм деформирования материалов, связывающие напряжения и деформации в железобетоне, находящемся в плоском напряженно-деформированном состоянии.

При применении деформационных методов расчета железобетонных элементов железобетон рассматривается как некий непрерывный нелинейный материал, обладающий определенными свойствами, которые меняются в зависимости от степени нагружения в соответствии с известными зависимостями, связывающими деформации с напряжениями.

Большинство деформационных методов расчета железобетона используют так называемый метод сечений, рассматривающий напряженно-деформированное состояние сечений железобетонного элемента (нормальных либо наклонных) с составлением уравнений равновесия, и, исходя из анализа сечений, получается картина напряженно-деформированного состояния элемента в целом.

Расчетные деформационные модели предполагают, что в каждой элементарной площадке железобетонного элемента при действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил возникают нормальные напряжения σ_x (по направлению продольной оси элемента), σ_y (по направлению перпендикулярному к продольной оси), а также касательные напряжения τ_{xy} (рисунок 3). При этом нормальные напряжения, возникающие в матрице (бетоне), воспринимаются также продольной и поперечной арматурой. Для описания напряженно-деформированного состояния бетона определяющими являются направления главных напряжений σ_{c1} и σ_{c2} , в то время как для продольной и поперечной арматуры, в силу их ориентации, определяющими являются осевые напряжения σ_{sx} и σ_{sy} . Главные растягивающие и сжимающие напряжения в зоне действия поперечных сил ориентированы по отношению к продольной оси x элемента под некоторым углом α .

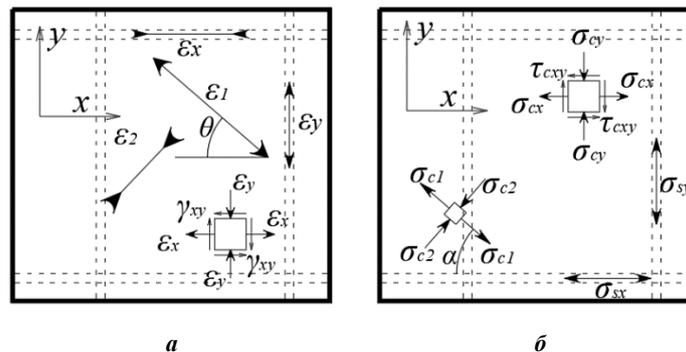


Рисунок 3. – Схема распределения относительных деформаций (а) и напряжений (б) в элементарной площадке железобетона при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил

Находясь в напряженном состоянии, каждая элементарная площадка железобетонного элемента деформируется. По направлению главных растягивающих напряжений σ_{c1} возникают главные деформации растяжения ε_1 , а по направлению главных сжимающих (σ_{c2}) – главные деформации сжатия. При этом ортогонально расположенное армирование (в случае ортогонального расположения) деформируется по направлениям x , y соответственно ε_x , ε_y . При этом главные (максимальные) деформации каждой элементарной площадки наклонены по отношению к продольной оси под некоторым углом θ . Также под действием касательных напряжений в каждой элементарной площадке железобетонного элемента, находящегося в плоском напряженном состоянии, возникают деформации сдвига γ_{xy} .

При этом принимается гипотеза о том, что при увеличении внешней нагрузки и сохранении соотношения величин в комбинации внутренних усилий, ориентация главных напряжений (угол α) и соответствующих им главных деформаций (угол θ) в каждой элементарной площадке элемента на стадии до образования трещин не изменяется.

Несмотря на многообразие деформационных методов расчета, только метод, основанный на модифицированной теории полей сжатия [5] доведен до состояния практического применения и включен в нормы проектирования железобетонных конструкций ряда стран. В модифицированной теории полей сжатия принимается гипотеза о том, что угол наклона α главных напряжений на произвольном этапе совпадает с углом наклона главных деформаций θ , значение которого изменяется при нагружении.

Модель переменного угла используется в методе расчета модифицированной теории полей сжатия [5; 6], основанном на положениях общей деформационной модели, теории полей сжатия и предположении о совпадении направлений главных нормальных напряжений и соответствующих им направлений максимальных значений относительных деформаций в железобетонном элементе, находящемся в плоском напряженном состоянии.

При использовании модифицированной теории полей сжатия зависимости, связывающие составляющие напряженно-деформированного состояния для плоской элементарной площадки поперечного сечения зоны среза изгибаемого железобетонного элемента, имеют вид [5]:

$$\begin{aligned}\sigma_{cx} &= \sigma_{c2} \cos^2 \theta + \sigma_{c1} \sin^2 \theta + \rho_{sx} \sigma_{sx}; \\ \sigma_{cy} &= \sigma_{c2} \sin^2 \theta + \sigma_{c1} \cos^2 \theta + \rho_{sy} \sigma_{sy}; \\ \tau_{xy} &= (-\sigma_{c2} + \sigma_{c1}) \sin \theta \cdot \cos \theta;\end{aligned}\quad (5)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \varepsilon_{c2} \cos^2 \theta + \varepsilon_{c1} \sin^2 \theta; \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_{c2} \sin^2 \theta + \varepsilon_{c1} \cos^2 \theta; \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} &= (-\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{c1}) \sin \theta \cdot \cos \theta,\end{aligned}\quad (6)$$

где σ_{cx}, σ_{cy} – проекция главных нормальных напряжений в бетоне элементарной площадки соответственно на продольную, поперечную ось элемента;

σ_{c1}, σ_{c2} – соответственно главные растягивающие, главные сжимающие нормальные напряжения в бетоне элементарной площадки;

ρ_{sx}, ρ_{sw} – степень соответственно продольного, поперечного армирования элементарной площадки;

σ_{sx}, σ_{sy} – нормальные напряжения соответственно в продольной, поперечной арматуре элементарной площадки;

θ – угол наклона главных нормальных напряжений по отношению к продольной оси элемента;

τ_{xy} – касательные напряжения в элементарной площадке;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ – проекция относительных деформаций элементарной площадки по направлению главных нормальных напряжений соответственно на продольную, поперечную ось элемента;

$\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c2}$ – относительные деформации элементарной площадки по направлению соответственно главных растягивающих, главных сжимающих нормальных напряжений;

γ_{xy} – относительные сдвиговые деформации элементарной площадки.

Аналогично деформационному расчету прочности изгибаемых железобетонных элементов по нормальному сечению [7], метод, основанный на положениях модифицированной теории полей сжатия [8], предлагает применять метод сечений, рассматривая напряженно-деформированное состояние поперечных сечений по длине элемента и рассчитывать все параметры напряженно-деформированного состояния – напряжения в бетоне $\sigma_{cx}, \sigma_{cy}, \sigma_{c1}, \sigma_{c2}, \tau_{xy}$, напряжения в арматуре σ_{sx}, σ_{sy} , относительные деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$, а также угол θ (определяющий положение главных напряжений и деформаций) – отдельно для элементарных площадок поперечного сечения бетона и стержней продольной арматуры. Площадки рассматриваются поочередно, предварительно задавшись распределением касательных напряжений τ_{xy} и продольных деформаций ε_x по высоте сечения. Условия равновесия проверяются для всего поперечного сечения зоны среза изгибаемого железобетонного элемента при действии изгибающего момента M_{Ed} , продольных N_{Ed} и поперечных сил V_{Ed} :

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n \sigma_{cx(i)} b(i) h(i) + \sum_{j=1}^m \sigma_{sx(j)} A_{s(j)} &= N_{Ed}; \\ \sum_{i=1}^n \sigma_{cx(i)} b(i) h(i) (y_{c(i)} - y_{c0}) + \sum_{j=1}^m \sigma_{sx(j)} A_{s(j)} (y_{s(j)} - y_{c0}) &= M_{Ed}; \\ \sum_{i=1}^n \tau_{xy(i)} b(i) h(i) &= V_{Ed},\end{aligned}\quad (7)$$

где $\sigma_{cx(i)}$ – проекция средних нормальных напряжений в бетоне в i -й элементарной площадке на продольную ось элемента;

$\sigma_{sx(j)}$ – средние нормальные напряжения в j -м арматурном стержне;

$b(i), h(i)$ – соответственно ширина, высота i -й элементарной площадки сечения;

$y_{c(i)}$ – расстояние от выбранной оси до центра тяжести элементарной площадки сечения;

$A_{s(j)}$ – площадь поперечного сечения j -го стержня продольной арматуры;

$y_{s(j)}$ – расстояние от выбранной оси до центра тяжести j -го стержня продольной арматуры;

y_{c0} – расстояние от выбранной оси до центра тяжести поперечного сечения;

$\tau_{xy(i)}$ – касательные напряжения в бетоне i -й элементарной площадки.

Начальное распределение касательных напряжений по высоте анализируемого сечения может задаваться равномерным, параболическим, либо по другому закону [9].

При расчете элемента на стадии до образования наклонных трещин модифицированная теория полей сжатия, кроме вышеназванных, опирается на следующие предпосылки:

– в пределах отдельных элементарных площадок поперечного сечения элемента и по сечению арматурных стержней распределение относительных деформаций и напряжений является равномерным;

– средние напряжения, а также средние относительные деформации в железобетонном элементе, находящемся в условиях плоского напряженного состояния, связаны теорией напряженных состояний (кругами Мора) (рисунк 4);

– для описания зависимостей, связывающих напряжения и деформации в бетоне и арматуре, используются соответствующие аналитические описания диаграмм деформирования;

– при деформационных расчетах принимается гипотеза плоских сечений для распределения относительных деформаций по высоте сечения элемента.

Для расчета по методике модифицированной теории полей сжатия используется метод последовательных нагружений. Таким образом, применение модифицированной теории полей сжатия позволяет получить параметры

напряженно-деформированного состояния изгибаемого железобетонного элемента в плоском напряженном состоянии на любой стадии его работы [9]. За разрушающую нагрузку принимается значение, при котором перестают удовлетворяться условия равновесия (7).

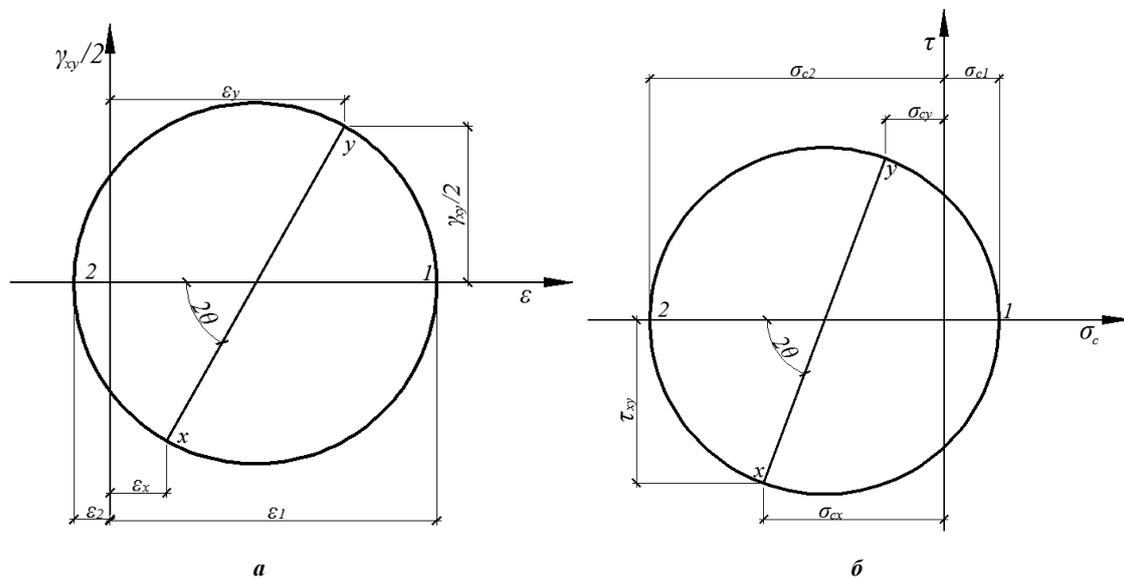


Рисунок 4. – Круги Мора для относительных деформаций (а) и для средних напряжений в бетоне (б)

Основным критерием образования трещины принимается достижение относительных деформаций в бетоне по направлению главных растягивающих напряжений значения ϵ_{cr} , соответствующего пиковой точке диаграммы растяжения бетона (рисунок 5).

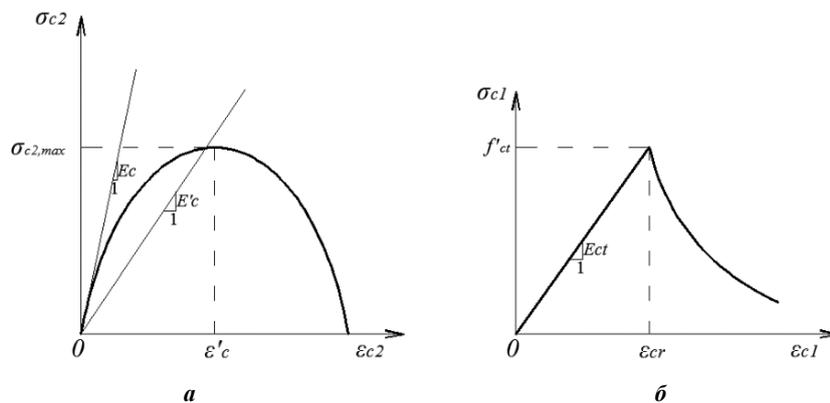


Рисунок 5. – Общий вид диаграмм деформирования бетона по направлению главных сжимающих (а) и растягивающих (б) напряжений

Для описания работы бетона на растяжение в условиях двухосного напряженного состояния рекомендуется использовать диаграмму с двумя участками. Первый участок (восходящая ветвь) согласно исследованиям [5] рекомендуется принимать линейным

$$\sigma_{c1} = \epsilon_1 \cdot E_c; \epsilon_1 \leq \epsilon_{cr} \text{ (до образования трещин)}. \quad (8)$$

Для нисходящей ветви в большинстве источников рекомендуется параболическая зависимость

$$\sigma_{c1} = \frac{\beta_1 \beta_2 f'_{ct}}{1 + \sqrt{500 \epsilon_1}}; \epsilon_1 > \epsilon_{cr} \text{ (после образования трещин)}, \quad (9)$$

где β_1, β_2 – коэффициенты, учитывающие форму поверхности арматуры (гладкая либо периодического профиля) и длительность нагружения;

f'_{ct} – напряжение, соответствующее прочности бетона, определяемое при одноосном растяжении;

ϵ_{cr} – относительные деформации, соответствующие пиковой точке диаграммы при одноосном растяжении бетона $\epsilon_{cr} = f'_{ct}/E_{ct}$, (E_{ct} – модуль упругости бетона при одноосном растяжении).

Заключение. Величину внешней нагрузки, соответствующей образованию наклонной трещины, предлагается определять из совместного решения уравнений равновесия и совместности деформаций, методом последовательных нагружений. Величина внутреннего усилия, при котором относительные деформации по направлению главных растягивающих напряжений хотя бы в одной площадке рассматриваемого дискредитированного сечения достигают величины, соответствующей прочности бетона на растяжение f_{cr} , соответствует образованию наклонной трещины. При этом не имеет значения, откуда началось развитие наклонной трещины, с растянутой зоны сечения либо с нейтральной оси, а усилие определяется напряженно-деформированным состоянием системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боришанский, М.С. Образование косых трещин в стенках предварительно напряженных балок и влияние предварительного напряжения на прочность под действием поперечных сил / М.С. Боришанский, Ю.К. Николаев // Прочность и жесткость железобетонных конструкций : сб. тр. – М., 1968. – С.5–55.
2. Убайдуллаев, М.Н. Образование и раскрытие наклонных трещин в предварительно напряженных балках при длительных нагрузках : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / М.Н. Убайдуллаев ; Киев. инж.-строит. ин-т. – Киев, 1980. – 22 с.
3. Залесов, А.С. Сопротивление железобетонных элементов при действии поперечных сил. Теория и новые методы расчета прочности : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 05.23.01 / А.С. Залесов ; НИИ бетона и железобетона. – М., 1980. – 46 с.
4. Баташев, В.М. Прочность, трещиностойкость и деформации железобетонных элементов с многорядным армированием / В.М. Баташев. – Киев : Будівельник, 1978. – 120 с.
5. Vecchio, F.J. The Modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear / F.J. Vecchio, M.P. Collins // ACI Journal. – 1986. – Vol. 83, № 2. – P. 219–231.
6. Vecchio, F.J. Analysis based on the Modified Compression Field Theory / F.J. Vecchio // IABSE Colloq. on Structural Concrete. – 1991. – Vol. 62. – P. 321–326.
7. Лазовский, Д.Н. Усиление железобетонных конструкций эксплуатируемых строительных сооружений : моногр. / Д.Н. Лазовский. – Новополоцк : Полоц. гос. ун-т, 1998. – 240 с.
8. Vecchio, F.J. Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to shear using Modified Compression Field Theory / F.J. Vecchio, M.P. Collins // ACI Structural Journal. – 1988. – Vol. 85, № 3. – P. 258–268.
9. Моделирование трещинообразования в железобетонных конструкциях на основе деформационной расчетной модели / Д.О. Глухов [и др.] // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. С, Фундаментальные науки. – 2021. – № 4. – С. 50–58.

Поступила 06.12.2021

FORMATION OF CRACKS IN REINFORCED CONCRETE ELEMENTS AT THE JOINT ACTION OF BENDING MOMENTS, LONGITUDINAL AND LONGITUDINAL FORCES

Y. LAZOUSKI, D. GLUHAU

The article analyzes deformation approaches to the analysis of internal stresses of reinforced concrete element under the combined action of bending moments, longitudinal and transverse forces in accordance with the modified compression field theory. The main provisions of the theory of the stress-strain state of a reinforced concrete element are given in accordance with the modified compression field theory, preconditions, and dependencies. A criterion for the formation of a force crack is derived regardless of the place of its appearance in the element and is determined exclusively by the stress-strain state of the deformed element.

Keywords: reinforced concrete, crack resistance, plane stress state, modified compression field theory.