

МАШИНОСТРОЕНИЕ И ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

УДК 621.91.04

КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДЯЩИХ ЛИНИЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ ОБРАБОТКЕ РЕЗАНИЕМ НА БАЗЕ ЦИКЛОИДАЛЬНЫХ КРИВЫХ

д-р техн. наук, доц. В.А. ДАНИЛОВ, Л.А. ДАНИЛОВА
(Полоцкий государственный университет)

Рассмотрены схемы кинематического формирования циклоидальных кривых с помощью рычажных механизмов-построителей. Показано влияние на форму образуемых линий геометрических и кинематических параметров схем их формирования в процессах механической обработки поверхностей с регулярно повторяющимся профилем типа некруглых цилиндров и торцовых зубчатых контуров.

Постановка задачи. Производящие линии поверхности, под которыми понимаются ее образующая и направляющая, могут быть получены геометрическим и кинематическим методами. Заслуживает внимания более универсальный кинематический метод, при котором линия формируется как след производящей точки при сообщении ей сложного движения по требуемой траектории, создаваемого несколькими элементарными (вращательными, поступательными, качательными) движениями. В зависимости от сочетания этих движений, их скоростей и направлений, а также геометрических параметров схемы формирования образуются разнообразные линии, для использования которых в качестве производящих линий при обработке поверхностей резанием требуется знать их геометрические свойства и управлять ими для получения заданной поверхности. Задача рассматривается для наиболее простого в реализации на станках случая формирования линии двумя согласованными вращательными движениями.

Схемы кинематического формирования линий. Сообщением производящей точке двух согласованных вращательных движений может быть получен широкий класс кинематических кривых, в частности, трохонид. В общем случае трохоида образуется как след точки, определенным образом связанной с замкнутой плоской линией (окружностью, эллипсом и т.д.), которая катится без скольжения по другой плоской линии [1]. В зависимости от формы последней и кинематических параметров взаимосвязанных движений образуемая линия может быть замкнутой или незамкнутой.

В данном случае рассматриваются только замкнутые линии, обеспечивающие непрерывность процесса формообразования и возможность многократного повторения траектории исполнительного движения, что важно при обработке резанием поверхностей с регулярно повторяющимся профилем, в частности, некруглых цилиндров и торцовых зубчатых контуров. Таким свойством обладают, например, циклоидальные линии, которые являются частными случаями трохонид. По принятой в математике схеме циклоидальная линия рассматривается как траектория точки, определенным образом расположенной в плоскости производящей окружности, катящейся без скольжения по неподвижной окружности [2].

Принципиальные схемы образования циклоидальных кривых различаются относительным расположением производящей и направляющей окружностей и положением формообразующей точки в плоскости, связанной с производящей окружностью. Указанные окружности могут иметь между собой внешнее (рис. 1, а) или внутреннее (рис. 1, б) касание. При этом формообразующая точка M может быть расположена внутри, вне или на производящей окружности.

В зависимости от формы касания (внешнее или внутреннее) производящей и направляющей окружностей класс образуемых кривых делится на два подкласса:

- эпициклоидальные кривые, образуемые при качении производящей окружности по направляющей окружности и их внешнем касании;
- гипоциклоидальные кривые, образуемые при качении производящей окружности по направляющей окружности при их внутреннем касании [2].

Во втором случае, когда радиус производящей окружности больше, чем направляющей, формируются перициклоидальные кривые.

К геометрическим параметрам схем формирования циклоидальных кривых относятся:

- радиус R направляющей и радиус r производящей окружностей;
- расстояние l между формообразующей точкой M и центром O_1 производящей окружности.

Производными геометрическими параметрами рассматриваемых схем являются:

- расстояние l между центрами O и O_1 направляющей и производящей окружностей, которое при внешнем их касании составляет $l = R + r$, а при внутреннем касании $-l = R - r$;

– коэффициент $\lambda = r/d$, определяющий расположение формообразующей точки относительно центра производящей окружности, который независимо от вида контакта направляющей и производящей окружностей может удовлетворять одному из трех условий: $\lambda < 1; \lambda = 1; \lambda > 1$ [3].

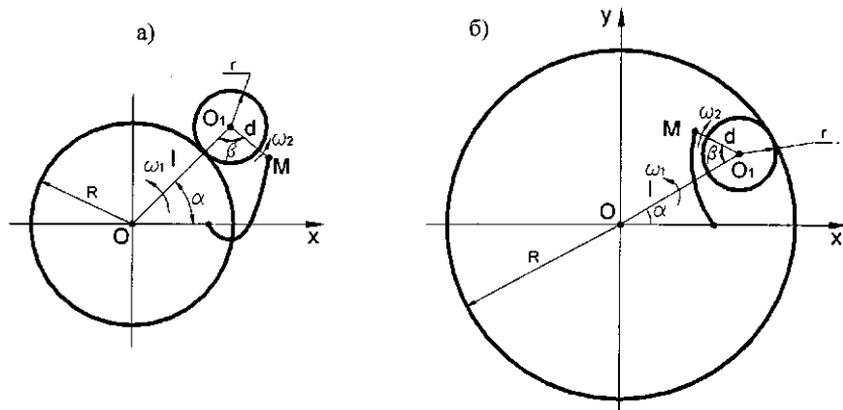


Рис. 1. Принципиальные схемы формирования циклоидальных кривых: а – эпициклоидальных кривых; б – гипоциклоидальных кривых

Следует отметить, что в схемах обработки, основанных на разделении вращательных движений между инструментом и заготовкой, параметр l является расстоянием между их осями, а параметр d – радиусом режущего инструмента. Кинематическим параметром рассматриваемых схем, влияющим на форму образуемой линии, является отношение $i = \omega_2 / \omega_1$, где ω_2 – угловая скорость вращения формообразующей точки M вокруг центра O_1 производящей окружности; ω_1 – угловая скорость поворота центра O_1 производящей окружности относительно центра O направляющей окружности. Отношение i угловых скоростей назовем *кинематическим коэффициентом* схемы формообразования линии. Учитывая, что производящая окружность катится по направляющей окружности без скольжения, имеем

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R}{r} = \frac{\beta}{\alpha}, \tag{1}$$

где β – угол поворота производящей точки M от начального положения, соответствующий углу α поворота центра O_1 относительно центра O .

За начальное примем такое положение, когда точки O , O_1 и M расположены на одной прямой, а точка M находится между точками O и O_1 и, следовательно, формирует наиболее близкую к центру O точку образуемой линии.

При внешнем зацеплении производящей и направляющей окружностей угловые скорости ω_1 и ω_2 имеют одинаковые, а при внутреннем касании – противоположные направления, поэтому при аналитических расчетах для схемы по рис. 1, а принимается $i > 0$, а для схемы по рис. 1, б – $i < 0$.

В реальных схемах обработки резанием формообразующая точка M материализуется посредством режущего инструмента (вершины резца, точки на оси фрезы), который должен совершать относительно заготовки планетарное движение. Практически это возможно двумя путями:

- с помощью планетарного зубчатого механизма. В этом случае исполнительный орган станка, несущий режущий инструмент, должен совершать относительно неподвижной заготовки такое же движение, как спутник планетарного зубчатого механизма. Поэтому образуемые таким механизмом линии иногда называют сателлитными [3];

- относительное планетарное движение инструмента и заготовки создается согласованными вращательными движениями исполнительных органов станка непланетарного типа, несущих заготовку и инструмент, что удобно представить с помощью рычажного механизма-построителя [4].

Следует отметить, что величины и направления угловых скоростей указанных вращательных движений этих органов могут отличаться от аналогичных параметров в соответствующих принципиальных схемах формирования циклоидальных кривых (см. рис. 1, а и 1, б), что позволяет существенно расширить технологические возможности станка по форме обрабатываемых поверхностей. Кроме того, благодаря отсутствию в данном случае реального планетарного зубчатого механизма, упрощается конструкция и повышается жесткость формообразующей системы станка.

Расчетные схемы для определения траектории исполнительного движения при отсутствии планетарного механизма представлены на рис. 2.

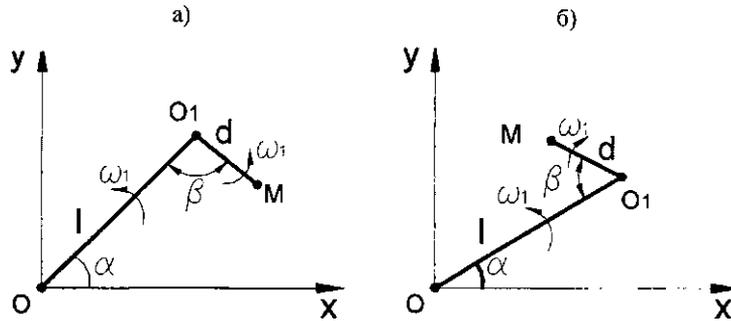


Рис. 2. Расчётные схемы формирования производящих линий:
а – в виде эпициклоидальных кривых; б – в виде гипоциклоидальных кривых

Аналитическое описание траектории производящей точки. Для использования циклоидальных кривых в качестве производящих линий при обработке поверхностей резанием необходимо знать влияние на их форму геометрических и кинематических параметров схем формообразования. Известно [2], что если производящая точка принадлежит подвижной окружности ($d = r$), то формируются обыкновенные циклоидальные кривые (эпи - или гипоциклоида). Если производящая точка расположена внутри производящей окружности ($d < r$), то образуются укороченные циклоидальные кривые. Если же производящая точка находится вне подвижной окружности ($d > r$), то формируются удлиненные циклоидальные кривые. Это качественная оценка формы этих линий. Их геометрические свойства зависят от значений параметров R, r, d . При этом с учетом циклического характера процесса формирования линия может состоять из множества последовательно образованных конгруэнтных участков. Данное обстоятельство позволяет использовать некоторые циклоидальные кривые в качестве производящих линий множества определенным образом расположенных относительно друг друга одинаковых поверхностей, что важно, например, при обработке деталей с регулярно повторяющимся профилем.

Для анализа зависимости геометрии формируемых линий от настраиваемых параметров i, d, l требуется их аналитическое описание. Приведенные в литературе [1 - 4] уравнения циклоидальных кривых не содержат в явном виде необходимые параметры настройки, что затрудняет практическое применение известных аналитических зависимостей при синтезе схем обработки на станках. Более удобным является определение формируемой линии как траектории конечной точки многосвязного механизма [5].

С учетом этого и практического приложения результатов анализа будем рассматривать уравнения формируемых линий как функции настраиваемых кинематических и геометрических параметров.

Траектория точки M , перемещающейся в плоскости XOY , согласно рис. 2, а, при выполнении указанного выше требования к начальному положению производящей точки M , описывается параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = l \cos \alpha + d \cos(\pi - \beta - \alpha) \\ y = l \sin \alpha - d \sin(\pi - \beta - \alpha), \end{cases} \quad (2)$$

где $l = R + r$ (см. рис. 1, а).

На основании (1) $\pi - \beta - \alpha = \pi - \alpha(i + 1)$, тогда

$$\begin{cases} x = l \cos \alpha - d \cos(\pi - \alpha(i + 1)) \\ y = l \sin \alpha - d \sin(\pi - \alpha(i + 1)). \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x = l \cos \alpha - d \cos(i + 1)\alpha \\ y = l \sin \alpha - d \sin(i + 1)\alpha. \end{cases} \quad (4)$$

Применительно к планетарной схеме формирования эпициклоидальных кривых (см. рис. 1, а), для которых $l = R = r, R/r = i$, система уравнений (4) приводится к виду

$$\begin{cases} x = r(i + 1)\cos \alpha - d \cos(i + 1)\alpha \\ y = r(i + 1)\sin \alpha - d \sin(i + 1)\alpha \end{cases} \quad (5)$$

или, если ввести относительный коэффициент $\lambda = r/d$, то

$$\begin{cases} x = d(\lambda(i+1)\cos\alpha - \cos(i+1)\alpha) \\ y = d(\lambda(i+1)\sin\alpha - \sin(i+1)\alpha). \end{cases} \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что форма образуемой линии при заданном значении i зависит от соотношения параметров r и d , задаваемого коэффициентом λ . По рассматриваемой схеме обыкновенные, укороченные и удлиненные циклоидальные кривые формируются соответственно при $\lambda = 1$, $\lambda > 1$ и $\lambda < 1$.

Заметим, что требуемое значение λ технически проще обеспечить за счет настройки параметра d , чем r . Это связано с тем, что, например, в обрабатывающих устройствах планетарного типа перенастройка параметра r связана с изменением чисел зубьев сателлита и, следовательно, конструкции планетарного механизма, так как r – это радиус делительной окружности сателлита, что технически сложно. В станках непланетарного типа параметр r относится к воображаемому планетарному механизму, а настраиваемыми являются расстояние l между осями вращательных движений инструмента и заготовки и расстояние d между производящей точкой M и осью ее вращения. И этой связи целесообразно уравнения формируемой линии выразить через настраиваемые параметры i , d и коэффициент $\eta = l/d$. С учетом этого систему уравнений (4) можно записать в виде

$$\begin{cases} x = d(\eta \cos\alpha - \cos(i+1)\alpha) \\ y = d(\eta \sin\alpha - \sin(i+1)\alpha). \end{cases} \quad (7)$$

Система (7) представляет параметрические уравнения всего семейства эпициклоидальных кривых: обыкновенных при $\eta = i+1$, укороченных при $\eta > i+1$ и удлиненных при $\eta < i+1$.

Аналогично, при соблюдении того же требования к начальному положению производящей точки M , ее траектория при формировании гипоциклоидальных кривых, в соответствии с рис. 2, б, описывается следующей системой уравнений

$$\begin{cases} x = l \cos\alpha - d \cos(i-1)\alpha \\ y = l \sin\alpha + d \sin(i-1)\alpha. \end{cases} \quad (8)$$

С учетом того, что в данном случае $l = R - r$ (см. рис. 1, б), и используя только настраиваемые параметры, получаем общие параметрические уравнения семейства обыкновенных, укороченных и удлиненных гипоциклоидальных кривых:

$$\begin{cases} x = d(\lambda(i-1)\cos\alpha - \cos(i-1)\alpha) \\ y = d(\lambda(i-1)\sin\alpha + \sin(i-1)\alpha) \end{cases} \quad (9)$$

или

$$\begin{cases} x = d(\eta \cos\alpha - \cos(i-1)\alpha) \\ y = d(\eta \sin\alpha + \sin(i-1)\alpha). \end{cases} \quad (10)$$

При $\lambda = 1$ или $\eta = i-1$ формируются обыкновенные, при $\lambda > 1$ или $\eta > i-1$ – укороченные и при $\lambda < 1$ или $\eta < i-1$ – удлиненные гипоциклоиды, которые описываются уравнениями (9) или (10) при соответствующих значениях λ или η . Следует отметить, что при замене величины i на $-i$, уравнения, описывающие эпициклоиды, преобразуются в уравнения, описывающие гипоциклоиды, что позволяет использовать общий тип уравнений для этих кривых.

В отличие от известных зависимостей [1 – 5], в приведенных выше уравнениях циклоидальных кривых переменными являются только параметры (i, l, d) схем формирования и их отношения (λ или η), необходимые для настройки формообразующей системы станка. Это важно для реализации конкретных кинематических схем обработки независимо от структуры станков, основанных на сообщении планетарного движения профилирования или инструменту, или заготовке или взаимосвязанного вращательных движений инструмента и заготовки в соответствии со значением кинематического коэффициента. В этой связи рассмотрим влияние указанных параметров на форму образуемых линий.

Анализ формы образуемых линий. Из множества формируемых по рассматриваемым схемам кривых в качестве траекторий исполнительных движений (производящих линий) практический интерес представляют те, которые удовлетворяют условию замкнутости.

Если отношение i угловых скоростей ω_2 и ω_1 выражается целым числом, то любая формируемая линия состоит из i конгруэнтных участков и является замкнутой. При этом соседние конгруэнтные участки соединяются между собой в точках образованной кривой, равномерно расположенных по окружности. Данное обстоятельство обеспечивает возможность многократного перемещения формообразующей

точки по одной и той же траектории, что требуется при многих схемах механической обработки. Если кинематический коэффициент выражается дробным рациональным числом вида $i = N/q$, то также образуется замкнутая кривая, состоящая из N конгруэнтных ветвей. Формообразующая точка, описывая многократно N ветвей, возвращается каждый раз в исходное положение, что позволяет использовать обрабатываемую линию в качестве направляющей в схемах обработки с непрерывным движением деления.

При иррациональном значении кинематического коэффициента формообразующая точка, описывая бесконечное число пересекающихся ветвей, не возвращается в исходное положение, поэтому обрабатываемая линия является незамкнутой. Данный случай не имеет практического значения при синтезе схем обработки поверхностей с определенным профилем.

Анализ формы образуемых линий при целом значении кинематического коэффициента. При $i = 1$ уравнения (4) имеют вид:

$$\begin{cases} x = l \cos \alpha - d \cos 2\alpha \\ y = l \sin \alpha - d \sin 2\alpha \end{cases}$$

или на основании (7)

$$\begin{cases} x = d(\eta \cos \alpha - \cos 2\alpha) \\ y = d(\eta \sin \alpha - \sin 2\alpha) \end{cases} \quad (11)$$

В данном случае формируемая линия (рис. 3) является улиткой Паскаля [4].

Эта кривая симметрична относительно оси OX и в зависимости от соотношения значений l и d (параметра η) может иметь внутреннюю петлю (рис. 3, а), точку возврата (рис. 3, б), точку перегиба (рис. 3, в) или овальную форму с положительной во всех точках кривизной (рис. 3, г).

В частном случае, когда $\eta = 2$,

$$\begin{cases} x = d(2 \cos \alpha - \cos 2\alpha) \\ y = d(2 \sin \alpha - \sin 2\alpha) \end{cases} \quad (12)$$

Уравнения (12) описывают разновидность обыкновенной эпициклоиды – кардиоиду [4]. Она симметрична относительно оси OX и имеет одну точку возврата (см. рис. 3, б).

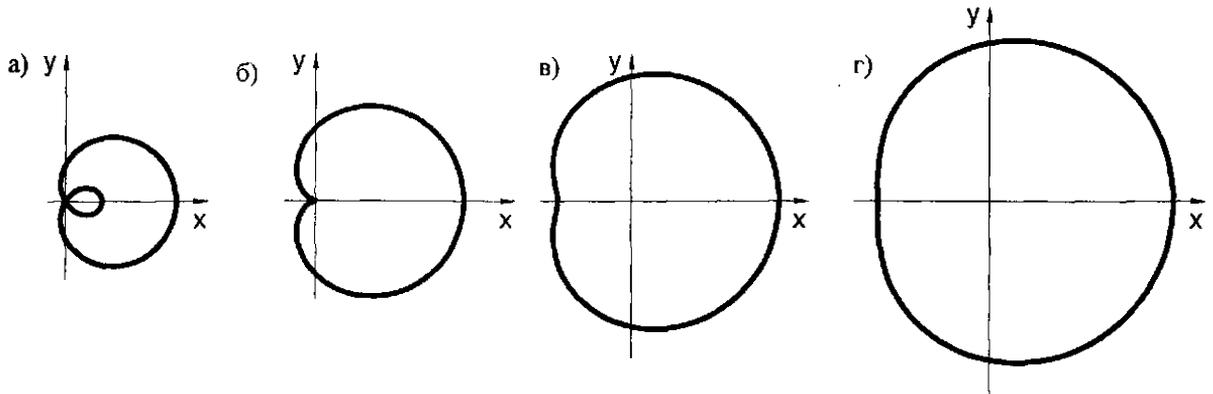


Рис. 3. Форма образуемых кривых при $i = 1$:
а – $\eta < 2$; б – $\eta = 2$; в, г – $\eta > 2$

Применительно к схеме (см. рис. 2, б) в соответствии с (8) при $i = 1$ имеем

$$\begin{cases} x = l \cos \alpha - d \\ y = l \sin \alpha \end{cases} \quad (13)$$

или

$$(x + d)^2 + y^2 = l^2. \quad (14)$$

Следовательно, формируемая линия представляет собой окружность, смещенную относительно начала координат (рис. 4, а). Данный метод формообразования окружности может служить основой бескопирного способа точения эксцентрично расположенных цилиндрических поверхностей.

При $i = 2$ на основании (8)

$$\begin{cases} x = (l - d)\cos \alpha \\ y = (l + d)\sin \alpha \end{cases} \quad (15)$$

или

$$\frac{x^2}{(l - d)^2} + \frac{y^2}{(l + d)^2} = 1. \quad (16)$$

Следовательно, при любых значениях l и d линия формируется в виде эллипса, малая полуось которого составляет $l - d$, а большая $l + d$ (рис. 4, б). Данная схема служит основой проектирования формообразующей системы станка для обработки эллиптических цилиндров. С уменьшением разности $l - d$ эллипс сжимается вдоль малой оси, что позволяет использовать формируемые линии для профилирования с заданной точностью многогранных поверхностей при обработке на специальных станках [6].

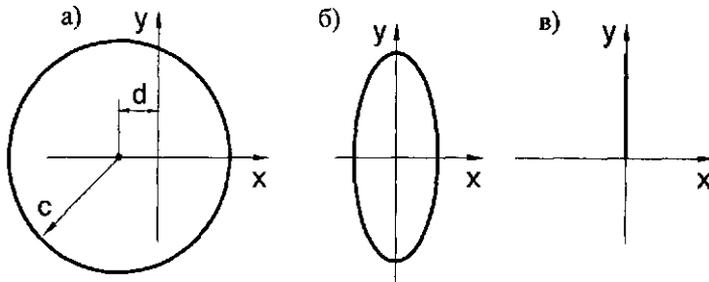


Рис. 4. Частные случаи формируемых линий:
а – окружность; б – эллипс; в – прямая

В пределе, при $l = d$, эллипс трансформируется в проходящую через начало координат прямую

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 2l \sin \alpha. \end{cases} \quad (17)$$

В этом случае производящая точка совершает возвратно-поступательное перемещение (рис. 4, в), и поэтому образуемая линия может быть принята, например, в качестве направляющей линии при обработке по методу кинематического формообразования прямолинейных радиально расположенных пазов на торцах деталей типа муфт.

При $i = 3$ и $\lambda = 1(\eta = 2)$ формируемая линия в соответствии с (9) описывается уравнениями:

$$\begin{cases} x = d(2 \cos \alpha - \cos 2\alpha) \\ y = d(2 \sin \alpha + \sin 2\alpha). \end{cases} \quad (18)$$

Она является обыкновенной гипоциклоидой (кривой Штейнера [4]), состоящей из трех конгруэнтных участков, образующих при любом, отличном от нуля, значении d треугольник с вогнутыми сторонами (рис. 5, а).

Если $i = 4$ и $\lambda = 1(\eta = 3)$, то образуется обыкновенная гипоциклоида:

$$\begin{cases} x = d(3 \cos \alpha - \cos 3\alpha), \\ y = d(3 \sin \alpha + \sin 3\alpha), \end{cases} \quad (19)$$

которая представляет собой четырехугольник (рис. 5, б) с конгруэнтными вогнутыми сторонами (астроида [4]). Линии типа кривой Штейнера, астроида и эллипсы могут быть приняты в качестве образующих обрабатываемых некруглых цилиндров соответствующего профиля. В первых двух случаях конгруэнтные участки образуемой линии связаны между собой в точках возврата, равномерно расположенных по окружности, радиус которой составляет $r_0 = l + d$. При $i = 3$ $r_0 = 3d$, при $i = 4$ $r_0 = 4d$, что следует учитывать при определении параметров схемы формообразования производящей линии исходя из параметров обрабатываемой поверхности.

Управление формой образуемых кривых при заданном целом значении i обеспечивается за счет соотношения геометрических параметров d и l (коэффициента η) схемы обработки. Так, если $\eta < 2$ при

$i = 3$ или $\eta < 3$ при $i = 4$, то представленные на рис. 5, а, б обыкновенные гипоциклоиды переходят в удлинненные, которые отличаются наличием петель и узловых точек. На рис. 5 изображены удлинненные гипоциклоиды при $i = 3, \lambda = 2/3$ ($\eta = 4/3$) (рис. 5, в) и $i = 4, \lambda = 2/3$ ($\eta = 2$) (рис. 5, г).

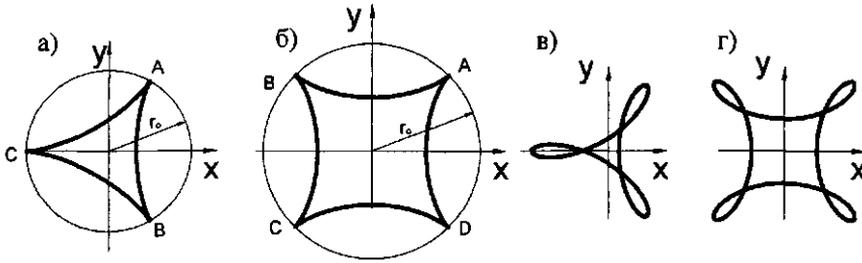


Рис. 5. Форма образуемых кривых при целых значениях кинематического коэффициента:
 а – $i = 3, l = 1$; б – $i = 4, l = 3$; в – $i = 3, l = 2/3$; г – $i = 4, l = 2/3$

Наличие петель у формируемых кривых расширяет возможности их применения в качестве направляющих производящих линий при обработке, например, на торцах деталей пазов с криволинейными боковыми сторонами, так как такими линиями могут служить соответствующие по форме участки петель, расположенные за узловыми точками циклоидальной кривой. Тем самым обеспечивается возможность формирования боковых поверхностей пазов выпуклой или вогнутой формы. Участки же кривых между узловыми точками могут использоваться в качестве производящих линий для профилирования некруглых цилиндрических поверхностей.

Аналогично, за счет изменения настраиваемых параметров, достигается управление формой эпициклоидальных кривых. Рассмотрим это, например, для схемы формирования эпициклоиды, когда $i = 3$.

При $\lambda = 1$, согласно (б), формируется обыкновенная эпициклоида (рис. 6, а), описываемая уравнениями

$$\begin{cases} x = d(4 \cos \alpha - \cos 4\alpha) \\ y = d(4 \sin \alpha - \sin 4\alpha) \end{cases} \quad (20)$$

Она имеет три конгруэнтных участка, соседние из которых соединяются между собой в точках возврата, расположенных на окружности диаметром $D = 6d$.

При $\lambda = 2$ формируется укороченная эпициклоида:

$$\begin{cases} x = d(8 \cos \alpha - \cos 4\alpha) \\ y = d(8 \sin \alpha - \sin 4\alpha) \end{cases} \quad (21)$$

у которой вместо точек возврата имеются три точки перегиба и все ее точки расположены над окружностью диаметром D (рис. 6, б).

Если же $\lambda = 2/3$, то образуется удлинненная эпициклоида

$$\begin{cases} x = d(\frac{8}{3} \cos \alpha - \cos 4\alpha) \\ y = d(\frac{8}{3} \sin \alpha - \sin 4\alpha) \end{cases} \quad (22)$$

имеющая три петли (рис. 6, в), отдельные участки которых могут использоваться в качестве направляющих линий, например, в схемах обработки пазов.

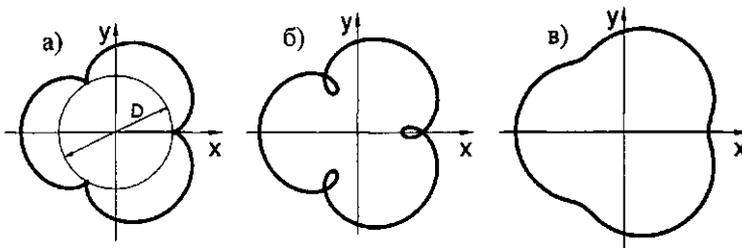


Рис. 6. Формы образуемых кривых эпициклоидального типа при целом значении кинематического коэффициента ($i = 3$):
 а – $l = 1$; б – $l = 2$; в – $l = 2/3$

Форма образуемых линий при дробном значении кинематического коэффициента. Как отмечено выше, дробное значение кинематического коэффициента должно выражаться рациональным числом вида $i = N/q$. В этом случае образуется замкнутая линия, имеющая N конгруэнтных ветвей, форма которых зависит от значения q а также параметров d , $\lambda(\eta)$. Поэтому схемы, основанные на дробном значении кинематического коэффициента, обладают более широкими возможностями по форме образуемых линий по сравнению со схемами с его целым значением.

Рассмотрим это применительно к схемам образования линий при $i = 3/4$. Если $\lambda = 1$, то формируется обыкновенная гипоциклоида

$$\begin{cases} x = -d\left(\frac{\cos \alpha}{4} + \cos \frac{\alpha}{4}\right) \\ y = -d\left(\frac{\sin \alpha}{4} + \sin \frac{\alpha}{4}\right) \end{cases} \quad (23)$$

с точками возврата (рис. 7, а).

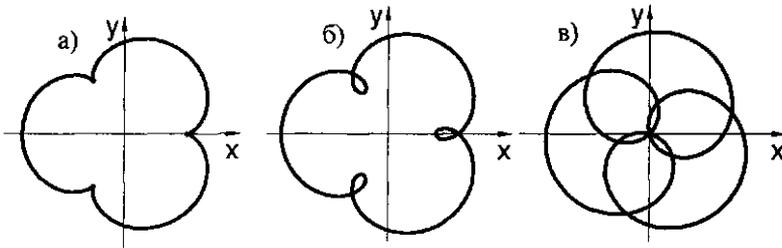


Рис. 7. Форма образуемых кривых гипоциклоидального типа при дробном значении кинематического коэффициента ($i = 3/4$):
а - $\lambda = 1$; б - $\lambda = 2$; в - $\lambda = 4$

При $\lambda = 2$ образуется гипоциклоида

$$\begin{cases} x = -d\left(\frac{\cos \alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{4}\right) \\ y = -d\left(\frac{\sin \alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{4}\right) \end{cases} \quad (24)$$

с тремя петлями (рис. 7, б). Идентичность формы кривых на рис. 6, а, б и на рис. 7, а, б иллюстрирует то, что при определенных значениях параметров эпициклоиды и гипоциклоиды совпадают друг с другом.

Если $\lambda = 4(\eta = 1)$, то образуется удлиненная гипоциклоида

$$\begin{cases} x = -d\left(\cos \alpha + \cos \frac{\alpha}{4}\right) \\ y = -d\left(\sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{4}\right) \end{cases}, \quad (25)$$

ветви которой пересекаются в центре O (рис. 7, в).

Общим свойством кривых, сформированных при $\eta = 1$, целых и дробных значениях кинематического коэффициента, является то, что все ветви любой кривой пересекаются в центре O . На рис. 8 приведены примеры гипоциклоидальных, а на рис. 9 – эпициклоидальных кривых, сформированных при $\eta = 1$ и различных значениях кинематического коэффициента.

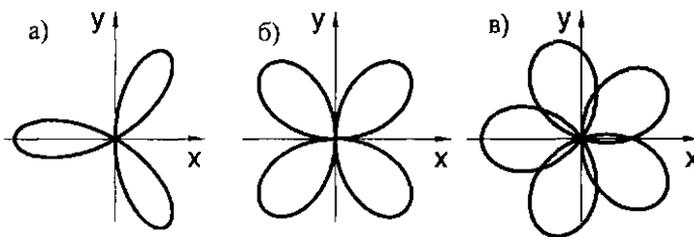


Рис. 8. Формы гипоциклоидальных кривых при $h = 1$:
а - $i = 3$; б - $i = 4$; в - $i = 5$

Гипоциклоидальные кривые, изображенные на рис. 8, являются замкнутыми и содержат конгруэнтные участки, симметричные относительно прямых, проходящих через центр O . По форме они подобны кривым типа «розы» [4]. Аналогичную форму имеют и фигуры, образованные пересечением ветвей эпициклоидальных кривых (рис. 9). Такие кривые рационально использовать при обработке регулярно расположенных пазов и канавок на торцах кольцевых деталей. Изображенные на рис. 3-9 кривые получены методом компьютерного моделирования, применение которого существенно упрощает анализ зависимости их геометрической формы от кинематических и геометрических параметров схемы формообразования.

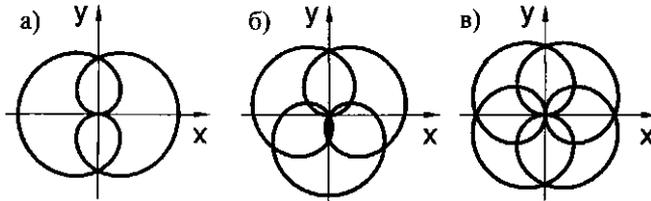


Рис. 9. Формы эпициклоидальных кривых при $h = 1$:
 а - $i = 2$; б - $i = 3$; в - $i = 4$

Результаты анализа зависимости геометрии замкнутых циклоидальных кривых от параметров схемы их формирования в обобщенном виде представлены на рис. 10 с указанием основных кинематических и геометрических условий их образования, что упрощает выбор производящих линий при синтезе схем обработки резанием поверхностей с необходимым периодически повторяющимся некруглым или зубчатым профилем.

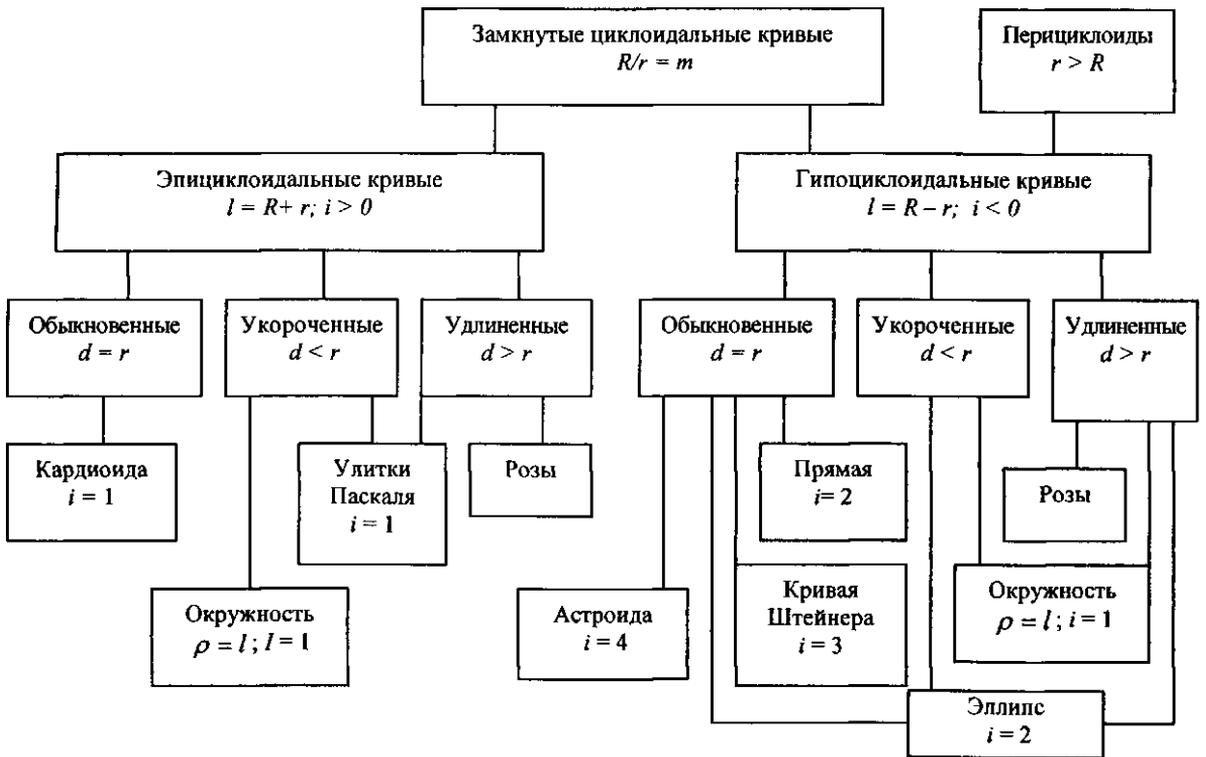


Рис. 10. Типы циклоидальных кривых в зависимости от параметров схем формирования

Выводы

1. Траектории исполнительных движений при обработке поверхностей с производящими линиями циклоидального типа целесообразно представлять с помощью соответствующих механизмов-построителей в виде зависимостей от кинематических и геометрических параметров, аналогичных параметрам схем их профилирования на металлорежущих станках.

2. Управление формой образуемых линий достигается заданием кинематического коэффициента, а также абсолютных значений и соотношения геометрических параметров, определяющих положение производящей точки и центров взаимосвязанных вращательных движений, формирующих данную линию, что должно обеспечиваться при проектировании формообразующей системы станка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дружинский И.А. Сложные поверхности; Математическое описание и технологическое обеспечение: Справочник. - Л.: Машиностроение, 1985. - 263 с.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - М.: Наука, 1997. - 870 с.
3. Боренштейн Ю.П. Механизмы для воспроизведения сложного профиля. Справочное пособие. - Л.: Машиностроение, 1978. - 232 с.
4. Гусак А.А., Гусак Г.М. Линии и поверхности. - Мн.: Высшая школа, 1985. - 220 с.
5. Карелин Н.М. Бескопирная обработка цилиндрических деталей. - М.; Машиностроение, 1966. - 187 с.
6. Данилов В.А. Формообразующая обработка сложных поверхностей резанием. - Мн.: Навука і тэхніка, 1995. - 264 с.