

*Известно, что особенности течения высокосмолистых нефтей обусловлены наличием у них прочной структурной сетки, состоящей из мелких кристаллов парафина, и электромагнитное поле, влияющее на процесс кристаллизации парафина в нефти, изменяет вязкость, а следовательно, и их течение. Представляет интерес исследование особенностей такого влияния на производные - продукты переработки нефти, в частности трансформаторное масло, наполненное мелкодисперсной фазой различной природы, поскольку такие материалы составляют основу перспективных технологий и устройств, используемых, например, для конвективного охлаждения высоковольтных объектов или для создания управляемых гидросистем в машино- и автомобилестроении.*

УДК 532.135:531.212

## ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ТЕЧЕНИЕ НАПОЛНЕННЫХ НЕФТЕПРОДУКТОВ

*д-р техн. наук, проф. Е.В. КОРОБКО*

*(Институт тепло-и массообмена НАН Беларуси им. А.В. Лыкова, г. Минск)*

*Рассмотрены особенности течения высокосмолистых нефтей. Показано влияние электромагнитного поля на процесс кристаллизации парафина в нефти. Исследованы особенности такого влияния на производные - продукты переработки нефти, в частности трансформаторное масло, наполненное мелкодисперсной фазой различной природы.*

В опытах использовались масла различной вязкости (таблица), в которые в качестве наполнителя концентрацией 10 % были введены мелкодисперсный (размеры частиц от 1 до 10 мкм) кремнезем и ПАВ (олеиновая кислота) для предотвращения седиментации в изначально однородной жидкости. С помощью ротационного вискозиметра измерена вязкость наполненных жидкостей при воздействии постоянного электрического поля. Результаты показали, что увеличение относительной электровязкости наблюдается при использовании всех типов масел, но величина его различна. Наиболее существенен прирост вязкости для масел марок И-8, АМГ-10, а также трансформаторного масла. Видно, что с увеличением вязкости несущей среды влияние поля на прирост вязкости снижается.

Влияние электрического поля на относительную электровязкость  
различных типов масел с 10 % -ным наполнителем – SiO<sub>2</sub>. Скорость сдвига  $\gamma = 16,2 \text{ с}^{-1}$

Тип масла	Вязкость наполненного масла, $\eta, \text{Па} \cdot \text{с}$	Относительное изменение вязкости, $(\eta_E - \eta) / \eta_0$	Вязкость масла без наполнителя, $\eta_0, \text{Па} \cdot \text{с}$
	$E = 0$	$E = 1,0 \text{ кВ/мм}$	
И-40	0,56	6,3	0,07
КС-19	1,68	1,3	0,4
Касторовое	1,9	3,8	1,2
И-20	0,29	7,56	0,04
И-50	0,63	5,4	0,19
И-30	0,27	16,1	0,07
И-8	0,08	53,8	0,04
ВМ-4	0,71	5,01	0,22
Вазелиновое	0,46	9,2	0,11
АМГ-10	0,08	56,9	0,02
Трансформаторное	0,04	29,8	0,03

Был проведен анализ реограмм с целью оптимизации модели реологического поведения жидкостей. Определено, что наиболее гибкой моделью, описывающей неньютоновское поведение наполненных масел в электрическом поле, является четырех параметрическая модель типа

$$\tau^{1-n^{(E)}} = \tau_0(E)^{1-n^{(E)}} + [\mu_p(E) \cdot \gamma]^{1/n^{(E)}},$$

которая и была использована для дальнейших расчетов течения наполненных масел в зазоре коаксиальной соосно-цилиндрической трубы-конденсатора.

Исследования гидравлических характеристик в электрических полях для чистых гомогенных диэлектрических жидкостей были проведены Е.Д. Алкоком [2], Е.Н. Андраде и др. [3]. Измерялось время истечения определенного объема из капиллярного вискозиметра с параллельными образующими пластинами-электродами. Было отмечено, что электрическое поле не оказывало влияния на течение таких сред. Более точные опыты [4] на осушенном и очищенном бензоле подтвердили эти результаты. Были получены относительные изменения вязкости не более чем на 10 % при напряженности поля  $E = 4,2$  кВ/мм. Сходные опыты с полярными жидкостями, а также недостаточно чистыми или искусственно загрязненными препаратами обнаружили существенные изменения вязкости, а следовательно, и гидравлических характеристик течения в электрическом поле.

Так, А.П. Озерс и другие ученые [5] изучали истечение неочищенного трансформаторного масла, дифенильной смеси и парафинового масла через вертикальный соосно-цилиндрический капилляр с зазором 0,75 мм - 2,35 мм. Отмечалось увеличение в 2 - 4 раза отношения времени истечения исследованных сред в переменном электрическом поле ко времени истечения дистиллированной воды по сравнению с этими величинами без поля. Постоянное электрическое поле влияло значительно слабее (примерно 10 % от аналогичных значений для переменных полей).

Для диэлектрических суспензий было известно лишь несколько работ [6 - 9] по изучению характеристики расход-напор в электрическом поле. Авторы работы [1] экспериментально доказали существенное изменение расхода в электрическом поле по сравнению с чистой диэлектрической средой и расходом без поля в зависимости от состава среды, напряженности поля и размеров плоского канала. В.П. Мясников [7] выполнил расчет для консистентных смазок. Была получена следующая формула для относительного расхода в электрическом поле через соосно-цилиндрический канал:

$$\frac{Q}{Q_0} = 1 + 2\bar{\gamma} \frac{\eta_0}{\mu},$$

где  $\bar{\gamma}$  – отношение сил, действующих на скелет каркаса со стороны электрического поля к упругим силам, возникающим в скелете при его деформации;  $\mu$  – вязкость дисперсионной среды. Для одних и тех же значений  $\mu, \eta_0, \bar{\gamma}$  расход в электрическом поле на два порядка превысил расход смазок без поля. Это естественно в данном случае, так как стенка при отжатом каркасе омывается чистым и маловязким маслом.

Дж. Эйдж в своей работе [8] дает анализ стационарного движения активированной полем жидкости между двумя параллельными пластинами конденсатора в условиях полностью развитого ламинарного течения с градиентом давления, постоянным в направлении течения. Полагая, что до деформирования жидкость можно считать твердым телом, он нашел, что сдвиговое напряжение линейно возрастает от нуля в центре до максимума на боковых ограничивающих пластинах. Таким образом, материал вблизи центра зазора не деформируется и движется в виде твердого стержня. Эйдж предложил следующую зависимость между расходом и размером пластин:

$$Q = \frac{bh^3 \Delta P_{eo}(E)}{12\mu_0 L},$$

где  $\Delta P_{eo}$  – разность статического давления движущейся жидкости, полученная при наложении электрического поля.

Анализ, аналогичный выполненному Эйдем, проводился в теоретической статье В. Филлипса и Д. Ауслендера [9], где, кроме этого, сделана приближенная оценка времени установления на основании развития входного несжимаемого течения бингамовского пластика в плоскопараллельном щелевом канале. В.А. Баллоу и Дж.Д. Стрингер [6] построили расчет на предположении, что гидродинамический и сдвиговый режимы течения линейно-вязкопластичной среды Шведова - Бингама одинаковы для плоского и соосно-цилиндрического каналов и вывели зависимость расход - напор в электрическом поле в виде:

$$Q_{eo} = Q_0 \left( 1 - \frac{2a'E^2 h}{L \Delta P_{eo}} \right),$$

где  $a' = \frac{\tau_0}{2}$ .

Это уравнение согласуется с результатами, изложенными в работе [10], и аналогичными зависимостями, полученными позже в работах [11, 12].

Рассмотрим течение исследуемых жидкостей в горизонтальном плоском и соосно-цилиндрическом каналах под действием электрического поля, основываясь на реометрических результатах, полученных ранее. Сведем задачу течения электрореологических жидкостей (ЭРЖ) в электрическом поле к задаче течения сложных нелинейно-вязкопластичных систем с реологическими параметрами, зависящими от напряженности электрического поля. Поля скорости  $u = u(x, y, z, t)$  и давления  $\Delta P = \Delta P(x, y, z, t)$  найдем из уравнения движения, которое для случая одноосного стабилизированного, развитого движения запишется в цилиндрических координатах в виде:

$$\frac{1}{r} \frac{d(rt)}{dr} = \frac{dP}{dr} = -\frac{dP}{L}. \quad (1)$$

Примем следующие допущения: жидкость несжимаема; течение ламинарное, электрическое и температурные поля однородны, физические свойства жидкости считаются постоянными, кольцевая щель достаточно длинна, так что концевыми эффектами можно пренебречь. Следуя принятому феноменологическому методу, полагаем среду сплошной (размеры частиц твердой фазы весьма малы  $\approx 1$  мкм).

Решение уравнения (1) получается непосредственным однократным интегрированием:

$$\tau = -\frac{1}{2} \frac{R_2 \Delta P}{L} \left( \frac{r}{R} - \frac{\bar{L}^2 R_2}{r} \right), \quad (2)$$

Здесь  $\bar{L}$  – постоянная интегрирования (радиус  $r = \bar{L} R_2$  равен расстоянию от оси, на которой скорость достигает максимума, т.е.  $\tau = 0$ ).

Уравнения (1), (2) и условия прилипания, т.е. равенство нулю скоростей на стенках канала:  $u = 0$ , при  $r = R_1$ ,  $r = R_2$  замыкают формулировку рассматриваемой задачи.

Точное аналитическое решение уравнения (2) в виде параболического распределения скорости для ньютоновских жидкостей было получено впервые Лейбензоном [13]. Численные решения для «степенных» жидкостей были получены А.Дж. Фредриксоном и Р.Б. Бирдом [14], а для моделей Эллиса и Эйринга - в работе [15], модели Ульямсона - в работе [16].

Задача о профильном течении в соосно-цилиндрическом канале вязкопластичной жидкости рассматривалась рядом авторов [17 - 26]. М.П. Волярович и Л.М. Гуткин [18], используя простейшую модель Шведова - Бингама, получили аналитические выражения для профилей скорости и расхода, которые содержали неизвестную постоянную интегрирования. Для ее определения требовалось решить трансцендентное уравнение. При толщине зазора, меньшей радиуса внутреннего цилиндра, авторы дали в первом приближении формулу для вычисления корней трансцендентного уравнения. Позже П.К. Шишковым [20] было найдено второе приближение. Впоследствии М.П. Волярович и Л.М. Гуткин рассмотрели граничный режим течения, когда ширина зон течения намного меньше поперечника квазитвердого ядра течения [19]. В этих предпосылках были получены приближенные формулы для профилей скоростей и расхода, справедливые при любом соотношении радиусов труб.

В работе [24] приводится без вывода приближенная формула для расхода жидкости через кольцевой капилляр. Авторы не указывают пределы применимости своей формулы, но, судя по ее виду, она получена в предположении о малости ядра течения. Задача о течении вязкопластичной жидкости в кольцевой трубе рассматривалась Дж. Мори и Н. Ототейком [23], однако их решение оказалось ошибочным, Лэйрд получил весьма громоздкое решение [22], аналогичное решению М.П. Воляровича и Л.М. Гуткина, повторив их способ интегрирования. Одновременно с Лэйрдом задача о течении вязкопластичной жидкости в кольцевой трубе рассматривалась А. Слибаром и П.А. Пасли [25]. В отличие от работ [20, 22f], в которых интегрировались обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка для определения профиля скоростей в областях сдвигового течения, в работе [25] сначала находится распределение напряжения сдвига, единое для всего кольцевого зазора, а затем интегрированием реологического уравнения состояния определяются профили скоростей.

А. Дж. Фредриксон и Р.Б. Бирд поставили перед собой цель получить более простое и компактное выражение для расхода, используя специальным образом определенные безразмерные переменные. В работе [24] приводятся таблицы для скорости движения квазитвердого ядра при различных значениях отношения радиусов цилиндров и ширины ядра.

В рассматриваемых выше работах в основу была положена простейшая линейная модель вязкопластичных сред. Для нелинейно-вязкопластичных материалов имеется лишь несколько работ [26, 27], авторы которых тем или иным приемом численно и аналитически решали задачу течения в соосно-цилиндрическом канале для моделей Кэссона и Балкли - Гершеля. Для более сложной модели ЭРЖ подобная задача не рассматривалась.

Основываясь на работе [19], определим скорость и расход нелинейно-вязкопластичной среды. Напряжение сдвига и градиент скорости, согласно физике деформирования, должны иметь одинаковые знаки. Кроме того, градиент  $u$ , проходя через нуль и меняя знак, не должен давать разрыва величины. Учет этих требований дает поперечную кольцевую площадку, вдоль которой производная  $du/dr = 0$ . Ширину этой площадки найдем приравниванием величины приложенных сил давления к величине скачка напряжения сдвига  $\tau$ , умноженного на площадь. Если напряжение сдвига в материале меньше предела текучести  $\tau_0$ , то материал подвергается сдвигу и перемещается вдоль оси как твердый стержень. При  $\tau > \tau_0$  внутри канала имеется область вязкого течения. Вся область между соосными цилиндрами делится на три зоны (рис. 1).

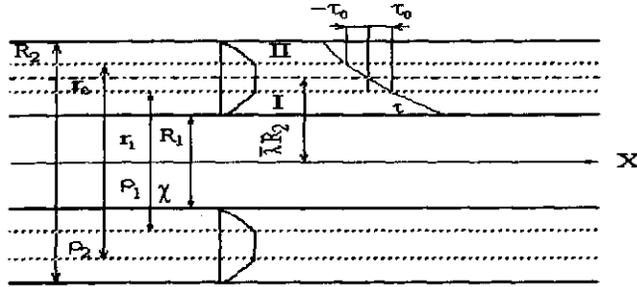


Рис. 1. Схема течения вязкопластичной среды в соосно-цилиндрическом канале-конденсаторе

Для 1 и 2 зон уравнения состояния имеют вид:

$$\begin{aligned} \tau^{1/n} &= \tau_0^{1/n} + (\mu_p \gamma)^{1/n}, \quad R_1 < r < r_1, \quad \tau > 0; \\ (-\tau)^{1/n} &= \tau_0^{1/n} + (-\mu_p \gamma)^{1/n}, \quad r_2 < r < R_2, \quad \tau < 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Аналогично работе [19] введем безразмерные переменные:

$$\rho = \frac{r}{R_2}; \quad \varphi = \frac{2\mu_p L}{R_2^2 \Delta P} u; \quad \beta_0 = \frac{2\tau_0 L}{R_2 \Delta P}; \quad k = \frac{R_1}{R_2}. \tag{4}$$

Решив уравнение (3) относительно градиентов скорости, получим: для первой области

$$\frac{d\varphi_1}{d\rho} = \left[ \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} - \rho \right)^{1/n} - \beta_0^{1/n} \right]^n. \tag{5}$$

В интервале  $\chi < \rho < \rho_1 < \bar{\lambda}$ , при  $\beta_0 < 1$  комплекс  $\frac{\beta_0}{\frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} - \rho} < 1$ .

Поэтому выражение в квадратных скобках (5) можно разложить в абсолютно сходящийся ряд:

$$\frac{d\varphi_1}{d\rho} = \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} - \rho \right) \left[ 1 + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p C_n \beta_0^{p/n} \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} - \rho \right)^{p/n} \right],$$

где  $C_n^1 = \frac{n}{1!}; C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2!} \dots C_n^p = \frac{n(n-1) \dots (n-p+1)}{p!}$ .

Выражение для скорости имеет вид:

$$\varphi_1 = \bar{\lambda}^2 \ln \rho - \frac{1}{2} \rho^2 + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p C_n^p \beta_0^{p/n} \int \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} - \rho \right)^{1-p/n} d\rho + B_1.$$

Используя граничное условие  $\varphi_1 = 0$  при  $\rho = \chi$ , найдем постоянную интегрирования  $B_1$ :

$$B_1 = -\bar{\lambda}^2 \ln \chi + \frac{1}{2} \chi^2 - \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p C_n^p \beta_0^{p/n} \int \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} - \rho \right)^{1-p/n} d\rho \Big|_{\rho=\chi},$$

тогда 
$$\varphi_1 = \bar{\lambda}^2 \ln \rho / \chi - \frac{1}{2}(\rho^2 - \chi^2) + \sum (-1)^p C_n^p \beta_0^{p/n} [f(\rho) - f_1(\chi)], \quad (6)$$

где  $f_1(\rho) = \int \left( \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} - \rho \right)^{1-p/n} d\rho.$

Для второй области аналогично имеем:

$$-\frac{d\varphi_2}{d\rho} = \left( \rho - \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} \right) \left[ 1 - \beta_0^{1/n} \left( \rho - \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} \right)^{1/n} \right]. \quad (7)$$

При  $\frac{\beta_0}{\rho - \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho}} \ll 1$  разложим в ряд:

$$\frac{d\varphi_2}{d\rho} = - \left( \rho - \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} \right) \left[ 1 + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p C_n^p \beta_0^{p/n} \left( \rho - \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} \right)^{p/n} \right].$$

Используя условие прилипания, находим:

$$\varphi_2 = \bar{\lambda}^2 \ln \rho + \frac{1}{2}(1 - \rho^2) + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p C_n^p \beta_0^{p/n} [f_2(1) - f_2(\rho)], \quad (8)$$

где  $f_2(\rho) = \int \left( \rho - \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} \right)^{1-p/n} d\rho.$

Профили скоростей в различных зонах канала определяются по формулам (6) и (8), где величины  $\bar{\lambda}, \rho_1, \rho_2$  остаются неизвестными.

Для их определения имеем следующие условия:

1. Кинематическое условие равенства скоростей на границах ядра потока:

$$\varphi_1(\rho_1) = \varphi_2(\rho_2).$$

Его можно записать в виде:

$$\varphi = \bar{\lambda}^2 \ln \frac{\rho_2 \chi}{\rho} + \frac{1}{2} \left( 1 - \rho_2^2 - \rho_1^2 + \chi^2 \right) + \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p C_n^p \beta_0^{p/n};$$

$$[f_2(1) - f_2(\rho_2) - f_1(\rho_1) + f_1(\chi)] = 0. \quad (9)$$

2. Динамическое условие равновесия сил, действующих на ядро:

$$r_2 - r_1 = \frac{2\tau_0 l}{\Delta P} = \rho_2 - \rho_1 = \beta_0, \quad (10)$$

т.е. параметр  $\beta_0$  равен безразмерной ширине ядра.

3. Условие равенства напряжения сдвига на границах ядра пределу текучести. Используя условие при  $\tau = \tau_0$  при  $r = r_1(\rho = \rho_1), \tau = \tau_0$  при  $r = r_2(\rho = \rho_2)$ , получим из выражений для градиентов скоростей

$$\rho_2 - \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho_2} = -\rho_1 + \frac{\bar{\lambda}^2}{\rho_1}; \quad \bar{\lambda}^2 = \rho_1 \rho_2. \quad (11)$$

Из уравнений (10), (11) определяем неизвестные  $\bar{\lambda}, \rho_1, \rho_2.$

Имеем 
$$\rho_2 = \rho_1 + \beta_0; \quad \bar{\lambda}^2 = \rho(\rho + \beta_0). \quad (12)$$

Подставив в (9)  $\rho_2$  и  $\bar{\lambda}^2$  согласно (12) получим одно трансцендентное уравнение для определения  $\rho_1.$  После чего находим  $\rho_2$  и  $\bar{\lambda}^2.$

В полученном ключевом уравнении (9) фигурируют функции  $f_1(\rho)$  и  $f_2(\rho)$ . Они выражаются через неберущиеся в элементарных функциях интегралы, которые, однако, можно выразить через быстроходящиеся ряды при использовании условий:  $\frac{\rho_2}{\lambda^2} < 1$  – в первой области;  $\frac{\bar{\lambda}^2}{\rho} < 1$  – во второй области:

$$f_1(\rho) = \bar{\lambda}^{2(1-p/n)} \int \left(1 - \frac{\rho^2}{\lambda^2}\right)^{(1-p/n)\rho/n-1} d\rho = \bar{\lambda}^{2(1-p/n)} \int \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i C_{1-p/n}^i \left(\frac{\rho^2}{\lambda^2}\right)^i\right] \rho^{p/n-1} d\rho = \bar{\lambda}^{2(1-p/n)} [\alpha_1 + \alpha_2], \quad (13)$$

где  $C_{1-p/n}^1 = \frac{1-p/n}{1!}$ ;  $C_{1-p/n}^2 = \frac{(1-p/n)^{p/n}}{2!}$  ...  $C_{1-p/n}^i = \frac{(1-p/n) \dots (1-p/n-i+1)}{i!}$ ;

$$\alpha_1 = \frac{\rho^{p/n}}{p/n}, \alpha_2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^i C_{1-p/n}^i \bar{\lambda}^{2i}}{2i + p/n};$$

$$f_2(\rho) = \beta_1 + \beta_2, \quad (14)$$

здесь  $\beta_1 = \begin{cases} \frac{\rho^{2-p/n}}{2-p/n}, p/n \neq 2 \\ \ln \rho, p/n = 2 \end{cases}$ ;  $\beta_2 = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i C_{1-p/n}^i \bar{\lambda}^{2i} \begin{cases} \frac{\rho^{2-p/n-2i}}{2-p/n-2i}, p/n \neq 2(1-i) \\ -\ln \rho, p/n = 2(1-i) \end{cases}$ .

Аналитически решить трансцендентное уравнение (9) при условии (13) и (14) нельзя. Поэтому решение (9) проводилось численно.

Были вычислены положения безразмерных границ и постоянная интегрирования  $\bar{\lambda}^2$ , определены скорости движения квазитвердого ядра и безразмерный расход  $q^*$ :

$$q^* = \left[ \int_x^{\rho} \varphi_1(\rho) \rho d\rho + \frac{1}{2}(\rho_2^2 - \rho_1^2) \varphi_0 + \int_{\rho_2}^{\rho_1} \varphi_2(\rho) \rho d\rho \right]. \quad (15)$$

Зависимость этих величин от параметров  $n, \beta_0, \chi$  показана графически (рис. 2, 3).

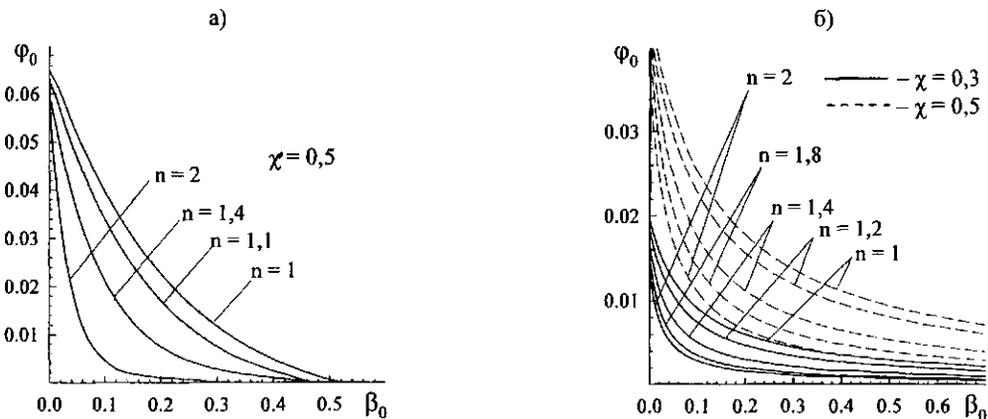


Рис. 2. Влияние параметра пластичности  $\beta_0$ :  
а – на скорость движения квазитвердого ядра; б – безразмерный расход

С ростом  $\beta_0$  (соответствующего увеличению  $\tau_0(E)$ ), т.е. при неизменном движущем перепаде давления, величина  $\varphi_0$  прогрессивно снижается до значения, близкого к нулю, и тем быстрее, чем больше величина  $\chi$ . Для сравнения на графике нанесены кривые для различных значений параметра нелинейности.

Из графиков видно, что для одинаковых значений величин  $\chi$  и фиксированных  $\beta_0$  скорость движения гораздо выше для сред с меньшим значением параметра  $n$ . Другое важное обстоятельство заключается в том, что при малых и умеренных значениях  $\beta_0$  зависимость  $\varphi_0(\beta_0)$  для сред с параметром  $n$  немного больше и равным единице близка к линейной, тогда как для больших  $n$  кривые заметно нелинейны во всем диапазоне возможных значений  $\beta_0$ . Таким образом, нелинейность кривой течения  $\tau = \tau(\gamma)$  оказывает исключительно сильное влияние на кинетику и динамику, в частности, на скорость движения квазитвердого ядра.

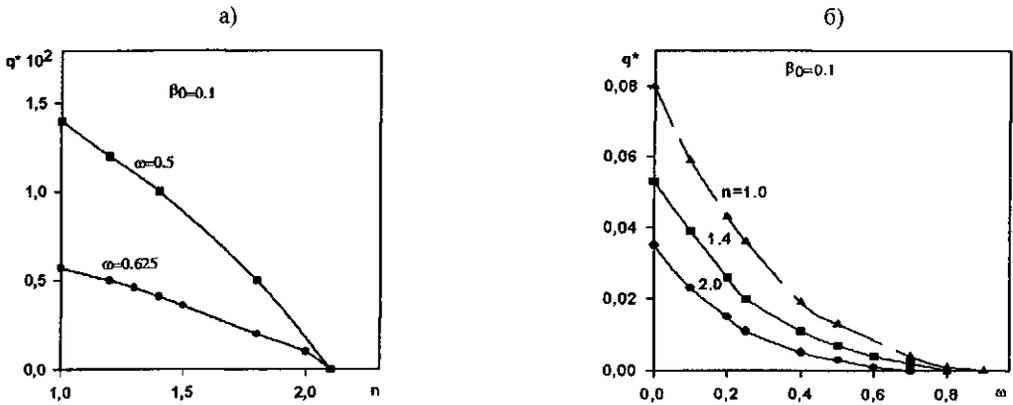


Рис. 3. Зависимость безразмерного расхода: а – от параметра нелинейности  $n$ ; б – геометрии соосно-цилиндрического канала  $\chi$

По вычисленным значениям скорости для одинаковых объемных расходов строился профиль скорости при различных значениях  $\beta$ ,  $n$ ,  $\chi$  (рис. 4).

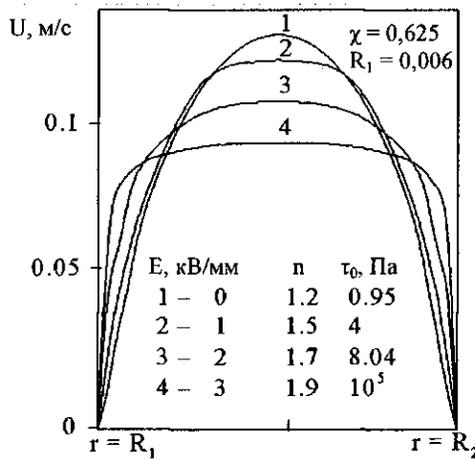


Рис. 4. Профиль скорости при течении нелинейно-вязкопластичной среды в соосноцилиндрическом канале при различных напряженностях электрического поля:  $\chi = 0,625$ ;  $R_2 = 6 \cdot 10^{-3}$  м; 1 –  $\tau = 0,95$  Па;  $E = 0$ , 2 – 4 Па, 1 кВ/мм; 3 – 8,04 Па, 2 кВ/мм; 4 –  $10^5$  Па, 3 кВ/мм

Как видно из рис. 4, с ростом  $\beta_0$  (увеличивается  $\tau_0$ ) и  $n$  профиль скорости становится менее выпуклым, более заполненным и квазитвердая зона расширяется. В то же время скорости в первой и второй зонах увеличиваются. Такое различие между профилями скоростей, а следовательно, и кривыми расходов при течении жидкостей с разными  $\beta_0$  и  $n$  легко объяснить с помощью реологических кривых течения этих жидкостей. Как видно из приведенных кривых, с ростом  $E$  значительно увеличивается предел текучести и кривизна нелинейного участка, т.е. наличие электрического поля приводит к тем же результатам в зависимости расхода, скорости в трех зонах течения от  $\beta_0$ ,  $n$ , что и увеличение ширины квазитвердого ядра и параметра нелинейности.

Были рассчитаны значения  $\varphi_0$ ,  $q^*$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  в зависимости от  $E$  для соответствующих  $n$ ,  $\beta_0$ ,  $\mu_p$ , взятых из опытов геометрии, и определены значения размеренного расхода:

$$Q = \frac{q^* \pi R^4 \Delta P}{\mu_p L}$$

Результаты расчета приведены на рис. 5. Как оказалось, увеличение напряженности электрического поля ведет к параболическому уменьшению расхода жидкости при одном и том же значении перепада давления. Такую зависимость  $Q = Q(E)$  при течении ЭР-суспензий легко можно объяснить с помощью реологических кривых течения этих жидкостей в электрическом поле. Как известно из реологических опытов, электрическое поле увеличивает нелинейность кривой течения и предельное напряжение сдвига. Из выражения для параметра  $\beta_0$  вытекает, что при равных  $\Delta P$ , большим значениям  $\beta_0$  соответствуют

большие значения начального напряжения сдвига, т.е. меньший объемный расход. При одинаковых значениях градиентов давления профили напряжений отличаются незначительно при течении жидкостей с разным показателем нелинейности  $n$ , причем различие между ними тем меньше, чем больше  $\chi$ . Одно и то же напряжение сдвига для жидкости в меньшем электрическом поле порождает значительно больший градиент скорости, но поскольку поля напряжений примерно одинаковы для одних и тех же значений  $\beta_0$ , то величины течения жидкости в более сильном электрическом поле значительно меньше, чем при течении жидкости в слабом поле.

Таким образом, чтобы получить одинаковые расходы в случае течения жидкости в более сильном поле нужно приложить больший градиент давления.

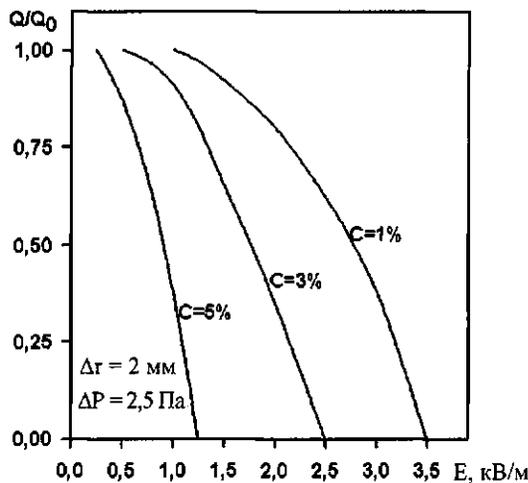


Рис. 5. Зависимость относительного объемного расхода нелинейно-вязкопластичной среды от напряженности электрического поля ( $\Delta P = \text{const}$ )

Таким образом, расчеты выявили существенное влияние электрического поля на характер движения и гидравлические показатели электрореологических суспензий при течении через канал-конденсатор.

Для нахождения зависимости  $\Delta P = \Delta P(x, y, z, t)$ , характеризующей напорное течение жидкости, допустим, что перепад давления зависит от следующих параметров: размеров кольцевой трубы  $L$  и  $R_1, R_2$ ; средней скорости  $u$ ; свойств жидкости, определяемых параметрами  $\rho, \eta, \tau_0, n$ . Следовательно, можно написать

$$\Delta P = \varphi(L, R_1, R_2, \rho, \mu_p, \tau_0, n), \quad (16)$$

имеем

$$\bar{\xi} = d, \Delta p / 2\rho \bar{U}^2.$$

Зная среднее значение скорости при течении в канале, можно определить коэффициент гидравлических потерь  $\bar{\xi}$ . Так, для чисто вязкой жидкости используя  $u(r)$  для кольцевого канала, можно получить следующее выражение для  $\bar{\xi}$ :

$$\bar{\xi} = \frac{1}{Re} \frac{64(1 - R_1/R_2)}{1 + (R_1/R_2) + \frac{1 - (R_1/R_2)^2}{\ln R_1/R_2}}.$$

Для нелинейно-вязкопластичной среды коэффициент гидравлического сопротивления определяется также по формуле Дарси – Вейсбаха, если подсчитать среднюю скорость установившегося течения в канале. Для трех зон течения, используя (6), (8) – (11) получим следующее выражение для средней скорости:

$$\begin{aligned} \bar{u} = 2 \frac{\int_{R_1}^{r_1} r u_1(r) dr + \int_{r_2}^{R_2} r u_2(r) dr + \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2) u_0}{R_2^2 - R_1^2} &= \frac{R_2^2 \Delta P}{2\mu_p L} \times \\ \times \left[ \int_{R_1}^{r_1} \frac{2r \Phi_1(r) dr}{R_2^2 - R_1^2} + \int_{R_2}^{r_2} \frac{2r \Phi_2(r) dr}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{u_0(r_2^2 - r_1^2)}{R_2^2 - R_1^2} \right] &= \frac{I R_2^2 \Delta P}{2\mu_p L}. \end{aligned} \quad (17)$$

где  $I$  – выражение в квадратных скобках;  $\Phi_1(r) = \varphi_1(\rho = r/R_2)$ ,  $\Phi_2(r) = \varphi_2(\rho = r/R_2)$ .

Тогда коэффициент гидравлического сопротивления определяется из формулы:

$$\bar{\xi} = \frac{1}{Re'} \frac{16(1 - R_1/R_2)^2}{l} = \frac{16}{Re'} \quad (18)$$

Расчет по формуле (18) для сложного выражения скоростей течения в зонах канала громоздок и неудобен. Поэтому имеет смысл произвести оценку составляющих трения с целью получить упрощенную формулу для  $\bar{\xi}$ . Как уже отмечалось, для вязкопластичных жидкостей имеется пластическая  $\tau_0$  и вязкостная составляющие трения  $\mu_p \gamma$ . Это приводит к появлению двух безразмерных параметров Рейнольдса:

$$Re' = \frac{\rho d_s \bar{u}}{\mu_p} \text{ -- отношение сил инерции } \rho l^2 \bar{u} \text{ к силам трения } \mu_p \bar{u} d_s;$$

$$Re'' = \frac{\rho \bar{u}^2}{\tau_0} \text{ -- отношение сил инерции к силам пластичности } \tau_0 d_s^2.$$

Параметр  $Re''$  впервые был предложен Стабниковым, а затем широко использовался Тябиным и Мирзаджанзаде. В работах [29, 30] для маловязких с небольшим содержанием твердых частиц глинистых и цементных растворов, а также для торфяных гидромасс с общим уравнением состояния Шведова – Бингама, авторы приняли, что в силы трения наибольший вклад вносит предельное напряжение сдвига  $\tau_0$ . Тогда, отбросив  $\mu_p$  и  $Re'$ , можно вычислять гидродинамическое сопротивление как функцию только от  $Re''$ . Для малых значений сил пластичности можно оставить только  $Re'$ . В этом случае, когда силы вязкости и пластичности сопоставимы, нужно пользоваться обобщенным параметром Рейнольдса  $Re^*$ , имеющим вид:

$$Re^* = \frac{\rho d_s^2 \bar{u}^2}{\left( \mu_p \frac{\bar{u}}{l} + \tau_0 \right) d_s^2} = \frac{Re'}{1 + Sen},$$

где  $Sen$  (параметр Сен-Венана – Ильющина) есть отношение  $Re'/Re''$ .

А.Ф. Шахалиев в работе [29] показал, что использование одного обобщенного параметра  $Re'$  вместо двух независимых –  $Re'$  и  $Re''$  не приводит к цели, т.е. при обработке экспериментальных данных правильнее пользоваться не одним обобщенным критерием  $Re^*$ , а двумя  $Re'$  и  $Re''$ . Обобщенный критерий  $Re^*$  характеризует лишь два крайних случая, когда из соответствующих сил трения одна значительно меньше другой. Для практического приближенного определения  $\bar{\xi}$  в кольцевом канале рядом автором были предложены различные подходы. Так, Р.И. Шищенко в [30], Шумилов, Герик для определения потерь в кольцевом пространстве предлагают использовать формулу для потерь давления в трубах, заменяя при этом радиус трубы учетверенным гидравлическим радиусом.

В.М. Соловьев [31] проводил экспериментальные работы по определению гидравлических потерь для движения глинистых растворов в кольцевом пространстве. Потери по формуле Дарси – Вейсбаха определялись при замене фактического диаметра на эквивалентный, равный:

$$d_s = 2 \sqrt{R_2^2 + R_1^2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln R_2 / R_1}}.$$

Для структурного, т.е. вязкопластичного режима течения (небольшие значения  $\gamma$ ) коэффициент гидравлических потерь определяется по формуле [13]:

$$\bar{\xi} = \frac{64}{Re_{к.п.}^*};$$

$$R_{к.п.}^* = \frac{\gamma \bar{u} d}{q \mu_p \left[ 1 + \frac{\psi_3 \tau_0 (R_2 - R_1)}{\mu_0 \bar{u}} \right]};$$

$$\psi_3 = \frac{R_2^2 - R_2 R_1 - R_1^2}{3(R_2^2 - R_1^2)} \frac{l}{\ln R_2 / R_1}.$$

Мительман при экспериментальных исследованиях структурного режима движения глинистых растворов в кольцевом пространстве [13] установил следующую зависимость  $\xi$  от  $Re_{к.п.}^*$ :

$$\bar{\xi} = \frac{80}{Re_{к.п.}^*},$$

$$\text{где } Re_{к.п.}^* = \frac{\gamma \bar{u} (R_2 - R_1)}{q \mu_p \left[ 1 + \frac{\tau_0 (R_2 - R_1)}{6 \mu_p \bar{u}} \right]}.$$

Эта же зависимость Мавсумовым представлена в виде:

$$\bar{\xi} = \frac{64}{Re'} \frac{(1 - 1/R_2)}{1 + \frac{1}{R_2^2} + \frac{1 + 1/R_2^2}{\ln 1/R_2}} + \frac{B_0}{Re''},$$

где  $B_0 = 11,5$

В случае  $\tau_0 = 0$  получим известную формулу для определения  $\xi$  при ламинарном течении вязкой жидкости в кольцевом пространстве. При  $R_1 = 0$  после раскрытия неопределенности получим формулу для  $\bar{\xi}$  при структурном режиме движения вязкопластичной жидкости в трубе:

$$\bar{\xi} = \frac{64}{Re'} + \frac{11,5}{Re''}.$$

При сравнении предложенных зависимостей оказалось, что погрешность при вычислении по формуле Мавсумова по сравнению с точной формулой предложенной Гуткиным и Воларовичем [19] составляет максимум 6,7 %, в то время как формула Мительмана дает 23 %, а формула Соловьева - 30 %.

Однако все предложенные формулы и оценки относятся к простейшему бингамовскому течению вязкопластичных сред. Определим для нелинейно-вязкопластичных сред. Обобщенный критерий Рейнольдса и оценим вклад пластичной и вязкой составляющих сопротивления трения. Для этого в  $Re$  подставим выражение для эффективной вязкости:

$$\eta = \frac{\left[ \tau_0^{1/n} + (\mu_p \dot{\gamma})^{1/n} \right]^n}{\dot{\gamma}}.$$

Имеем

$$Re^* = \frac{\rho \bar{u} d}{\left[ (\tau_0 / \gamma)^{1/n} + \mu_p^{1/n} \right]^n}.$$

Учитывая, что  $j = 2 \bar{u} / \Delta r$ , получим

$$Re^* = \frac{\rho u d}{\mu_p \left[ 1 + (\tau_0 / \mu_p \gamma)^{1/n} \right]^n} = \frac{Re'}{\left[ 1 + sen^{1/n} \right]^n}.$$

Воспользовавшись теперь данными реометрии, например, для  $C = 1 - 5 \%$   $E = 3$  кВ/мм оценим параметр  $sen^{1/n}$  для  $\Delta r = 0,001$  м и скоростей сдвига  $\gamma = 100, 200, 500$  с<sup>-1</sup>, соответствующих средним скоростям движения электрореологических жидкостей при напорном течении в кольцевом канале.

Как видно из таблицы влияния электрического поля на относительную электровязкость, лишь для ЭРЖ  $C = 5 \%$  пластическая и вязкая составляющие сравнимы по величине, для остальных случаев при  $n > 1$ ,  $(Re' / Re^*)^{1/n} \ll 1$ . Этот факт позволяет в большинстве практических приближенных расчетов для сильных электрических полей принять  $Re^* \cong Re'$ . Тогда потери гидравлического сопротивления можно рассчитать по формуле (18).

На рис. 6 представлена зависимость гидравлического сопротивления, отнесенного к начальному ( $E = 0$ ) сопротивлению канала  $\xi$  от напряженности электрического поля  $E$  для одинаковых средних скоростей течения.

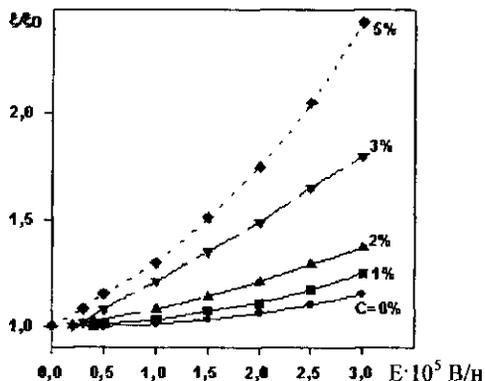


Рис. 6. Зависимость относительного коэффициента гидравлического сопротивления соосно-цилиндрического канала-конденсатора от напряженности электрического поля

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Электрореологический эффект / Под. ред. А.В. Лыкова. - Мн.: Наука и техника. - 1972. - 172 с.
2. Alcock E.D. // Physics. - 1936. - Vol. 7. - P. 126 - 136.
3. Andrade E.N., Dodd C. // Proc. Royal Soc. - 1951. - Vol. A204. - P. 449-455.
4. Andrade E.N., Hart J. // Proc. Royal Soc. - 1954. - Vol. A225. - P. 463 - 472.
5. Озере А.П., Мейерс А.Э., Грислис В.Я., Краукле З.А. // Изд. Латв. ССР. Сер. физ.-техн. наук. - 1968. - J&3.-С. 68-73.
6. Bullough W.A., Stringer J.D. // 3-rd Int. Fluid Power Sym. - 1973.
7. Мясников В.П. // ПМТФ. - 1964. -№ 6. - С. 82 - 88.
8. Eige J. // J. ASME. Paper. - 1963. - Vol. 63-MD-1. - P. 20 - 28.
9. Phillips W., Austlander D. // SCL-DC-710013. - 1971. - P. 48 - 54.
10. Pesthon J., Eige J. // J. Int. Sci. Report Proiect USAF. Stanford Research Inst. - 1960. - P. 3129 - 3138.
11. Wang K., Moley R., Carey G. // Proceedings of the 2-nd International Conference on ERF.-Ed. Carlson J.D., Sprecher A.F. and Conrad H.-Raleigh, N.C. Tectnomic Publishing Company, INC. - 1989. - P. 41 - 52.
12. Patent 2417850. USA/W.M. Winslow. - 1947.
13. Гидравлика глинистых и цементных растворов / А.Х. Мирзаджанзаде, А. А. Миршоян, Г.М. Гевин ян, М.К. Сендрза. - М.: Недра. - 1966. - С. 64 - 76.
14. Fredrikson A.J., Bird R.B. // Indust, end, Chem. - 1958. - Vol. 50. - P. 347 - 355.
15. Cramer S.D., Marchello J.M. // Ind. and End. Chem. Fundam. - 1969. - Vol. 8, № 3. - P. 293 -299.
16. Wein O., Nebrensky J. // Witherle Pheol. Fct. - 1970. - Vol. 9, № 2. - P. 278 - 284.
17. Бастанджиян С.А. // Инженерно-физический журнал. -1970. - Т. 18, № 16.
18. Воларович М.П., Гуткин Л.М. // Коллоидный журнал. - 1963. -Т. 25, № 6. - С.642-651.
19. Воларович М.П., Гуткин Л.М. //Журнал технической физики. - 1964. - Вып.3.- С.16-25.
20. Шипаков П.К.//Журнал технической физики. - 1949. Вып. 19.-С. 19-24.
21. Chien Sze-Foo // Int. J. Roch. Mech and Mining Sci. - 1970. - Vol. 7. - P. 4 - 12.
22. Laird W.H.//Ind. End. Chem. - 1957. - Vol. 48, № 1. - P. 248 - 253.
23. Mori J., OtotakeN.// Chem. - 1957.-Vol. 8,№ I.-P. 34-47.
24. Olphen H. // Van J. Inst. Petroleum. - 1950. - Vol. 36. - P. 315 - 323.
25. Slibar A., Pasli P.A. // Leits angew. Math, Mech. - 1957. - Vol. 37. - P. 12 - 23.
26. Ким А.Х., Лапушина Б.И. // Теоретическая и инструментальная реология. - Мн.: АН БССР, 1970.
27. Лыков А.В., Бастанджиян С.А., Шульман З.П. Прикладная реология. - Мн.: ИТМО АНБ, 1970. Т. 1.
28. Мирзаджанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязко пластичных и вязких жидкостей в применении к нефтедобыче. - Баку: Азернефтиздат, 1959. - С. 45 - 63.
29. Шихалиев А.Ф. // Изв. ВН СССР. ОТН. Сер. мех. и машиностроение. - 1963. - № 1. - С. 87 - 99.
30. Шищенко Р.И. Гидравлика глинистых растворов. - Баку: Азернефтиздат, 1951. - С. 72 - 86.
31. Соловьев В.М. // Нефтяное хозяйство. - 1957. - № I. - С. 43 - 57.