

## МЕХАНИКА

УДК 621.922.791

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕТИКИ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ПРОПИТКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПОРОШКОВОГО СЛОЯ

**А.С. АРШИКОВ, Ю.Н. ГАФО,**  
канд. техн. наук, доцент **А.А. ЛЫСОВ**

*Рассмотрена математическая модель кинетики центробежной пропитки пористого цилиндрического слоя. Изучена пропитка порошкового слоя со сквозной пористостью и пропитка порошкового слоя, примыкающего к непроницаемой стенке. Выведены соотношения для выбора скорости вращения и определения времени полной пропитки пористого цилиндрического слоя. Полученные результаты рекомендовано использовать при разработке технологических процессов и выборе параметров оборудования для изготовления абразивного инструмента, а также при разработке процессов фильтрации и центрифугирования.*

Стойкость и работоспособность инструмента из сверхтвердых материалов определяется прочностью и твердостью инструментального материала и прочностью закрепления его в матрице.

Химическое, адгезионное закрепление режущих зерен из сверхтвердых материалов, т.е. закрепление за счет создания прочных химических сил связи между поверхностью сверхтвердого элемента и матрицей является важнейшим фактором и резервом повышения стойкости и работоспособности инструмента [1].

Одним из перспективных методов получения алмазно-металлических композиций с повышенной концентрацией алмазных зерен в материале матрицы является метод центробежной пропитки, при котором расплав материала металлической матрицы пропитывает слой алмазного порошка за счет центробежных и капиллярных сил. Это определяется отсутствием пластической деформации у алмазных порошков при их компактировании, а также известными результатами процесса упаковки частиц различной формы до максимальной плотности. Наименее изучен в данной технологии процесс пропитки [2].

*Пропитка порошкового слоя со сквозной пористостью.* Пусть требуется пропитать жидкостью коаксиальный цилиндр со сквозной пористостью, вращающийся вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Жидкость подается в полость цилиндра разовой порцией массой  $m$ . Пренебрегаем влиянием силы тяжести по сравнению с центробежной силой (число Фруда  $Fr > 1$ ).

При движении жидкости в теле со сквозной пористостью движущая сила процесса пропитки определяется перепадом давлений

$$\Delta P = P_{ЦБ} + P_K, \quad (1)$$

где  $P_{цб}$  – центробежное давление;  $P_K$  – капиллярное давление.

Масса порции жидкости, необходимая для полного заполнения пор цилиндра с наружным радиусом  $R_3$  и внутренним радиусом  $R_2$  (рис. 1), определяется из выражения

$$m = \rho V_{\Pi} = \pi \rho l \theta (R_3^2 - R_2^2)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $l$  – высота цилиндра;  $\theta$  – пористость;  $V_{\Pi}$  – объем пор.

Центробежное давление  $P_{цб}$  на любой стадии пропитки складывается из суммы центробежного давления слоя жидкости над внутренней поверхностью пористого цилиндра, еще не успевшей проникнуть в поры, и центробежного давления жидкости, уже пропитавшей часть порового пространства

$$P_{цб} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 (R_2^2 - R_1^2) + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (r^2 - R_2^2), \quad (2)$$

где  $R_1$  – радиус свободной поверхности жидкости;  $r$  – радиус фронта пропитки.

Учитывая, что масса жидкости над поверхностью цилиндра

$$m_1 = \pi \rho l (R_2^2 - R_1^2),$$

а масса жидкости в поровом пространстве

$$m_2 = \pi \rho l \theta (r^2 - R_1^2),$$

а также, что

$$m = m_1 + m_2,$$

из соотношения (2) получим

$$P_{цб} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2 m}{\pi l} \quad (3)$$

Таким образом из формулы (3) видно, что движущее центробежное давление на любой стадии пропитки не зависит от времени и степени пропитки, а определяется только требуемой массой загрузки, высотой цилиндра и скоростью вращения.

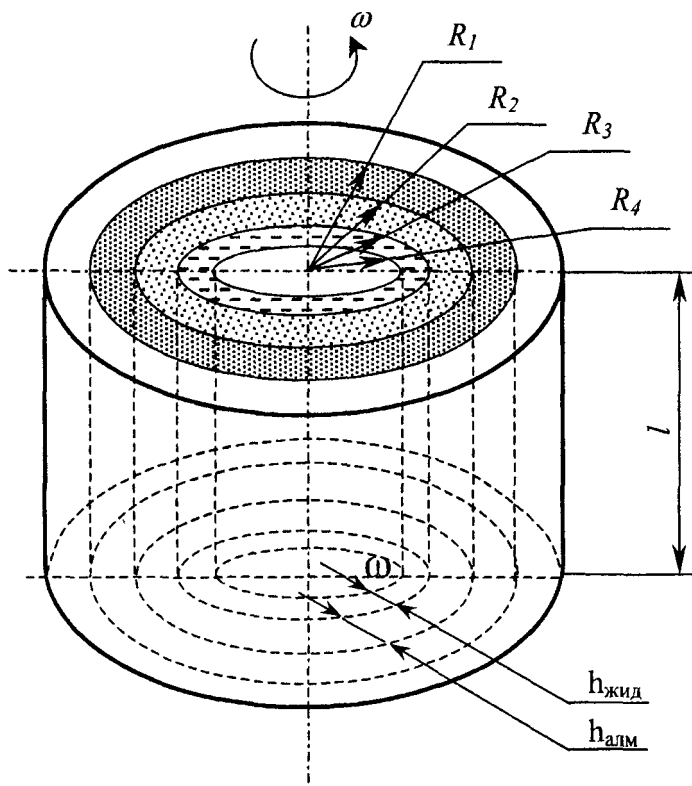


Рис. 1. Расчетная схема для определения времени пропитки

Капиллярное давление определяется по формуле [2]

$$P_k = \frac{2\sigma \cos \alpha}{r_n}, \quad (4)$$

где  $\sigma$  – поверхностное натяжение;  $\alpha$  – краевой угол смачивания;  $r_n$  – радиус пор.

При плохом смачивании (когда  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ,  $\cos \alpha < 1$ ) с учетом соотношения (1) полная пропитка пористого слоя обеспечивается при выполнении условия

$$P_{цб} \geq -P_k \quad (5)$$

Подставляя соотношение (7) и (8) в соотношение (9), получим

$$\omega_{\min} \geq 2 \sqrt{\left( -\frac{\pi l \sigma \cos \alpha}{m r_k} \right)} \quad (6)$$

Соотношение (6) может использоваться для выбора скорости вращения, обеспечивающей полную пропитку цилиндра, выполненного из материала со сквозной пористостью, плохо смачиваемого пропитываемой жидкостью.

Скорость фильтрации через пористые среды (закон Дарси) равна [3]

$$v = - \frac{K_f}{\eta} \Delta P,$$

где  $K_f$  – проницаемость;  $\eta$  – вязкость жидкости.

Тогда расход жидкости в единицу времени через цилиндрическую границу фильтрации

$$Q = \frac{2\pi l K_f \theta r}{\eta} \frac{dP}{dr}$$

После интегрирования получаем

$$Q = \frac{2\pi l K_f \theta}{\eta} \frac{\Delta P}{\ln \frac{r}{R_2}}, \quad (7)$$

где  $r$  – радиус фронта пропитки.

Учитывая, что

$$Q = 2\pi r l \theta \frac{dr}{dt}$$

из соотношения (7), получим

$$\frac{dr}{dt} = \frac{K_f}{\eta} \frac{\Delta P}{r \ln \frac{r}{R_2}} \quad (8)$$

Интегрируя это выражение, получим формулу для расчета времени пропитки до радиуса  $r$  в виде

$$t = \frac{\eta R_2^2}{2 K_f \Delta P} \left[ \frac{r^2}{R_2^2} \left( \ln \frac{r}{R_2} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right]$$

Отсюда время полной пропитки цилиндрического пористого слоя (время окончания процесса пропитки) можно определить из формулы

$$t_k = \frac{\eta R_2^2}{4 K_f \Delta P} \left[ \frac{R_3^2}{R_2^2} \left( 2 \ln \frac{R_3}{R_2} - 1 \right) + 1 \right], \quad (9)$$

где  $\Delta P$  рассчитывается из выражения (1), (3) и (4) при условии  $\omega \geq \omega_{min}$ .

Пропитка слоя примыкающего к непроницаемой стенке. Пропитка пористого цилиндрического слоя, примыкающего к непроницаемой стенке, сопровождается защемлением газов в порах и их последующим сжатием. При этом по мере продвижения фронта пропитки давление защемленных газов возрастает в соответствии с законом Бойля-Мариотта. С учетом сжатия защемленного газа движущий перепад давления

$$\Delta P = P_{\text{цб}} + P_{\kappa} + P_0 - P_0 \frac{V_{no}}{V_n} \quad (10)$$

где  $P_0$  – атмосферное давление;  $V_{no}$  – полный объем пор в пористом слое;  $V_n$  – оставшийся непропитанным объем пор.

Отсюда условием прекращения пропитки из-за уравнивания наружного давления и давления защемленного газа является выполнение равенства

$$\frac{P_u + P_{\kappa} + P_0}{P_0} = \frac{V_{no}}{V_{\infty}},$$

где  $V_{\infty}$  – объем непропитанного слоя в момент установления «равновесия».

Отсюда с учетом (3) получим формулу для определения скорости вращения, обеспечивающей заданную степень пропитки

$$\omega_{\infty} = \sqrt{\frac{2\pi l P_o}{m}} \left( \frac{V_{no}}{V_{\infty}} - \frac{P_{\kappa} + P_o}{P_o} \right) = \sqrt{\frac{2\pi l P_o}{m}} \left( \frac{V_{no}}{V_{no} - V_o} - \frac{P_{\kappa} + P_o}{P_o} \right), \quad (11)$$

где  $V_o$  – объем жидкости, пропитывающей поры

$$V_o = V_{no} - V_{\infty}$$

Выражение для определения скорости вращения, обеспечивающей полное впитывание загруженной порции жидкости

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2\pi l P_o}{\rho V_o}} \left( \frac{V_{no}}{V_{no} - V_o} - \frac{P_{\kappa} + P_o}{P_o} \right), \quad (12)$$

где

$$V_o = \pi l \theta (R_{\infty}^2 - R_2^2) = \ln(R_2^2 - R_0^2)$$

$$\frac{V_{no}}{V_{no} - V_o} = \frac{R_3^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_{\infty}^2} = \frac{\theta(R_3^2 - R_2^2)}{\theta(R_3^2 - R_2^2) - R_2^2 - R_0^2} = \frac{1}{1 - \frac{R_2^2 - R_0^2}{\theta(R_3^2 - R_2^2)}}$$

где  $r_{\infty}$  – радиус предельного фронта пропитки;  $R_o$  – радиус свободной поверхности жидкости в начальный момент времени.

Решая алгебраическое уравнение (12) относительно  $V_o$ , можно определить, какая порция жидкости полностью впитывается в пористый слой при вращении со скоростью  $\omega$ .

Скорость продвижения фронта пропитки с учетом изменения давления защемленного газа определяется уравнением (8), где  $\Delta P$  задается по формуле (10), откуда

$$\frac{r \ln \frac{r}{R_2} dr}{\Delta P_1 - P_o \frac{R_3^2 - R_2^2}{R_3^2 - r^2}} = \frac{K_f}{\eta} dt, \quad (13)$$

где  $\Delta P_1 = P_{\text{цб}} + P_{\kappa} + P_o$

Путем несложных преобразований и замены переменной уравнение (13) можно представить в виде

$$\frac{K_f}{\eta} dt = cd\Phi_1(x) - bd\Phi_2(x) \quad (14)$$

где

$$d\Phi_1(x) = x \ln x dx \quad d\Phi_2(x) = \frac{x \ln x dx}{x^2 - a^2} \quad (15)$$

$$x = \frac{r}{R_2} \quad (15)$$

$$a^2 = \frac{R_3^2}{R_2^2} + \frac{P_o R_3^2}{\Delta P_1 R_2^2} - \frac{P_o}{\Delta P_1} \quad (16)$$

$$b = \frac{R_3^2}{R_2^2} + \frac{P_o R_3^2}{\Delta P_1 R_2^2} - \frac{P_o}{\Delta P_1} \quad (17)$$

$$c = \frac{R_2^2}{\Delta P_1}$$

Проинтегрировав правую часть уравнения (14) для функции  $\Phi_2[x(r)]$ , получим [3]

$$\Phi_1[x(r)] = \int_1^{\frac{r}{R_2}} x \ln x dx = \frac{1}{2} \frac{r^2}{R_2^2} \ln \frac{r}{R_2} - \frac{1}{4} \frac{r^2}{R_2^2} + \frac{1}{4}, \quad (18)$$

для функции  $\Phi_2[x(r)]$

$$\Phi_2[x(r)] = \int_1^{\frac{r}{R_2}} \frac{x \ln x dx}{x^2 - a^2} \quad (19)$$

Интегрирование в (19) производим по частям

$$\Phi_2[x(r)] = \frac{1}{2} \ln \frac{r}{R_2} \ln \left| \frac{r^2}{R_2^2} - a^2 \right| - \frac{1}{2} \int_1^{\frac{r}{R_2}} \frac{\ln |x^2 - a^2|}{x} dx \quad (20)$$

Учитывая, что  $a \neq 0$  и  $x^2 < a^2$ , для интеграла в правой части (20), получим [4]:

$$\int_1^{\frac{r}{R_2}} \frac{\ln |x^2 - a^2|}{x} dx = \ln a^2 \ln \frac{r}{R_2} - \frac{1}{2} Li_2 \left[ \frac{1}{a^2} \left( \frac{r^2}{R_2^2} - 1 \right) \right] \quad (21)$$

где

$$Li_2(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{K^z} \text{ — полилогарифм 2-го порядка.}$$

Подставив формулы (18), (20) и (21) в уравнение (14) и проинтегрировав его, получим соотношение для определения времени пропитки пористого цилиндрического слоя до радиуса  $r$ , учитывающее защемление газа в порах, в виде

$$t = \frac{1}{4} \frac{\eta}{K_f} \left\{ a \left[ \frac{r^2}{R_2^2} \left( \ln \frac{r}{R_2} - 1 \right) + 1 \right] - b \left[ 2 \ln \frac{r}{R_2} \ln \left( a^2 - \frac{r^2}{R_2^2} \right) \right] - 2 \ln a^2 \ln \frac{r}{R_2} + Li_2 \left[ \frac{1}{a^2} \left( \frac{r^2}{R_2^2} - 1 \right) \right] \right\}, \quad (22)$$

где  $a^2$ ,  $b$  и  $c$  задаются формулами (15) – (17).

Анализ соотношения (22) показывает, что предельная степень пропитки, которую можно определить из уравнений (11) или (12), практически недостижима за конечный промежуток времени. Это связано с тем, что по мере продвижения фронта пропитки в глубь пористого слоя движущее давление  $\Delta P$  уменьшается, и соответственно уменьшается скорость пропитки. При  $\Delta P \rightarrow 0$  величина

$$\ln \left( a^2 - \frac{r^2}{R_2^2} \right) \rightarrow -\infty \text{ и, следовательно, } t \rightarrow \infty.$$

Вместе с тем, использование уравнений (11) или (12) является весьма полезным на предварительной стадии разработки технологического процесса при выборе диапазона технологических режимов и параметров оборудования.

## Выводы

Анализ полученных соотношений показывает, что длительность процесса пропитки определяется в основном физико-химическими свойствами материалов жидкости и пористого слоя, габаритами пористого слоя, массой порции пропитываемой жидкости, скоростью вращения и в меньшей степени зависит от пористости слоя.

Изучение механизма пропитки алмазных порошков усложняется тем, что пористая структура заготовки отличается от моделей, принятых во всех теориях пропитки. На основании результатов экспериментальных исследований времени пропитки алмазных порошков различной зернистости было установлено, что используя соотношения (6) и (9) с точностью до 80 % можно рассчитать время полной пропитки пористого слоя со сквозной пористостью в зависимости от скорости вращения формы.

Анализируя перспективы метода центробежной пропитки, необходимо также изучить возможность использования дополнительных технологических факторов и приемов, позволяющих повысить качество алмазного инструмента и значительно сократить время пропитки. Например, введение дополнительного вибровоздействия как на стадии предварительного компактирования, так и на стадии пропитки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пайка и металлизация сверхтвердых инструментальных материалов. / Найдич Ю.В., Колесниченко Г.А., Лавриненко И.А., Моцак Я.Ф. – Киев: Наукова думка, 1977. – 187 с.; Мн.: Навука і тэхніка, 1991. – 208 с.
2. Верещагин В.А., Журавлев В.В. Композиционные алмазосодержащие материалы и покрытия. – Мн.: Навука і тэхніка, 1999. – 208 с.
3. Лыков А.В. Тепломассообмен: Справочник. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.
4. Соколов В.И. Центрифугирование. – М.: Химия, 1976. – 408 с.
5. Аксельруд Г.А., Альтшулер М.А. Введение в капиллярно-химическую технологию. – М.: Химия, 1983. – 264 с.