МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
БАШКИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ
С ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ ЦЕНТРОМ УФИЦ РАН
НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ПРИВОЛЖСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ОКРУГА

СБОРНИК ТЕЗИСОВ
МЕЖДУНАРОДНОЙ НАУЧНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ «УФИМСКАЯ ОСЕННЯЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА – 2020»

г. Уфа, 11 – 14 ноября 2020 г.

СЕКЦИЯ «СПЕКТРАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОПЕРАТОРОВ»

СЕКЦИЯ «КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ»

НАУЧНО-ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР «АЭТЕРНА»
УФА - 2020

УДК 517.9
ББК 22

Мероприятие проводится при финансовой поддержке
РФФИ, проект № 20-01-22025

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ «УФИМСКАЯ ОСЕННЯЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ШКОЛА - 2020»: сборник тезисов (г. Уфа, 11-14 ноября 2020 г). / отв. ред. З.Ю. Фазуллин. – Уфа: Аэтерна, 2020. - 180 с.

В сборнике представлены тезисы докладов участников Международной научной конференции «Уфимская осенняя математическая школа - 2020» (г. Уфа, 11-14 ноября 2020 г.). Целью конференции являлось детальное обсуждение новейших результатов и открытых проблем в спектральной теории, нелинейном и комплексном анализе, вычислительной математике, математическом моделировании. Материалы сборника предназначены для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, интересующихся указанными проблемами.

ISBN 978-5-00177-038-1

для полиномов Лагерра, Якоби и Эрмита. Однако, семейства полиномов Воробьева-Яблонского [2] (уравнение PII) и обобщенные полиномы Эрмита [4] (уравнение PIV) требуют для этой цели громоздких вычислений и нетривиального "асимптотического раздевания" задачи Римана. В силу этого обстоятельства предлагаемый в данной работе метод представляется более простым и естественным..

Литература

1. *Сегё Г.* Ортогональные многочлены. — Москва: Физматгиз, 1962.

2. *Buckingham R. J., Miller P. D.* Large-degree asymptotics of rational Painleve-II functions: noncritical behaviour // Nonlinearity. **27**, (2014) 2498–2578.

3. *Deift P.* Orthogonal polynomials and random matrices: A Riemann-Hilbert approach — New York: Courant Lecture Notes, New York Univ., 1999.

4. *Masoero D., Roffelsen P.* Roots of generalised Hermite polynomials when both parameters are large // arXiv:1907.08552v1 (2019)

МНОГОМЕРНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ С G–ФУНКЦИЕЙ МЕЙЕРА В ЯДРЕ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

М.В. Папкович, О.В. Скоромник

mpapkovich@yandex.ru,skoromnik@gmail.com

УДК 517.983

Изучено многомерное интегральное преобразование с G–функцией Мейера в ядре в весовых пространствах суммируемых функций по области $\mathrm{R}_+^n = \mathrm{R}_+^1 \times \mathrm{R}_+^1 \times ... \times \mathrm{R}_+^n$. Построена $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ – теория рассматриваемого интегрального преобразования. Даны условия ограниченности и взаимной однозначности оператора такого преобразования из одних пространств $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ в другие, доказан аналог формулы интегрирования по частям, установлены различные интегральные представления для рассматриваемого преобразования.

Ключевые слова: многомерное интегральное G– преобразование, G-функция Мейера, многомерное преобразование Меллина, пространство интегрируемых функций, дробные интегралы и производные.

MULTIDIMENTIONAL INTEGRAL TRANSFORM WITH THE MEIJER G–FUNCTION IN THE KERNEL IN THE SPACE OF SUMMABLE FUNCTIONS

Multidimentional integral transform with the Meijer G–function in the kernel in the space of summable functions on a domain $\mathrm{R}_+^n = \mathrm{R}_+^1 \times \mathrm{R}_+^1 \times$

Папкович Марина Викторовна, аспирант, ПГУ (Новополоцк, Беларусь); Marina Papkovich (Polotsk State University, Novopolotsk, Belarus)

Скоромник Оксана Валерьевна, к.ф.–м.н., доцент, ПГУ (Новополоцк, Беларусь); Oksana Skoromnik (Polotsk State University, Novopolotsk, Belarus)

$... \times R_{+}^{n}$ was studied.$\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ – theory of a considered integral transformation was constructed. Conditions for the boundedness and one-to-one operator of such a transformation from one $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ – space to another were given, an analogue of the integration formula in parts was proved, various integral representations for the transformation under consideration were established.

Keywords: multidimensional integral G– transform, Meijer G- function, multidimensional Mellin transform, the space of integrable functions, fractional integrals and derivatives.

Рассматривается многомерное интегральное преобразование:

$$\big(\mathbf{G}f\big)(\mathbf{x})=\int\limits_{\mathbf{0}}^{\mathbf{x}}\mathrm{G}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}^{\mathbf{m},\mathbf{n}}\left[\mathbf{xt}\left|\begin{matrix}(\mathbf{a}_i)_{1,p}\\(\mathbf{b}_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right]f(\mathbf{t})\mathbf{dt}\,(\mathbf{x}>0),\tag{1}$$

здесь ([1, п. 28.4], [2]) $\mathbf{x}=(x_1,x_2,...,x_n)\in R^n$; $\mathbf{t}=(t_1,t_2,...,t_n)\in R^n$– векторы, R^n– n-мерное Евклидово пространство; $\mathbf{x}\cdot\mathbf{t}=\sum\limits_{n=1}^{n}x_nt_n$ – их скалярное произведениме,в частности, $\mathbf{x}\cdot\mathbf{1}=\sum\limits_{n=1}^{n}x_n$ для $\mathbf{1}=(1,1,...,1)$; $\mathbf{x}>\mathbf{t}$ означает $x_1>t_1,...,x_n>t_n$ и аналогично для знака $\geq$; $\int\limits_{\mathbf{0}}^{\mathbf{x}}=\int\limits_{0}^{x_1}\int\limits_{0}^{x_2}\cdots\int\limits_{0}^{x_n}$; $N=\{1,2,...\}$ – множество натуральных чисел, $N_0=N\bigcup\{0\}$,$N_0^n=N_0\times N_0\times...\times N_0$, $R_{+}^{n}=\{\mathbf{x}\in R^n,\ \mathbf{x}>0\}$;

$\mathbf{m}=(m_1,m_2,...,m_n)\in N_0^n$ and $m_1=m_2=...=m_n$; $\mathbf{n}=(\overline{n}_1,\overline{n}_2,...,\overline{n}_n)\in N_0^n$ and $\overline{n}_1=\overline{n}_2=...=\overline{n}_n$; $\mathbf{p}=(p_1,p_2,...,p_n)\in N_0$ and $p_1=p_2=...=p_n$; $\mathbf{q}=(q_1,q_2,...,q_n)\in N_0$ and $q_1=q_2=...=q_n)$ $(0\leq\mathbf{m}\leq\mathbf{q},\ 0\leq\mathbf{n}\leq\mathbf{p})$; $\mathbf{a}_i=(a_{i_1},a_{i_2},...,a_{i_n})$, $1\leq i\leq p$, $a_{i_1},a_{i_2},...,a_{i_n}\in C$ $(1\leq i_1\leq p_1,...,1\leq i_n\leq p_n)$;

$\mathbf{b}_j=(b_{j_1},b_{j_2},...,b_{j_n})$, $1\leq j\leq q$, $b_{j_1},b_{j_2},...,b_{j_n}\in C$ $(1\leq j_1\leq q_1,...,1\leq j_n\leq q_n)$;

$\mathbf{k}=(k_1,k_2,...,k_n)\in N_0^n$ $(k_i\in N_0,\ i=1,2,...,n)$ мультииндекс с $\mathbf{k}!=k_1!k_2!\cdots k_n!$ и $|\mathbf{k}|=k_1+k_2+...+k_n$; для $l=(l_1,l_2,...,l_n)\in R_{+}^{n}$

$\mathbf{D}^l=\frac{\partial^{|l|}}{(\partial x_1)^{l_1}(\partial x_2)^{l_2}\cdots(\partial x_n)^{l_n}}$, $\mathbf{dt}=dt_1\cdot dt_2\cdots dt_n$;$\mathbf{t}^l=t^{l_1}t^{l_2}\cdots t^{l_n}$; вводится функция

$$\mathrm{G}_{\mathbf{p},\mathbf{q}}^{\mathbf{m},\mathbf{n}}\left[\mathbf{xt}\left|\begin{matrix}(\mathbf{a}_i)_{1,p}\\(\mathbf{b}_j)_{1,q}\end{matrix}\right.\right]=\prod_{k=1}^{n}\mathrm{G}_{p_k,q_k}^{m_k,\overline{n}_k}\left[x_kt_k\left|\begin{matrix}(a_{i_k})_{1,p_k}\\(b_{j_k})_{1,q_k}\end{matrix}\right.\right],$$

представляющая собой произведение G–функций Мейера $\mathrm{G}_{p,q}^{m,n}[z]$ [3, главы 1 и 2]. Работа посвящена исследованию преобразования (1) в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ суммируемых функций $f(\mathbf{x})=f(x_1,x_2,...,x_n)$ на $R_{+}^{\mathbf{n}}$, таких что:

$$\|f\|_{\overline{v},\overline{2}} == \{\int_{R^1_+} x_n^{v_n\cdot 2-1}\{\cdots\{\int_{R^1_+} x_2^{v_2\cdot 2-1}$$

$$[\int_{R^1_+} x_1^{v_1\cdot 2-1}|f(x_1,...,x_n)|^2 dx_1]dx_2\}\cdots\}dx_n\}^{1/2} < \infty$$

($\overline{2} = (2,...,2)$, $\overline{v} = (v_1,...,v_n) \in \mathrm{R}^n$, $v_1 = v_2 = ... = v_n$).

На основании результатов [3, главы 3 и 6], [4] в работе доказывается ограниченность и взаимная однозначность оператора преобразования (1) из одних пространств $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ в другие,доказывается аналог формулы интегрирования по частям, выводятся различные интегральные представления для рассматриваемого преобразования, приводится описание образа и устанавливается формула обращения. Представленные результаты обобщают полученные ранее для соответствующего одномерного преобразования [3, глава 6].

Литература

1. *Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: наука и техника. 1987. – 688 с.

2. *Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J.* Theory and applications of fractional differential equations / /Amsterdam: Elsevier, 2006. – 523 p.

3. *Kilbas A.A., Saigo M.* H – Transforms. Theory and Applications // Boca Raton, Florida: Chapman and Hall. 2004. – 400 p.

3. *Ситник С.М., Скоромник О.В., Шлапаков С.А.* Многомерное общее интегральное преобразование со специальными функциями в ядре // Вестник Витебского гос. университета. – 2019. – №3(104). – С. 18 – 27.