

**МУЛЬТИДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ТЕНЗОР В РАССЛОЕНИЯХ
СКОРОСТЕЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ**

**A MULTIDIFFERENTIAL TENSOR IN HIGHER-ORDER VELOCITY
BUNDLES**

УДК 514

Пастухов Юрий Феликсович, к.ф.-м.н., доцент кафедры технологий программирования, Полоцкий государственный университет, г.Полоцк

Пастухов Дмитрий Феликсович, к.ф.-м.н., доцент кафедры технологий программирования, Полоцкий государственный университет, г.Полоцк

Карлов Михаил Иванович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Московский физико-технический институт, г.Москва

Pastukhov Yuri Feliksovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Programming Technologies, Polotsk State University, Polotsk

Pastukhov Dmitry Feliksovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Programming Technologies, Polotsk State University, Polotsk

Karlov Mikhail Ivanovich, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Associate Professor of the Department of Higher Mathematics, Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow

Аннотация

В данной статье рассматриваются свойства гладких функций в расслоенных пространствах скоростей конечного порядка n . Рассмотрены преобразования

набора частных производных по старшим производным в локальной записи гладкой функции. Сформулирован и доказан следующий результат: Пусть x_m – гладкое многообразие размерности m ; $T^n X_m$ ($n \geq 1$) – гладкое расслоенное пространство скоростей порядка n с базой расслоения X_m ; $L: T^n X_m \rightarrow \mathfrak{R}$ – гладкая функция на $T^n X_m$. В данной работе доказано: матрица частных производных порядка s ($s \geq 1$) по старшим производным локальной записи $L\left(x, \dot{x}, \dots, x^{(n)}\right)$ в гладкой функции $L: T^n X_m \rightarrow \mathfrak{R}$ ($n \geq 1$) преобразуется как тензор ранга s типа $(0, s)$:

$$\frac{\partial^s \bar{L}(x, \dot{x}, \dots, x)}{\partial \bar{x}^{(n)k_1} \partial \bar{x}^{(n)k_2} \dots \partial \bar{x}^{(n)k_s}} = \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=1}^m \dots \sum_{i_s=1}^m \frac{\partial^s L(x, \dots, x)}{\partial x^{(n)i_1} \partial x^{(n)i_2} \dots \partial x^{(n)i_s}} \frac{\partial x^{i_1}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^{-k_1}} \frac{\partial x^{i_2}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^{-k_2}} \dots \frac{\partial x^{i_s}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^{-k_s}} \quad k_\alpha = \overline{1, m}, \alpha = \overline{1, s}$$

Annotation

This article discusses the properties of smooth functions in the layered velocity spaces of finite order n . Transformations of a set of partial derivatives with respect to the highest derivatives in a local notation of a smooth function are considered. The following result is formulated and proved: Let x_m be a smooth manifold of dimension m ; $T^n X_m$ ($n \geq 1$) – a smooth layered velocity space of order n with a bundle base x_m ; $L: T^n X_m \rightarrow \mathfrak{R}$; – a smooth function on $T^n X_m$. In this paper, it is proved that the matrix of partial derivatives of order s ($s \geq 1$) with respect to the highest derivatives of a local entry $L\left(x, \dot{x}, \dots, x^{(n)}\right)$ in a smooth function $L: T^n X_m \rightarrow \mathfrak{R}$ ($n \geq 1$) is transformed as a tensor of rank s type $(0, s)$:

$$\frac{\partial^s \bar{L}(x, \dot{x}, \dots, x)}{\partial \bar{x}^{(n)k_1} \partial \bar{x}^{(n)k_2} \dots \partial \bar{x}^{(n)k_s}} = \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=1}^m \dots \sum_{i_s=1}^m \frac{\partial^s L(x, \dots, x)}{\partial x^{(n)i_1} \partial x^{(n)i_2} \dots \partial x^{(n)i_s}} \frac{\partial x^{i_1}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^{-k_1}} \frac{\partial x^{i_2}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^{-k_2}} \dots \frac{\partial x^{i_s}(\bar{x})}{\partial \bar{x}^{-k_s}} \quad k_\alpha = \overline{1, m}, \alpha = \overline{1, s}$$

Ключевые слова: гладкие многообразия, расслоенное пространство скоростей, база расслоения, гладкие функции, тензор, частные производные.

Keywords: smooth manifolds, stratified velocity space, bundle base, smooth functions, tensor, partial derivatives.

Работа написана для Российской научной библиотеки elibrary.ru.

Полный текст работы можно прочитать или скопировать в elibrary.ru, в которой работе присвоены коды eLIBRARY ID: 48183040 EDN: PWLFIQ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волосова Н.К., Волосов К.А., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Решение уравнения Пуассона в целых числах по модулю p с кусочно разрывной правой частью // Евразийское Научное Объединение. – 2019. № 1-1 (47). С. 4-9.
2. Пастухов Ю.Ф., Пастухов А.Ю., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Волосова Н.К., Чернов С.В. Поиск наилучшего приближения в метрике квадратичного отклонения ступенчатыми функциями для обратной функции плотности распределения Лапласа (определение уровней восстановления для плотности распределения Лапласа) // Евразийское Научное Объединение. – 2021. № 1-1 (71). С. 49-54.
3. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. О роли профиля скорости на верхнем отрезке в гидродинамической задаче для прямоугольной каверны // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 5-1 (63). С. 11-17.
4. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Модифицированное разностное уравнение К.Н. Волкова для уравнения Пуассона на прямоугольнике с четвертым порядком погрешности // Евразийское Научное Объединение. – 2019. № 6-1 (52). С. 4-11.
5. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Вычисление поля давления по полю скорости в гидродинамической задаче для прямоугольной каверны // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 9-1 (67). С. 1-8.
6. Волосова Н.К. О нестационарном уравнении диффузии с полной производной по времени на прямоугольнике // Евразийское Научное Объединение. – 2021. № 1-1 (71). С. 9-14.
7. Волосова Н.К. О решении уравнения Пуассона на прямоугольнике с шестым порядком погрешности за конечное число элементарных операций // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 3-1 (61). С. 20-27.
8. Волосова Н.К. Нестационарная гидродинамическая задача в открытой прямоугольной каверне // Евразийское Научное Объединение. – 2021. № 3-1 (73). С. 16-21.
9. Волосова Н.К. Конечные методы решения уравнения Пуассона на произвольном прямоугольнике с краевым условием Дирихле // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 5-1 (63). С. 17-28.
10. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. МОДИФИЦИРОВАННАЯ ФОРМУЛА НЬЮТОНА -

КАСАТЕЛЬНЫХ ПАРАБОЛ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 6-1 (76). С. 21-27.

11. Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф., Карлов М.И., Пастухов А.Ю. ТЕНЗОР МНОГОМЕРНОГО ОБОБЩЕННОГО 0-ИМПУЛЬСА 1-ОГО РАНГА // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 2-1 (72). С. 43-48.

12. Пастухов Ю.Ф., Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов А.Ю. ТЕОРЕМА О СВЯЗИ ЧИСЕЛ КАРМАЙКЛА С ФУНКЦИЕЙ КАРМАЙКЛА // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 6-1 (76). С. 50-53.

13. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ДРОБНОГО ПОРЯДКА ЯВНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛОЙ ГАУССА С ДВУМЯ УЗЛАМИ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 1-1 (71). С. 14-19.

14. Волосова Н.К. МЯГКИЕ КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ В ОТКРЫТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЕ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 5-1 (75). С. 9-14.

15. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях / Л.Е. Евтушик [и др.] // Итоги науки и техники. Серия «Проблемы геометрии»: ВИНТИ. – 1979. – Т. 9. – С. 5–246.