РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ им. С. Л. СОБОЛЕВА

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

СОБОЛЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ

Международная школа-конференция,
посвященная 110-летию
со дня рождения С. Л. Соболева

Новосибирск, Россия, 10–16 декабря 2018 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

НОВОСИБИРСК
2018

УДК 517
ББК В16
С545

С545 Соболевские чтения. Международная школа-конференция, посвященная 110-летию со дня рождения С. Л. Соболева (Новосибирск, 10–16 декабря 2018 г.): Тез. докладов / Под ред. Г. В. Демиденко. — Новосибирск: Изд-во Института математики, 2018. — 248 с.

ISBN 978-5-86134-222-3

В сборнике представлены тезисы докладов на Международной школе-конференции "Соболевские чтения", посвященной 110-летию со дня рождения С. Л. Соболева. Тематики докладов охватывают следующие направления: уравнения с частными производными, уравнения математической физики, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения с запаздывающим аргументом, теория операторов, спектральная теория, функциональные пространства, теоремы вложения, теория приближений, кубатурные формулы.

УДК 517
ББК В16

Организаторы

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

Новосибирский государственный университет

Ответственный редактор: Г. В. Демиденко

Organizers

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS

Novosibirsk State University

Editor-in-Chief: G. V. Demidenko

С $\dfrac{1602070100-02}{\text{Я}82(03)-2018}$ Без объявл.

ISBN 978-5-86134-222-3

МНОГОМЕРНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ С ФУНКЦИЕЙ ЛЕЖАНДРА ПЕРВОГО РОДА В ЯДРЕ В ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ СУММИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ

Скоромник О. В.

Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Республика Беларусь;
`skoromnik@gmail.com`

Рассматривается многомерное интегральное преобразование:

$$(\mathbf{P}_\delta^\gamma f)(\mathbf{x}) \equiv \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int\limits_{\mathbf{0}}^{\mathbf{x}} \left(\mathbf{x}^2 - \mathbf{t}^2\right)^{-\gamma/2} P_\delta^\gamma \left(\frac{\mathbf{t}}{\mathbf{x}}\right) f(\mathbf{t}) d\mathbf{t} \quad (\mathbf{x} > \mathbf{0}). \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{x} = (x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{t} = (t_1, \ldots, t_n) \in \mathbb{R}^n$; $\int\limits_{\mathbf{0}}^{\mathbf{x}} := \int\limits_0^{x_1} \cdots \int\limits_0^{x_n}$; $\mathbf{x} \cdot \mathbf{t} = \sum\limits_{k=1}^n x_k t_k$; $\gamma = (\gamma_1, \ldots, \gamma_n)$, $0 < \mathrm{Re}(\gamma_j) < 1$ $(j = \overline{1,n})$; $\delta = (\delta_1, \ldots, \delta_n) \in \mathbb{R}^n$; $(\mathbf{x})^\alpha = x_1^{\alpha_1} \cdots x_n^{\alpha_n}$, $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in \mathbb{R}_+^n$; $\Gamma(\alpha) = \Gamma(\alpha_1) \cdots \Gamma(\alpha_n)$; $d\mathbf{t} = dt_1 \cdots dt_n$; $f(\mathbf{t}) = f(t_1, \ldots, t_n)$; $\mathbf{x} \geq \mathbf{t}$ означает $x_1 \geq t_1, \ldots, x_n \geq t_n$; $P_\delta^\gamma(\mathbf{x}) = \prod\limits_{j=1}^n P_{\delta_j}^{\gamma_j}(x_j)$, где $P_{\delta_j}^{\gamma_j}(x_j)$ $(j = \overline{1,n})$ — функции Лежандра первого рода [1, 2].

С помощью формулы многомерного преобразования Меллина [3, формула 1.4.42] от $\mathbf{P}_\delta^\gamma f$ доказывается, что преобразование (1) является многомерным аналогом модифицированного H-преобразования [4, формула 5.1.4]. На основании этого в работе исследованы свойства рассматриваемого интегрального преобразования в весовых пространствах $\mathfrak{L}_{\overline{\nu},\overline{2}}$ суммируемых функций $f(\mathbf{x}) = f(x_1, \ldots, x_n)$ на $\mathbb{R}_+^n$, для которых:

$$\|f\|_{\overline{v},\overline{2}} = \left\{ \int_{\mathbb{R}_+^1} x_n^{v_n \cdot 2 - 1} \left\{ \cdots \left\{ \int_{\mathbb{R}_+^1} x_2^{v_2 \cdot 2 - 1} \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \times \left[\int_{\mathbb{R}_+^1} x_1^{v_1 \cdot 2 - 1} |f(x_1, \ldots, x_n)|^2 dx_1 \right] dx_2 \right\} \cdots \right\} dx_n \right\}^{1/2} < \infty$$

$(\overline{2} = (2, \ldots, 2)$, $\overline{v} = (v_1, \ldots, v_n) \in \mathbb{R}^n$, $v_1 = v_2 = \ldots = v_n)$.

Даются условия ограниченности оператора преобразования (1), описание образа этого оператора, а также устанавливается формула его обращения. Настоящая работа обобщает результаты, полученные ранее для соответствующего одномерного случая [5, формула 4].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.
2. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Т. 1. Гипергеометрическая функция Гаусса. Функция Лежандра. М.: Наука, 1965.
3. *Kilbas A. A., Srivastava H. M., Trujillo J. J.* Theory and applications of fractional differential equations. North-Holland Mathematics Studies, vol. 204. Amsterdam: Elsevier, 2006.
4. *Kilbas A. A., Saigo M.* H-transforms. Theory and applications. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2004.
5. *Kilbas A. A., Skoromnik O. V.* Integral transforms with the Legendre function of the first kind in the kernels on $L_{\nu,r}$-spaces // Integral Transforms Spec. Funct. 2009. V. 20, No. 9–10. P. 653–672.