РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ им. С. Л. СОБОЛЕВА

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИКА В ПРИЛОЖЕНИЯХ

Международная конференция
в честь 90-летия
Сергея Константиновича Годунова

4–10 августа 2019, Новосибирск, Россия

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

НОВОСИБИРСК
2019

УДК 517.9+519.6+531/534
ББК В16+В19+В25
М34

М34 Математика в приложениях. Международная конференция в честь 90-летия Сергея Константиновича Годунова (4–10 августа 2019, Новосибирск): Тез. докладов. — Новосибирск: Изд-во Института математики, 2019. — 312 с.

ISBN 978-5-86134-226-1

В сборнике представлены тезисы докладов на Международной конференции “Математика в приложениях” в честь 90-летия Сергея Константиновича Годунова. Тематики докладов охватывают следующие направления: дифференциальные и разностные уравнения, уравнения с частными производными, уравнения математической физики, математическое моделирование, разностные схемы, вычислительные методы линейной алгебры, математические вопросы механики сплошных сред.

УДК 517.9+519.6+531/534
ББК В16+В19+В25

Организаторы

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

Новосибирский государственный университет

Департамент промышленности, инноваций и предпринимательства мэрии города Новосибирска

Ответственный редактор: Г. В. Демиденко

Organizers

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS

Novosibirsk State University

Department of Industry, Innovations and Entrepreneurship of the Mayor’s Office of Novosibirsk

Editor-in-Chief: G. V. Demidenko

М $\dfrac{1602070100-02}{\text{Я}82(03)-2019}$ Без объявл.

ISBN 978-5-86134-226-1

РАВНОМЕРНАЯ ПОЛНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ СИСТЕМ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Козлов А. А.[1], **Туфик И. М.**[2]

[1] *Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Республика Беларусь;* kozlov@tut.by
[2] *Green Space School, Бейрут, Ливан;* touficissa0@gmail.com

Рассмотрим линейное дифференциальное управляемое уравнение

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)v, \quad x \in \mathfrak{H}_1, \quad v \in \mathfrak{H}_2, \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

в гильбертовом пространстве $\mathfrak{H}_1$. Линейную оператор-функцию $A(\cdot) : \mathfrak{H}_1 \to \mathfrak{H}_1$ будем считать интегрально ограниченной, т. е. для нее выполняется неравенство $\sup\limits_{t\geqslant 0} \int_t^{t+1} \|A(\tau)\| \, d\tau \leqslant a$, (под нормой оператора $C : \mathfrak{H}_1 \to \mathfrak{H}_2$ подразумевается величина $\|C\| = \sup\Big\{\|Cy\|_2/\|y\|_1, \ y \in \mathfrak{H}_1, \ y \neq 0\Big\}$, где $\|\cdot\|_k$ — норма в гильбертовом пространстве $\mathfrak{H}_k$, $k = 1, 2$). Линейную оператор-функцию $B(\cdot) : \mathfrak{H}_2 \to \mathfrak{H}_1$ будем полагать непрерывной и ограниченной. В качестве допустимых управлений $v(\cdot)$ в уравнении (1) будем рассматривать измеримые по Лебегу и ограниченные на всей своей области определения функции.

Определение 1. *Оператором управляемости* (*оператором Калмана*) уравнения (1) на отрезке $[t_0, t_1]$ назовем оператор $\mathfrak{W}(t_0, t_1) : \mathfrak{H}_1 \to \mathfrak{H}_1$ вида

$$\mathfrak{W}(t_0, t_1) = \int_{t_0}^{t_1} U(t_0, \tau) B(\tau) B^*(\tau) U^*(t_0, \tau) \, d\tau,$$

где $U(t, \tau)$, $t, \tau \geqslant 0$, — эволюционный (разрешающий) оператор [1, с. 147] линейного уравнения (1) с нулевым управлением $v(\cdot)$; символ $*$ означает операцию сопряжения.

Определение 2. [1, с. 50] Оператор $H : \mathfrak{H}_1 \to \mathfrak{H}_1$ называют *равномерно положительным,* если его форма (Hx, x) равномерно положительна на единичной сфере $S = \{x, \ \|x\| = 1\}$ в $\mathfrak{H}_1$.

Определение 3. [2, с. 90]. Уравнение (1) называется *равномерно вполне управляемым,* если существуют такие числа $\sigma > 0$ и $\gamma > 0$, что при любых $t_0 \geqslant 0$ и $x_0 \in \mathfrak{H}_1$ найдется допустимое управление $v : [t_0, t_0 + \sigma] \to \mathfrak{H}_2$, при всех $t \in [t_0, t_0 + \sigma]$ удовлетворяющее неравенству $\|u(t)\| \leqslant \gamma \|x_0\|$ и переводящее вектор начального состояния $x(t_0) = x_0$ уравнения (1) в ноль на этом отрезке.

Теорема. *Уравнение* (1) *σ-равномерно вполне управляемо в том и только в том случае, когда для любого $t_0 \geqslant 0$ оператор Калмана равномерно положителен на отрезке $[t_0, t_0 + \sigma]$.*

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований Республики Беларусь "Конвергенция–2020" (подпрограмма 1, задание № 1.2.01).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г.* Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. М.: Наука, 1970.
2. *Макаров Е. К., Попова С. Н.* Управляемость асимптотических инвариантов нестационарных линейных систем. Минск: Беларус. навука, 2012.