

**Е. В. Дегтярева, А. А. Болботунов, А. М. Дегтярев**

*Полоцкий государственный университет, Новополоцк, Беларусь,  
e-mail: e.degtjareva@psu.by, dendro.psu@gmail.com.by, a.degtjarev@psu.by*

### **ВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАДИАЛЬНОГО ПРИРОСТА ХВОЙНЫХ ПОРОД НА ТЕРРИТОРИИ БЕЛОРУССКОГО ПООЗЕРЬЯ**

Рассматриваются вопросы цикличности дендрохронологических рядов, способы определения периодов. Приводятся вычисленные периоды динамики годичного радиального прироста хвойных пород на территории Белорусского Поозерья. Проанализированы основные методы моделирования и прогнозирования радиального прироста. Приводятся модели радиального прироста сосны, построенные на основе методов скользящего среднего, экспоненциального сглаживания, автокорреляции и гармонического анализа на примере дендрошквал сосны для повышенных элементов рельефа. Выполнена верификация прогноза.

**Ключевые слова:** дендрохронология, хвойные породы, радиальный прирост, периодичность, гармонический анализ, прогноз

**E. V. Degtjareva, A. A. Bolbotunov, A. M. Degtjarev**

*Polotsk State University, Novopolotsk, Belarus,  
e-mail: e.degtjareva@psu.by, dendro.psu@gmail.com.by, a.degtjarev@psu.by*

### **POSSIBILITIES OF MODELING AND FORECASTING RADIAL INCREMENT OF CONIFERS ON THE TERRITORY OF THE BELARUSIAN LAKELAND**

The article discusses the cyclical nature of dendrochronological series, methods for the periods detection. The calculated periods in the annual radial increment of conifers species on the territory of the Belarusian Lakeland are presented. The main methods of modeling and forecasting of radial increment are considered. The radial increment models of Scots pine from elevated relief elements are presented. The models are based on moving average methods, exponential smoothing, autocorrelation, and harmonic analysis. The forecast has been verified.

**Keywords:** dendrochronology, conifers, radial increment, period, harmonic analysis, forecast

**А. У. Дзегцярова, А. А. Балботуноў, А. М. Дзегцяроў**

*Полацкі дзяржаўны ўніверсітэт, Наваполацк, Беларусь,  
e-mail: e.degtjareva@psu.by, dendro.psu@gmail.com.by, a.degtjarev@psu.by*

### **МАГЧЫМАСЦІ МАДЭЛЯВАННЯ І ПРАГНАЗАВАННЯ РАДЫАЛЬНАГА ПРЫРОСТУ ХВОЙНЫХ ПАРОД НА ТЭРЫТОРЫІ БЕЛАРУСКАГА ПАЗЕР'Я**

Разглядаюцца пытанні цыклічнасці дэндрохраналагічных шкал, спосабы вызначэння перыядаў. Прыводзяцца вылічаныя перыяды дынамікі гадавога радыяльнага прыросту хвойных парод на тэрыторыі Беларускага Паазер'я. Разглядаюцца асноўныя метады мадэлявання і прагназавання радыяльнага прыросту. Прыводзяцца мадэлі радыяльнага прыросту сасны, пабудаваныя на аснове метадаў слізгальнага сярэдняга, экспанентнага згладжвання, аўтакарэляцыі і гарманічнага аналізу на прыкладзе дэндрашквал сасны для павышаных элементаў рэльефу. Выканана верыфікацыя прагнозу.

**Ключавыя словы:** дэндрохраналогія, хвойныя пароды, радыяльны прырост, перыядычнасць, гарманічны аналіз, прагноз

**Введение.** Моделирование и прогнозирование природных процессов ставит целью сохранение природных ресурсов на высокопродуктивном уровне. Прогнозирование динамики радиального прироста деревьев математическими методами и поиск факторов обуславливающих ту или иную тенденцию в динамике ширины годичного кольца являются необходимым этапом оптимизации проектируемых лесохозяйственных мероприятий.

Сохранившиеся в Беларуси старо- и средневозрастные насаждения хвойных пород, как нельзя лучше отвечают запросам на проведение дендроклиматохронологических исследований в силу разнообразия типов леса, длительности рядов, особенностей структуры годичного кольца. Наличие ранней и поздней древесины позволяет дифференцировать исследования и проводить анализ для разных фаз вегетационного периода. Соотношение естественных и антропогенных факторов в изменении глобального и регионального климата и оценки экологических и социально-экономических последствий его изменения подтверждают актуальность работы. Решение задач дендроклиматологии и дендрохронологии требует первоочередных усилий исследователей на разработку региональных баз данных годичных колец ныне живущих высоковозрастных (вековых) насаждений, а также накопления данных об исторической древесине [1]. Наличие высоковозрастных насаждений, которые со временем утрачиваются, если

не предусмотреть возможность их резервирования, а также наличие густой сети метеостанций позволяет осуществить реализацию этого проекта и ликвидировать пробел в центре Европы по внедрению идеи создания непрерывной сети постов для целей дендрохронологического мониторинга и экологического прогнозирования.

Созданный и расширяемый в республике каркас особо охраняемых природных территорий, наличие старовозрастных насаждений в буферных зонах бывших военных объектов, а также в парковых насаждениях и укромных местах на территории гослесфонда общими усилиями помогут в реализации главного условия – сохранения и умножения важного потенциала белорусской земли – природных мониторов и разработки на их основе дендрошкал годичных колец ныне живущих древесных пород.

Согласно данным Министерства лесного хозяйства, лесистость территории Беларуси составляет 39,8 %, из них хвойные породы занимают большую половину всей площади (59,7 %), а по запасу древесины хвойные составляют 66,8 %. За последние 20 лет площадь спелых и перестойных насаждений увеличилась на 10 %. Эти высоковозрастные насаждения являются надежным поставщиком дендрохронологического материала.

Всем известно, что дендрохронологические данные используются как для точного датирования древесины в археологии и судебно-ботанической экспертизе, так и для реконструкции развития древостоя. Помимо этого, дендрохронологические ряды (дендрошкалы) дают возможность моделирования и прогнозирования процесса, в данном случае – динамики радиального прироста и позволяют осуществить эвристический перенос тенденций на другие сопоставимые явления, например урожайность некоторых сельскохозяйственных культур.

Методов прогнозирования в настоящее время очень много – это и экспертные оценки, эвристические, интуитивные, статистические и др. Самый применяемый – статистический метод прогнозирования, как наиболее обоснованный, заключается в построении математической модели процесса, проверки ее на адекватность и экстраполяции данных. Моделирование основывается на теории подобия (сходства) с объектом-аналогом. Суть математического моделирования заключается в том, что с помощью математических символов строится абстрактное упрощенное подобие изучаемой системы. Далее, меняя значение отдельных параметров, исследуют как поведет себя данная искусственная система, т. е. как изменится конечный результат. Математическая модель как средство обобщения разнородных данных об объекте позволяет осуществлять как интерполяцию (восстановление недостающей информации о прошлом), так и экстраполяцию (прогнозирование будущего поведения объекта).

От выбора аппроксимирующей функции зависит схожесть модели с реальными данными и адекватность сделанного прогноза. Для того чтобы подобрать оптимальную функцию, необходимо изучить процессы и факторы формирования радиального прироста древесных пород [2, 3].

Ширина годичного кольца дерева – величина, формирующаяся под влиянием многочисленных природных факторов, влияющих на дерево как непосредственно в период формирования кольца, так и складывающаяся из совокупного влияния факторов предыдущих лет. Еще первые дендрохронологи заметили цикличность в динамике радиального прироста деревьев. Так, русский исследователь Ф. Н. Шведов в годичных кольцах акации белой в Одессе отметил периоды с узкими кольцами, совпадающие с засухами, которые случались на юге Украины. Узкие годичные кольца появлялись примерно каждые 9 лет, что позволило Шведову предсказать следующую засуху, прогноз был успешным. Но наилучшим образом цикличность проявляется у деревьев, растущих в крайних условиях своего существования [4–6]. Для сосны в Белорусском Поозерье это сухие дюнные всхолмления и переувлажненные лесные земли. По Беларуси проходит южная граница ареала ели обыкновенной, поэтому ель в наших условиях так же чутко реагирует на изменения режима тепловлагообеспеченности [7].

### Результаты исследований и их обсуждение

**Определение периодов.** Величина периода будет различной в зависимости от древесной породы, типа леса и почвенных и гидрологических условий. Также период может изменяться с возрастом, как меняются в течение жизни дерева климат и условия местопроизрастания. Факторов, определяющих величину радиального прироста множество, а значит, и периодов, формирующих график-функцию дендрошкалы, вероятнее всего, несколько. Периоды по длительности обычно подразделяются на внутривековые, вековые и сверхвековые [6]. Для выявления цикла необходимо, чтобы протяженность ряда была, по крайней мере, в два раза больше

предполагаемого цикла. Поэтому внутривековые (до 60 лет) и вековые (60–120 лет) циклы могут быть обнаружены у дендрошквал ныне растущих насаждений. Сверхвековые (свыше 120 лет) циклы роста хвойных древесных пород на территории Беларуси можно получить используя археологические образцы древесины или дендрошкалы насаждений возрастом более 240 лет [1, 4, 8].

Период, как правило, определяется визуально по графику дендрошкалы, представленному как в естественных, так и в относительных единицах. Обычно для упрощения и однозначности решения шкалу сглаживают, например, скользящим средним. Но эти способы очень сильно зависят от опыта и мнения исследователя. Величину периода так же можно определять и с помощью автокорреляции, построив коррелограмму. Этот математически простой метод показал себя достаточно объективным, наглядным, эффективным и устойчивым [4]. Еще один способ выявления периодов – построение периодограммы на основе разложения в ряд Фурье и выбора периодов с наибольшими амплитудами.

Нами были проанализированы более 30 шкал сосны обыкновенной в разных условиях местопроизрастания Белорусского Поозерья с помощью автокорреляции и Фурье-анализа. Частота, с которой встречаются наиболее выраженные периоды (несущие гармоники), показана на рис. 1.

В некоторых случаях коэффициент статистической значимости оказывался неудовлетворяющим заданному критерию, эти шкалы не отражены в гистограммах на рис. 1. Большинство шкал с трудно выявляемым периодом относятся к наиболее благоприятным полугидроморфным условиям местопроизрастания. В полугидроморфных условиях, на суглинистых богатых почвах или при подстилании суглинком радиальный прирост деревьев сосны не столь явно реагирует на неблагоприятные погодные условия, что приводит к скрадыванию циклов. Коэффициент вариации в таких рядах стабильно небольшой – порядка 15%, в то время как для гидроморфных условий коэффициент вариации увеличивается практически в два раза [4]. В тех случаях, когда шкалы составлены для насаждений с ярко выраженным техногенным, пирогенным, мелиоративным воздействием, с длительными или временными рекреационными нагрузками природные циклы выражены гораздо слабее. В ходе исследований встречались и дендрошкалы, не позволявшие выявить цикличность, например древостои, попавшие из гослесфонда в городское озеленение и подвергавшиеся реконструкциям, или естественные древостои, чья периодичность хоть и заметна, но статистически не значима [8].

Величина циклов сосны обыкновенной варьируется от 10 до 22 лет. Наибольшая встречаемость у периодов 14–17 лет. У девяти исследованных дендрошквал ели европейской коэффициент вариации в среднем 0,22, периодичность – 12–19 лет. Для лиственницы было просчитано 7 шкал: коэффициент вариации в среднем 0,25, периодичность 11–19 лет.

Трудность выявления периодов в естественных природных процессах возникает из-за большого числа циклов. На рис. 1 показаны лишь наиболее значимые периоды, а в целом выявленные циклы варьируют свою протяженность от трех до пятидесяти лет. Это обусловлено сложностью экологических систем и большим количеством факторов формирующих результат. Поэтому при создании моделей естественных природных процессов следует учитывать все выявленные значимые периоды.

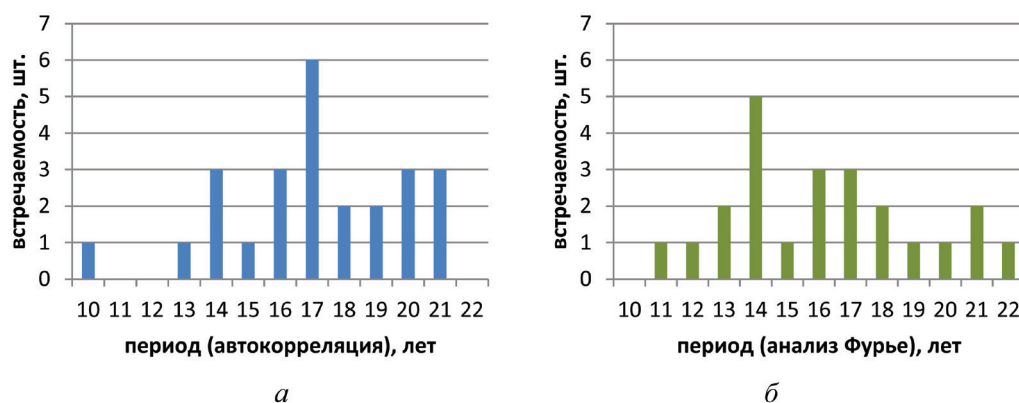


Рис. 1. Частота встречаемости периодов в дендрохронологических шкалах сосны обыкновенной на пробных площадях Белорусского Поозерья, выявленные различными методами: а – с использованием автокорреляции, б – на основе Фурье-анализа

**Моделирование дендрошкал.** Одним из самых простых способов построения модели и вычисления прогноза является *метод скользящего среднего*, не требующий глубоких математических знаний или специальных программ. Глубина прогноза в этом случае зависит напрямую от величины окна скользящего среднего, однако, чем больше окно, тем более сглаженными (уплощенными) будут модель и прогноз.

*Экспоненциальное сглаживание* – также легко реализуется.

Формула расчета прогноза проста:

$$\hat{Y}_{i+1} = k \cdot Y_i + (1 - k) \cdot \hat{Y}_i, \tag{1}$$

где  $\hat{Y}_{i+1}$  – прогноз на следующий период (на год вперед);  $Y_i$  – данные за текущий период (дендрохронологический ряд);  $k$  – коэффициент сглаживания ряда в диапазоне от 0 до 1;  $\hat{Y}_i$  – значение сглаженной модели на текущий период.

Но адекватный прогноз этим методом можно получить только на несколько шагов вперед, а результат существенно зависит от оптимального выбора коэффициента. Еще одним недостатком этой модели является сдвиг вперед модельных значений на 2–3 года по отношению к исходному ряду, что явно заметно при графическом отображении (рис. 2).

Экспоненциальное сглаживание по методу Хольта позволяет выполнить более глубокий прогноз, но имеет смысл только при постоянном тренде, чего не наблюдается в дендрохронологических рядах, выраженных в относительной мере. Выраженный гиперболический тренд наблюдается у древесно-кольцевых хронологий, выраженных в миллиметрах и сглаженных скользящим средним с окном порядка 20 лет [9].

Оба рассмотренных метода предлагают лишь увидеть тенденцию на небольшую глубину прогноза, так как в прогнозе участвуют только последние элементы ряда. Пример можно увидеть на рис. 2 (исходный ряд обработан по методике Т. Т. Битвинскаса и представлен в процентах). Дендрошкала составлена для автоморфных условий произрастания сосняка мшистого в санитарно-защитной зоне г. Новополоцка.

Более перспективным является *метод авторегрессии*, также позволяющий получить прогнозную линию по созданной модели. Используется традиционный метод множественной регрессии, при котором последующие значения ряда выражаются через предыдущие со сдвигом на один шаг, на два и так далее. Количество взятых в обработку рядов со сдвигом называется порядком авторегрессии ( $p$ ). Полученная система из  $n$  уравнений вида (2) решается по методу наименьших квадратов.

$$Y_t = a_1 \cdot Y_{t-1} + \dots + a_p \cdot Y_{t-p} + b, \tag{2}$$

где  $a$  – коэффициенты регрессионного уравнения;  $b$  – свободный член;  $n$  – число элементов в исходном ряде  $Y$ .



Рис. 2. Пример моделирования и прогноза радиального прироста сосны на пробной площади №8 Фариновского лесничества Полоцкого лесхоза простейшими методами

После получения коэффициентов уравнения ( $a$  и  $b$ ) можно вычислить прогнозные значения по формуле

$$Y_{n+p} = a_1 \cdot Y_{n+p-1} + \dots + a_p \cdot Y_{n-p} + b. \quad (3)$$

В этом случае многое определяет порядок модели – лучшая модель (абсолютно идентичная реальным данным) будет иметь порядок  $(n - 1)$ , когда в построении прогноза участвуют все элементы, начиная от самого первого. Но, как показывают результаты исследований, для многолетних рядов такого рода оптимальный порядок авторегрессионной модели  $n/2$  (половина ряда), что обеспечивает наиболее адекватный прогноз.

Как было показано выше, большинство дендрохронологических рядов имеет выраженную циклическую составляющую. Учитывая периодическую природу динамики роста растений, *метод гармонического анализа*, возможно, является оптимальным. Когда период известен, оценка функции может быть выполнена путем периодической регрессии, которая предполагает запись ряда Фурье в его линейной форме:

$$Y_t = a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t), \quad (4)$$

где  $\omega = 2\pi p^{-1}$  – угловая частота, а параметры  $a_1$  и  $b_1$  – неизвестные, которые могут быть оценены с помощью множественной регрессии.

Процедура нахождения периода для каждой гармоники, которая наилучшим образом соответствует  $Y_p$ , включает в себя последовательное тестирование каждого значения в заданном наборе периодов и оценку параметров модели ( $a_1$  и  $b_1$ ) из уравнения (4). Для проверки набора периодов разумное начальное значение задаваемого периода равно трем (в тех же единицах времени, что и исходные данные), тогда как конечное значение будет зависеть от длины временного ряда ( $n$ ). Критерием выбора оптимального периода является минимум суммы квадратов отклонений модели от исходных данных.

Как только первое приближение к модели было найдено, оно вычитается из реальных данных, образуя остаточный ряд. Затем периодическая регрессия применяется к остаточному ряду для получения второй оптимальной гармоники и т.д. [10]

Чтобы определить, является ли добавление новой гармонической составляющей статистически значимым (продолжая поиск периодов), мы используем тест отношения правдоподобия (5), т.е. вычисляем относительную сумму квадратов отклонений:

$$F_m = \frac{(\Delta_1 - \Delta_2)/(k_2 - k_1)}{\Delta_2/(n - k_2 - 1)} \quad (5)$$

$$\Delta_p = \sum_{i=1}^n (Y_t - Y_{p,t})^2$$

где  $\Delta_p$  – сумма квадратов отклонений модели  $Y_{p,t}$  с периодом  $p$  от исходного ряда  $Y_t$ ;  $k_1, k_2$  – количество параметров модели;  $(k_2 - k_1)$  и  $(n - k_2 - 1)$  – число степеней свободы числителя и знаменателя (5).

Как только найдена последняя значимая гармоника, окончательная модель, включающая все гармоники и коэффициенты, устанавливается путем множественной регрессии

$$X = \alpha + \beta \cdot t + \sum_{i=1}^m (a_i \cdot \cos(2\pi p_i^{-1} \cdot t) + b_i \cdot \sin(2\pi p_i^{-1} \cdot t)).$$

Похожие алгоритмы на основе Фурье-анализа с различными модификациями использовались в Институте экологии растений и животных в Свердловске, в Литовском Институте леса и с последующей модернизацией применялся ранее в Полоцком государственном университете [6, 8, 9, 11, 12].

О возможности прогноза по полученной модели судят по верификации. Сущность этой процедуры следующая: отбрасывается от ряда некоторое количество элементов, по оставшимся данным строится модель и делается прогноз на число отброшенных лет. Полученный прогноз сравнивается с реальными данными. Увеличивая число отброшенных лет и повторяя процедуру сравнения, можно определить надежную глубину прогноза. На рис. 4 показана верификация прогноза радиального прироста сосны на 17 лет (2000–2017).



Надежная глубина прогноза для гармонической модели составляет порядка 4 лет, далее модель начинает запаздывать. Авторегрессионная модель для данной пробной площади является оптимальной – прогноз и реальные данные существенно начинают расходиться через 15 лет (рис. 4).

**Выводы.** Годичные кольца древесных растений как косвенные индикаторы состояния окружающей среды в оценке устойчивого развития являются незаменимыми природными объектами государственного мониторинга. У большинства исследованных дендрошквал хвойных пород подтверждается наличие цикличности, что дает возможность использования периодических моделей для математического моделирования и дальнейшего прогнозирования динамики радиального прироста, а также климатических условий как основного фактора лимитирующего рост дерева.

Величина циклов годичного радиального прироста хвойных пород на территории Белорусского Поозерья варьирует от 10 до 22 лет. Наиболее ярко выраженные циклы наблюдаются в сосновых насаждениях на переувлажненных землях, а также у ели и лиственницы эти же периоды являются более длительными.

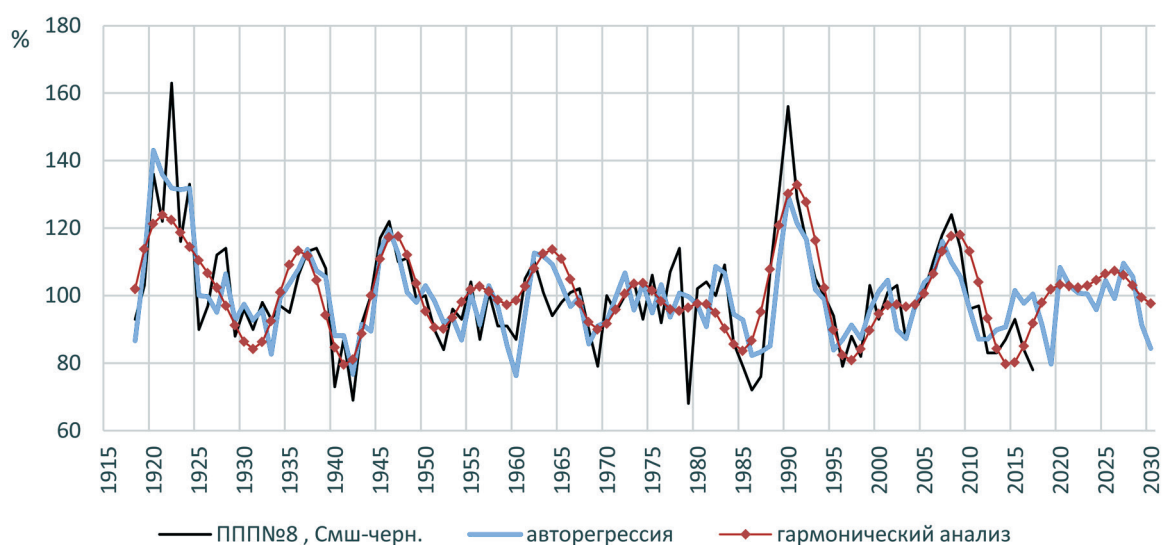


Рис. 3. Пример моделирования и прогноза радиального прироста сосны на пробной площади №8 методами авторегрессии (порядок 50) и гармонического анализа (7 гармоник с периодами – 14;9;17;21;11;35;13)

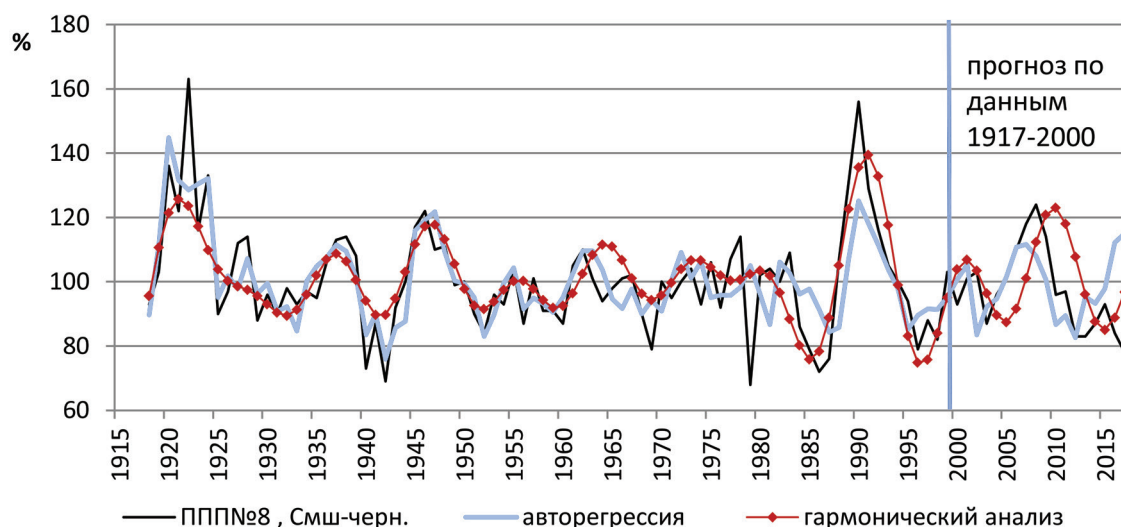


Рис. 4. Верификация прогноза методами авторегрессии (порядок 35) и гармонического анализа (6 гармоник с периодами –14;9;22;11;17;10)

Исследования показали, что при наличии ярко выраженной цикличности в дендрохронологических рядах наилучшие результаты дает гармонический анализ, за несколько гармоник исчерпывая периодичность и оставляя шумы. Но, как показано выше, в некоторых условиях цикличность древесно-кольцевых хронологий не проявляется в должной мере и для моделирования таких рядов целесообразнее использовать непериодические функции, как, например, авторегрессию.

### Список использованных источников

1. Ермохин, М. В. Белорусский банк дендрохронологических данных / М. В. Ермохин, В. В. Савельев // Ботаника (исследования): сб. науч. трудов / Ин-т эксперимент. ботаники НАН Беларуси. – Минск, 2015. – Вып. 44. – С. 133–139.
2. Хвойные леса Беларуси в современных климатических условиях (дендроклиматический анализ) / В. Н. Киселев [и др.]: под общ. ред. В. Н. Киселева. – Минск: Право и экономика, 2010. – 202 с.
3. Смоляк, Л. П. Влияние рельефа на изменчивость радиального прироста сосны / Л. П. Смоляк, А. А. Болботунов, В. С. Романов // Дендрохронология и дендроклиматология. – Новосибирск, 1986. – С. 114–122.
4. Дегтярёва, Е. В. Использование автокорреляции для выявления скрытой периодичности в дендрохронологических рядах / Е. В. Дегтярёва, А. М. Дегтярёв, А. А. Болботунов // Вестн. Полоц. гос. ун-та. Сер. Ф. Прикладные науки. – 2018. – № 8. – С. 199–205.
5. Матвеев, С. М. Цикличность в динамике радиального прироста естественных и искусственных сосновых древостоев в борах центральной лесостепи / С. М. Матвеев // Вестн. Москов. гос. ун-та леса. – 2014. – № 5. – С. 110–116.
6. Шиятов, С. Г. Дендрохронология верхней границы леса на Урале / С. Г. Шиятов. – М.: Наука, 1986. – 138 с.
7. Парфенов, В. И. Обусловленность распространения и адаптация видов растений на границах ареалов / В. И. Парфенов. – Минск: Наука и техника, 1980. – 202 с.
8. Болботунов, А. А. Дендроклиматохронологические исследования для прогнозирования состояния использования хвойных фитоценозов Беларуси / А. А. Болботунов, М. В. Рымашевская, Е. В. Дегтярева // Проблемы сохранения биологического разнообразия и использования биологических ресурсов: материалы Междунар. науч.-практ. конф.: Сб. науч. работ под общ. ред. М. Е. Никифорова. – Минск, 2009. – Ч. 2. – С. 20–23.
9. Cook, E. R. Methods of Dendrochronology. Applications in the Environmental Sciences / E. R. Cook, L. A. Kairiukstis editors. – London, 1989 – 180 p.
10. Gonzalez-Rodriguez, E. Computational Method for Extracting and Modeling Periodicities in Time Series / E. Gonzalez-Rodriguez, H. Villalobos, V.M. Gomez-Munoz, A. Ramos-Rodriguez // Open Journal of Statistics. – 2015. – № 5. – P. 604–617. <http://dx.doi.org/10.4236/ojs.2015.560623>.
11. Шишов, В. В. Методы анализа дендроклиматических данных и их применение для территории Сибири: учеб. пособие / В. В. Шишов, И. И. Тычков, М. И. Попкова: ФГАОУ ВПО «Сибирск. федерал. ун-т». – Красноярск, 2015 – 210 с.
12. Stravinskiene, V. Application of dendrochronological methods for dendroindication in European forest monitoring programme / V. Stravinskiene // Мониторинг леса: методология и перспектива: Сб. ст. – Каунас: Гирионис, 1997. – С. 50–52.

Поступила 16.10.2018