

ТЕРМОДИНАМИКА – это наука о свойствах энергии в различных ее видах, а также о закономерностях перехода от одних тел к другим и из одного вида в другой. Основой этой науки являются два закона природы, достоверность которых подтверждается всем опытом человечества – первый и второй законы термодинамики. Используя только эти законы, термодинамика позволяет путем математического анализа различных энергетических процессов получить характеристику, как самих процессов, так и теплофизических свойств участвующих в них веществ, не касаясь вопроса о микроструктуре этих веществ.

Исторически термодинамика сложилась в процессе изучения сравнительно узкого круга вопросов, связанных с работой тепловых двигателей, т.е. устройств, в которых за счет тепла, выделяющегося при сгорании топлива, получается механическая энергия. Отсюда и первоначальное название этой науки – механическая теория теплоты.

В процессе своего развития термодинамика вышла за пределы теории тепловых двигателей, и ее законы в обобщенном виде нашли применение во многих других областях науки и техники. В результате и был создан метод исследования любых макроскопических процессов, в которых, так или иначе, проявляются свойства энергии.

В чистом виде этот метод является строго феноменологическим, т.е. он базируется на эмпирических данных, устанавливает связи только между макроскопическими характеристиками процессов и, как было сказано выше, оставляет в стороне молекулярно – кинетические представления о строении вещества. Эта особенность термодинамического метода предопределяет несколько односторонний подход к изучаемым с его помощью процессам и зачастую оставляет нераскрытым их физическое содержание.

Поэтому с точки зрения инженера интерес представляет не только термодинамический метод исследования процессов, с которыми ему приходится сталкиваться в своей практической деятельности, но и сопутствующее этому методу изучение микроструктуры рабочих веществ, при помощи которых осуществляются эти процессы, а также тех изменений ее, какими эти процессы сопровождаются. Именно поэтому параллельно с развитием общей термодинамики как науки чисто феноменологической всегда существовала и развивалась прикладная наука, которая в отечественной литературе получила название *технической термодинамики* и в которой термодинамический метод синтезируется с теоретическими и экспериментальными достижениями молекулярной физики и других наук, а на основе этого синтеза изучаются вопросы технического характера.

Тема № 1

ПЕРВЫЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

1.1 Основные понятия технической термодинамики

Фундаментальными понятиями технической термодинамики являются тепло и работа. Оба эти понятия неразрывно связаны с процессами передачи энергии от одних тел к другим.

Совокупность тел, участвующих в таких процессах, рассматриваемая в энергетическом взаимодействии с внешней средой, называется *термодинамической системой*. Часто в качестве таковой рассматривается просто однородное тело.

Если термодинамическая система не может отдавать энергию, в какой бы то ни было форме во вне и не может получать из вне, то она называется *изолированной*; если система не может обмениваться теплом с окружающими телами, но способна совершать над ними работу или быть объектом внешней работы, то она называется *термически изолированной*; наконец, если система не может совершать работу над окружающими телами или быть объектом внешней работы, но способна к взаимному теплообмену с этими телами, то она называется *механически изолированной*.

Энергия, запасом которой обладает всякое тело, в общем случае состоит из внешней энергии, присущей всему телу в целом, и внутренней энергии, присущей самим молекулам, из которых состоит тело.

Внешняя энергия тела обусловлена его видимым движением и наличием силового поля земного тяготения. Скоростью видимого движения определяется внешняя кинетическая энергия, а геометрической высотой центра тяжести тела над земным уровнем – внешняя потенциальная энергия тела.

Внутренняя энергия тела обусловлена невидимым движением составляющих его молекул и наличием сил взаимодействия между ними. Каждая из молекул сама по себе обладает определенным запасом кинетической энергии, связанной с поступательным (или колебательным) и вра-

щательным движением ее, а также запасом потенциальной энергии, связанной с действием сил молекулярного притяжения. Суммарный запас кинетической и потенциальной энергий всех молекул тела образует его внутреннюю или *тепловую энергию*, обозначаемую в дальнейшем буквой U .

Следует заметить, что понятия внутренней энергии и тепловой энергии совпадают только при рассмотрении процессов, в которых не протекают ни химические, ни ядерные реакции. В общем случае внутренняя энергия представляет собой широкое понятие, чем тепловая энергия, поскольку в него включаются еще и химическая и атомная энергия тела.

Передача энергии от одного тела к другому может происходить двумя принципиально различными способами.

Первый из них обусловлен силовым воздействием одного тела на другое в процессе видимого движения (например, при перемещении поршня под давлением находящегося в цилиндре газа) и выражается в том, что первое тело совершает над вторым *механическую работу*, измеряемую произведением силы на путь. При этом величина работы равна убыли запаса энергии у тела, совершающего работу, и увеличению запаса энергии у тела, над которым совершается работа.

Второй способ передачи энергии обусловлен наличием разности температур между телами и выражается в том, что энергия переходит от более нагретого тела к менее нагретому телу непосредственно, без совершения механической работы. В этом случае передаваемая энергия называется *теплом*, а сам процесс передачи энергии – *теплообменом*. В результате теплообмена тепловая энергия у более нагретого тела уменьшается, а у менее нагретого – увеличивается. Очевидно, что количество передаваемого тепла равно убыли тепловой энергии более нагретого тела и увеличению тепловой энергии менее нагретого тела.

В общем случае обмен энергией между телами осуществляется сразу обоими способами, т.е. а одним и том же процессе имеют место одновременно и совершение работы и передача теплоты.

Преобразование тепловой энергии тепла в механическую с последующим использованием последней для совершения работы, либо прямая передача ее другому телу макрофизическим путем (т.е. совершение работы непосредственно над этим другим телом) составляют сущность процесса, который для краткости принято называть *превращением тепла в работу*.

Для осуществления такого процесса в тепловом двигателе рабочее тело, с помощью которого он совершается, должно обладать способностью

легко и быстро расширяться или сжиматься. Этому требованию удовлетворяют газы и пары, поскольку вследствие хаотического движения слабо связанных между собой молекул они всегда занимают весь предоставленный им объем. Поэтому они и применяются в теплотехнике в качестве рабочих тел.

Естественно, что одной из важнейших задач технической термодинамики является изучение физических свойств газов и паров. При этом, хотя и те, и другие находятся по сути дела в одинаковом агрегатном состоянии (газообразном), свойства их существенно различаются, поскольку газы очень далеки от начала конденсации, а пары легко превращаются в жидкость. У газов размеры молекул исчезающе малы по сравнению с расстоянием между ними и силы взаимного притяжения ничтожны. Поэтому для простоты, без существенной погрешности, их можно отнести к *идеальным газам*, у которых силы молекулярного притяжения вообще отсутствуют, а сами молекулы представляют собой материальные точки, объем которых равен нулю.

В противоположность этому такое упрощение применительно к парам дает большую погрешность, поэтому в технической термодинамике они относятся к *реальным газам* и их свойства изучаются с учетом как сил взаимного притяжения молекул, так и конечности их объема. Вытекающие из этих предпосылок закономерности получаются гораздо более сложными, чем для идеальных газов.

В дальнейшем для простоты рабочее тело часто именуется газом. Если речь идет не о специфических особенностях идеальных газов, то под этим термином подразумеваются газы реальные.

1.2 Основные параметры состояния рабочего тела

В зависимости от внешних условий один и тот же газ может находиться в различных состояниях. Каждое из таких состояний может быть охарактеризовано конкретными значениями ряда макроскопических (т.е. относящихся ко всему газу в целом) величин, называемых *термодинамическими параметрами*. Это означает, что каждому состоянию газа соответствует одно и только одно значение каждого из термодинамических параметров.

Чтобы однозначно характеризовать состояние газа, нет необходимости задавать значения всех параметров. Вполне достаточно для этого трех (любых), поэтому в технической термодинамике в качестве основных используются те три параметра, которые имеют конкретный физический смысл и могут быть непосредственно измерены техническими средствами – удельный объем, давление и температура. Совокупность этих трех параметров характеризует тепловое состояние тела, поэтому их называют *термическими параметрами*.

Удельным объемом газа, обозначаемым буквой J , называется объем, занимаемый 1 кг данного газа. Так, если масса всего газа равна M кг, а полный объем V м³, то удельный объем его составляет

$$J = \frac{V}{M}, \text{ м}^3/\text{кг}. \quad (1.1)$$

Величина, обратная удельному объему, т.е. масса газа, заключенная в 1 м³ его, называется *плотностью* и обозначается буквой r . Очевидно, что

$$r = \frac{M}{V}, \text{ кг/м}^3. \quad (1.2)$$

Абсолютное давление газа, обозначаемое буквой p , является средним результатом ударов молекул о поверхность, ограничивающую объем, занимаемый газом. Оно представляет собой силу, отнесенную к единице площади этой поверхности и действующую со стороны газа в направлении, нормальном по отношению к ней. Поэтому в системе СИ основной единицей давления является 1 Н/м². Кроме того, в технике широко применяются удобные для практики единицы: бар (1 бар = 10⁵ Н/м²), атмосфера

(1 ат = 10000 кгс/м²), миллиметр ртутного столба (1 мм.рт.ст. = 13,6 кгс/м²), миллиметр водяного столба (1 мм.вод.ст. = 1 кгс/м²).

Давление земной атмосферы зависит от высоты и метеорологических условий в данный момент. В среднем на уровне моря оно равно

760 мм.рт.ст. = 1,03 ат. Эта величина называется *нормальным давлением*.

Если абсолютное давление газа в сосуде больше атмосферного, то разность между ними называется *избыточным давлением*. Если же абсо-

лютное давление газа меньше атмосферного, то разность между ними называется *разрежением или вакуумом*.

Абсолютная температура газа, обозначаемая буквой T , является мерой интенсивности хаотического движения его молекул и измеряется в градусах.

При тепловом равновесии двух тел, когда теплообмен между ними отсутствует, температуры их одинаковы. А поскольку при этом равны и средние кинетические энергии поступательного движения молекул этих тел, то очевидно, что между ними существует прямая связь. Эта связь дается выражением

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{m\omega^2}{2} = kT, \quad (1.3)$$

где m – масса одной молекулы;

ω – средняя квадратичная скорость поступательного движения молекул;

k – постоянная Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град).

Приведенное выражение показывает, что абсолютная температура всегда положительна, а нулевое значение ее соответствует состоянию полного покоя молекул.

Шкала, в которой температура отсчитывается от этого состояния, называется шкалой Кельвина. Измеренная по этой шкале температура обозначается через T К. В технике же принята международная стоградусная шкала (шкала Цельсия), в которой отсчет ведется от состояния тающего льда при нормальном давлении (соответствующая абсолютной температуре $T = 273,15$ К). Измеренная по этой шкале температура обозначается через t °С. Величина градуса в обеих шкалах одинакова, поэтому пересчет с одной шкалы в другую производится по формуле

$$T = t + 273,15 \approx t + 273 \text{ К} . \quad (1.4)$$

1.3 Термическое уравнение состояния рабочего тела

Хаотическое движение молекул газа имеет тот результат, что они стремятся к равномерному распределению по всему предоставленному им объему, а взаимный обмен энергией обуславливает равномерное распределение между ними всей внутренней энергии газа. Таким образом, наиболее естественным является такое состояние газа, при котором удельный объем, давление и температура, а вместе с ними и все остальные параметры, имеют одинаковое значение во всех точках объема, занимаемого газом. Такое термодинамическое состояние газа называется *равновесным*. Внешние воздействия (например, односторонний нагрев или перемещение поршня в цилиндре, заполненном газом) нарушают равновесие, и параметры газа перестают быть одинаковыми во всех точках, но после того, как внешнее возмущение прекратится, газ вновь приходит самопроизвольно к состоянию равновесия.

Отсюда видно, что всякий реальный процесс перехода газа из одного состояния в другое неизбежно связан с нарушением термодинамического равновесия, и каждое из промежуточных состояний его является *неравновесным*.

Однако в технической термодинамике реальные условия идеализируются. В ней рассматриваются только равновесные состояния газа, а всякий процесс перехода его из одного состояния в другое рассматривается как непрерывная последовательность переходов газа от одного равновесного состояния к другому, бесконечно близкому к нему равновесному состоянию. Это дает возможность характеризовать каждое из промежуточных состояний газа конкретными значениями рассмотренных выше термических параметров p , J и T .

Значение каждого из термических параметров определяется одними и теми же факторами, а именно – скоростью движения молекул и средним расстоянием между ними, которые для каждого конкретного состояния газа имеют вполне определенную величину. Поэтому они связаны между собой однозначной зависимостью, которая аналитически выражается в общем виде уравнением

$$f(p, J, T) = 0,$$

которое называется *термическим уравнением состояния*.

Выражая каждый из термических параметров как явную функцию двух остальных, данное уравнение можно предоставить в одной из следующих формул

$$p = f_1(J, T); J = f_2(p, T); T = f_3(p, J).$$

Эти уравнения показывают, что из трех параметров, определяющих состояние газа, независимыми являются только два, а третий является их функцией. Следовательно, термодинамическое состояние газа можно считать известным, если заданы значения двух его параметров, поскольку третий параметр может быть вычислен из уравнения состояния.

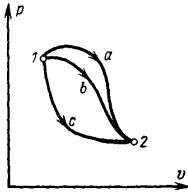
1.4 Внутренняя энергия и энтальпия рабочего тела как функция состояния

Внутренняя энергия U является *экстенсивным* свойством газа, т.е. зависит от его массы (в противоположность свойствам, не зависящим от массы и называемым *интенсивными*). Поэтому для большей определенности внутреннюю энергию газа обычно относят к единице массы (1 кг). Такая удельная внутренняя энергия обозначается буквой u . Таким образом, если масса рассматриваемого газа равна M кг, то

$$u = \frac{U}{M}, \text{ Дж/кг. (1.5)}$$

Из самого определения внутренней энергии вытекает, что каждому состоянию газа соответствует одно и только одно значение внутренней энергии. Это означает, что внутренняя энергия представляет собой однозначную функцию состояния или, иначе, однозначную функцию любых двух независимых параметров, определяющих это состояние.

Поэтому изменение внутренней энергии в каком – либо процессе не зависит от характера процесса, а однозначно определяется заданными начальным и конечным состояниями газа. Так, в процессах a, b и c (рис 1.1.), в которых начальные и конечные состояния газа одинаковы, одинаковыми будут и изменения внутренней энергии $u = f(p, J)$:



$$\Delta u_a = \Delta u_b = \Delta u_c = u_2 - u_1 = \int_{u_1}^{u_2} du = f(p_2, J_2) - f(p_1, J_1)$$

Рисунок 1.1

Математически это означает, что дифференциал du является полным дифференциалом функции $u = f(p, J)$ и может быть представлен равенством

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial p} \right)_J dp + \left(\frac{\partial u}{\partial J} \right)_p dJ. \quad (1.6)$$

Очевидно, что если процесс замкнут, т.е. если после завершения его газ возвращается в исходное состояние (такие процессы в термодинамике называются *круговыми процессами или циклами*), то изменение внутренней энергии в нем будет равно нулю:

$$\Delta u = \oint du = 0.$$

Как нетрудно видеть, аналогичными свойствами обладают все рассмотренные выше параметры: p , J и T . Следовательно, и внутренняя энергия может служить параметром состояния газа. Как и все другие параметры состояния, измеряемые в тепловых единицах (Дж), она относится к *калорическим параметрам*, а уравнение состояния, в состав которого входит внутренняя энергия (или какой – либо другой калорический параметр), например уравнение

$$u = f(p, J)$$

называется калорическим уравнением состояния.

Наряду с внутренней энергией в дальнейшем изложении основ технической термодинамики важную роль играет величина

$$i = u + pJ, \text{ кДж/кг}, \quad (1.7)$$

называемая энтальпией газа. Будучи составленной из функций состояния, энтальпия сама является функцией состояния и играет роль одного из калорических параметров состояния. Очевидно, что все свойства

функции состояния имеет и энтальпия. Например, если задана зависимость $i = f(p, T)$, то

$$di = \left(\frac{\partial i}{\partial p} \right)_T dp + \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right)_p dT, \quad (1.8)$$

т.е. дифференциал энтальпии является полным дифференциалом.

Равным образом, для цикла

$$\Delta i = \oint di = 0,$$

а для незамкнутого процесса 1–2

$$\Delta i = i_2 - i_1 = (u_2 + p_2 J_2) - (u_1 + p_1 J_1),$$

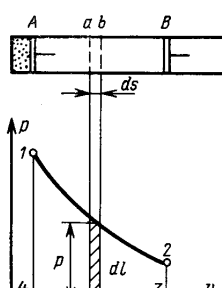
независимо от пути, по которому протекает процесс.

Энтальпия представляет собой в общем случае чисто математическую величину и приобретает конкретный физический смысл лишь применительно к процессам, протекающим в газовом потоке, которые будут рассматриваться ниже.

1.5 Работа изменения объема рабочего тела

Всякое изменение объема газа сопровождается совершением работы. При расширении газ совершает работу против внешних сил, при сжатии внешние силы совершают работу над газом.

Положим, что 1 кг газа, расширяясь в цилиндре двигателя (рис. 1.2), перемещает поршень из положения А в положение В, причем процесс изменения состояния газа в pJ - диаграмме изображается линией 1-2.



На элементарном отрезке пути поршня $a - b$, равном ds , изменением давления можно пренебречь, поэтому элементарная работа газа на этом участке составляет:

Рисунок 1.2

$$dl = pF \cdot ds ,$$

где F – площадь поршня и, следовательно, pF – сила, действующая на поршень.

С другой стороны, $Fds = dJ$, следовательно,

$$dl = p \cdot dJ , \text{ кДж/кг. (1.9)}$$

Очевидно, что суммарная работа, совершаемая газом в процессе 1–2, составит:

$$l = \int_{J_1}^{J_2} p dJ , \text{ кДж/кг. (1.10)}$$

Если газ расширяется, то $dJ > 0$ и $l > 0$, т.е. работа расширения газа есть величина положительная. Если газ сжимается, то $dJ < 0$ и $l < 0$, т.е. работа сжатия газа есть величина отрицательная.

Из pJ – диаграммы видно, что элементарная работа dl графически изображается площадью прямоугольника с основанием dJ и высотой p (заштрихованная на графике). Следовательно, полная работа изменения объема в процессе 1–2 изображается площадью, расположенной между линией процесса и осью абсцисс и ограниченной справа и слева ординатами крайних точек процесса (т.е. площадью 1–2–3–4–1, которая и соответствует геометрически приведенному выше интегралу).

Графическая интерпретация работы в pJ – диаграмме наглядно показывает, что ее величина зависит от того, каким путем газ переходит из начального состояния в конечное. Поэтому можно сказать, что работа является функцией процесса и при одинаковых начальных и конечных состояниях газа может быть различной в зависимости от того, по какому пути совершается этот процесс. Отсюда же вытекает, что работа l не является функцией состояния, а ее дифференциал dl не является полным дифференциалом.

Если по завершении процесса в двигателе поршень возвращается в исходное положение, а газ – в исходное состояние, то в цилиндре осуществляется термодинамический цикл, изображаемый в pJ – диаграмме

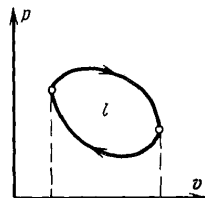


Рисунок 1.3

замкнутой кривой (рис. 1.3). Работа газа за цикл в целом будет положительной, если линия расширения расположена выше линии сжатия (т.е., если линия цикла направлена по часовой стрелке, как показано на рисунке), ибо в этом случае положительная работа расширения по абсолютной величине меньше отрицательной работы сжатия. В первом случае цикл называется *прямым*, а во втором – *обратным*, причем в обоих случаях работа газа за цикл измеряется площадью, ограниченной линией цикла.

1.6 Первый закон термодинамики

По исторически сложившейся традиции первый закон термодинамики часто трактуют как приложение всеобщего закона сохранения и превращения энергии к тепломеханическим процессам. Фактически же никакого различия между этими двумя законами нет, ибо первый закон термодинамики применяется не только при анализе тепломеханических процессов, но и в других случаях, например, в термохимии. Поэтому наиболее полно сформулировать его можно так: энергия изолированной термодинамической системы остается неизменной, независимо от того, какие процессы в ней протекают.

Для тепломеханических процессов это означает, что если в тепловом двигателе совершается прямой цикл, то сообщенное в этом цикле рабочему телу тепло $q_0 = \int dq$ должно быть в точности равно совершаемой им работе $l_0 = \int dl$. Если бы оказалось, что $q_0 < l_0$, то можно было бы создать так называемый вечный двигатель первого рода, т.е. двигатель, совершающий работу без затраты внешней энергии. Равным образом, если бы оказалось, что $q_0 > l_0$, то имело бы место бесследное исчезновение энергии, равной $q_0 - l_0$. Оба предположения противоречат первому закону термодинамики, а из этого следует, что в данном случае $q_0 = l_0$.

С помощью аналогичного рассуждения можно показать, что в обратном цикле затраченная работа в точности равна полученному за ее счет теплу.

Рассмотрим теперь произвольный незамкнутый процесс 1–2. в общем случае для этого процесса $\Delta u = u_2 - u_1 \neq 0$, поэтому уравнение баланса энергии, выражающее неизменность общего запаса ее в термодинамиче-

ски изолированной системе (состоящей в данном случае из источника теплоты, рабочего тела и объекта работы), принимает вид:

$$q = \Delta u + l \quad (1.11)$$

В правую часть этого равенства, называемого аналитическим выражением первого закона термодинамики, входят алгебраические величины: если внутренняя энергия увеличивается, то $\Delta u > 0$, в противном случае $\Delta u < 0$. Равным образом, если работа совершается рабочим телом, то $l > 0$, если она совершается над рабочим телом, то $l < 0$. Поэтому и тепло q , находящееся в левой части равенства, является алгебраической величиной: если оно подводится к рабочему телу, то $q > 0$, в противном случае $q < 0$.

В развернутой форме аналитическое выражение первого закона термодинамики для процесса 1–2 принимает вид:

$$q = u_2 - u_1 + \int_{J_1}^{J_2} p dJ, \quad (1.12)$$

а в дифференциальной форме, соответствующей элементарному участку процесса,

$$dq = du + p dJ. \quad (1.13)$$

В этом выражении вместо внутренней энергии u может быть введена энтальпия i . Так, поскольку,

$$d(pJ) = p dJ + J dp,$$

$$\text{то } p dJ = d(pJ) - J dp$$

$$\text{и тогда } dq = du + d(pJ) - J dp = d(u + pJ) - J dp \quad (1.14)$$

$$\text{или } dq = di - J dp, \quad (1.15)$$

$$\text{а в конечном виде } q = i_2 - i_1 - \int_{p_1}^{p_2} J dp.$$

Интеграл $\int_{p_1}^{p_2} J dp$, как энтальпия, представляет собой в общем случае чисто математическую величину и приобретает конкретное физическое содержание лишь при рассмотрении процессов, протекающих в потоке рабочего тела.

Тема № 2

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

2.1 Уравнение состояния идеальных газов

Идеализация основных свойств тела, находящегося в газообразном состоянии – незначительности сил взаимного притяжения молекул и малости их объема, приводит к представлению об идеальном газе, у которого силы взаимного притяжения молекул вообще отсутствуют, а сами молекулы не имеют объема, т.е. представляют собой материальные точки.

Эти предпосылки позволяют получить теоретически выражение, называемое основным уравнением кинетической теории газов, или уравнение Клаузиуса:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m\omega^2}{2}, \quad (2.1)$$

где p – давление газа;

n – число молекул;

m – масса молекул;

ω – средняя скорость молекул.

Из этого уравнения с учетом зависимости (1.3) получаем:

$$p = nkT.$$

Обозначив число молекул в одном килограмме газа через z , имеем:

$$n = \frac{z}{J}$$

и тогда $pJ = zkT$.

Написав это уравнение для двух произвольных состояний газа:

$$p_1 J_1 = z k T_1 \text{ и } p_2 J_2 = z k T_2$$

и разделив первое равенство на второе, а затем, объединив параметры, относящиеся к одному и тому же состоянию, находим:

$$\frac{p_1 J_1}{T_1} = \frac{p_2 J_2}{T_2}. \quad (2.2)$$

Поскольку состояния газа были приняты произвольно, очевидно, что величина

$$R = \frac{pJ}{T}$$

имеет одно и то же значение для любого состояния газа. Она называется газовой постоянной и имеет размерность

$$[R] = \left[\frac{pJ}{T} \right] = \frac{H \cdot m^3}{m^2 \cdot кг \cdot град} = \frac{Дж}{кг \cdot град}.$$

Таким образом, термические параметры идеального газа в любом его состоянии связаны зависимостью

$$pJ = RT, \quad (2.3)$$

которая представляет собой *термическое уравнение состояния идеального газа*.

Впервые эта зависимость была получена Клапейроном и поэтому часто называется уравнением Клапейрона.

Умножая обе части равенства на массу газа M и учитывая, что $JM = V$, где V – полный объем этого газа, получаем уравнение состояния произвольного количества идеального газа:

$$pV = MRT. \quad (2.4)$$

2.2 Основные законы идеальных газов

Полагая $J_1 = J_2$, из уравнения (2.2) получаем, что

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (2.5)$$

т.е. при постоянном объеме давление газа изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре. Это положение называется *законом Шарля*.

Полагая в этом же уравнении (2.2), что $p_1 = p_2$, получаем:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad (2.6)$$

т.е. при постоянном давлении объем газа изменяется прямо пропорционально его абсолютной температуре. Это положение называется *законом Гей –Люссака*.

Наконец, полагая в уравнении (2.2), что $T_1 = T_2$, получаем:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{p_2}{p_1}, \quad (2.7)$$

т.е. при постоянной температуре объем газа изменяется обратно пропорционально давлению. Это положение называется *законом Бойля – Мариотта*.

Из формулы (1.3) видно, что если разные газы, молекулы которых имеют равную массу, имеют одинаковую температуру, то средние кинетические энергии молекул их равны. Если же у этих газов одинаковы и давления, то у них равны и количества молекул в единице объема, поскольку

$$p = \frac{2}{3} n_1 \frac{m_1 w_1^2}{2} = \frac{2}{3} n_2 \frac{m_2 w_2^2}{2},$$

а после сокращения $n_1 = n_2$.

Отсюда следует, что разные газы, находящиеся при одинаковых давлениях и температурах занимающие одинаковые объемы, содержат одинаковое число молекул. Это положение называется *законом Авогадро*.

Из закона Авогадро вытекает, что при одинаковых давлениях и температурах плотности газов пропорциональны их молекулярным массам, т.е.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m_1}{m_2}, \quad (2.8)$$

где m – молекулярная масса газа.

Однако плотность газа и удельный объем его – величины взаимно обратные, т.е.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{J_2}{J_1},$$

следовательно,

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{m_2}{m_1} \text{ и } J_2 m_2 = J_1 m_1$$

и вообще $Jm = const$. (2.9)

Произведение Jm является объемом киломоля, т.е. такого количества газа, масса которого, выраженная в килограммах, численно равна его молекулярной массе.

Киломоль часто используется в качестве единицы измерения количества газа, что удобно, поскольку, как видно из формулы (2.9), объемы киломолей всех газов при одинаковых давлениях и температурах равны между собой. В частности, при нормальных условиях ($p_0 = 760$ мм.рт.ст =

$$= 10133 \text{ Н/м}^2 \text{ и } t_0 = 0^\circ\text{C}) \text{ объем киломоля любого газа равен } 22,4 \text{ м}^3.$$

Естественно, что сказанное в полной мере относится к лишь идеальным газам.

Согласно определению, масса одного киломоля газа равна μ кг. Поэтому удельный объем и плотность любого идеального газа при нормальных условиях могут быть определены по простым формулам:

$$J_0 = \frac{22,4}{m}, \text{ м}^3/\text{кг} \quad (2.10)$$

$$r_0 = \frac{m}{22,4} \text{ кг/м}^3. \quad (2.11)$$

Обозначив объем киломоля в произвольном состоянии газа через \bar{J} и учитывая, что масса его постоянна и в любом состоянии равна μ кг/кмоль, получаем уравнение состояния для одного киломоля идеального газа, выведенное Д.И. Менделеевым:

$$p\bar{J} = mRT.$$

Величина mR представляет собой газовую постоянную одного киломоля. Обозначив ее через \bar{R} , имеем:

$$p\bar{J} = \bar{R}T. \quad (2.12)$$

Отсюда видно, что величина \bar{R} не зависит от природы газа, т.е. для всех газов имеет одинаковое значение. Поэтому она называется *универсальной газовой постоянной*. Вычислить ее можно из уравнения состояния для одного киломоля, написанного для нормальных условий:

$$p_0\bar{J}_0 = \bar{R}T,$$

откуда

$$\bar{R} = \frac{p_0\bar{J}_0}{T_0} = \frac{1,0133 \cdot 10^5 \cdot 22,4}{273} = 8314 \text{ Дж/(кмоль} \cdot \text{град)}.$$

В связи с этим газовая постоянная 1 кг любого газа может быть определена по простой формуле

$$R = \frac{8314}{m}, \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град}). \quad (2.13)$$

2.3 Смеси идеальных газов

Если несколько газов, не взаимодействующих химически, поместить в общий сосуд, то благодаря хаотическому движению молекул, каждый из них равномерно распределится по всему объему сосуда и образуется газовая смесь.

Если обозначить концентрацию газа, т.е. количество молекул газа в единице объема через n , то согласно сказанному

$$n_{см} = n_1 + n_2 + \dots = \sum n_k,$$

т.е. концентрация газовой смеси равна сумме концентраций всех ее компонентов.

Поэтому для всей смеси в целом основное уравнение кинетической теории газов

$$p_{см} = \frac{2}{3} n_{см} \frac{m w^2}{2},$$

где $m w^2 / 2$ – средняя кинетическая энергия молекул для всей смеси в целом, может быть представлено в виде формулы

$$p_{см} = \frac{2}{3} (n_1 + n_2 + \dots) \frac{m w^2}{2}.$$

Учитывая, что все компоненты находятся при одной и той же температуре, имеем:

$$\frac{m w^2}{2} = \frac{m_1 w_1^2}{2} = \frac{m_2 w_2^2}{2} = \dots,$$

откуда следует равенство

$$p_{см} = \frac{2}{3}n_1 \frac{m_1 w_1^2}{2} + \frac{2}{3}n_2 \frac{m_2 w_2^2}{2} + \dots$$

Каждое из слагаемых правой части представляет собой то давление, которое имел бы соответствующий компонент, если бы он один находился во всем объеме смеси при той же температуре, что и смесь. Такое давление называется *парциальным давлением* компонента.

Таким образом, давление газовой смеси равно сумме парциальных давлений ее компонентов, т.е.

$$p_{см} = p_1 + p_2 + \dots = \sum p_k. \quad (2.14)$$

Это положение называется *законом Дальтона*.

Как указывалось, каждый компонент занимает весь объем смеси. Но если представить себе его заключенным в отдельный сосуд при давлении и температуре смеси, то занимаемый им объем будет меньше объема всей смеси. Это вытекает непосредственно из закона Бойля – Мариотта, согласно которому

$$\frac{V_k}{V_{см}} = \frac{p_k}{p_{см}},$$

где V_k – объем, который занял бы компонент, находясь отдельно от других компонентов при давлении и температуре смеси, называемый приведенным объемом данного компонента.

Последнее выражение можно записать в таком виде

$$p_k V_{см} = p_{см} V_k.$$

Составляя такие выражения для каждого из компонентов, а затем складывая их левые и правые части, получаем

$$V_{см} (p_1 + p_2 + \dots) = p_{см} (V_1 + V_2 + \dots)$$

и, производя сокращение на основании закона Дальтона, находим окончательно

$$V_{см} = V_1 + V_2 + \dots = \sum V_k \quad (2.15)$$

т.е. объем газовой смеси равен сумме приведенных объемов ее компонентов.

Газовая смесь характеризуется своим мольным, объемным или массовым составом.

Мольный состав задается мольными долями компонентов, представляющими собой отношение количеств киломолей компонента Z_k в данной смеси к общему количеству киломолей смеси $Z_{см}$, т.е.

$$z_k = \frac{Z_k}{Z_{см}}, \quad (2.16)$$

причем, поскольку $\sum Z_k = Z_{см}, \sum z_k = 1$.

Объемный состав задается объемными долями компонентов, представляющими собой отношение приведенного объема компонента к объему всей смеси, т.е.

$$r_k = \frac{V_k}{V_{см}}, \quad (2.17)$$

причем, поскольку $\sum V_k = V_{см}, \sum r_k = 1$.

Наконец, массовый состав задается массовыми долями компонентов, представляющими собой отношение массы компонента к массе всей смеси, т.е.

$$m_k = \frac{M_k}{M_{см}}, \quad (2.18)$$

причем, поскольку $\sum M_k = M_{см}, \sum m_k = 1$.

Хотя газовая смесь состоит из разнородных молекул, для применения к ней всех законов идеальных газов, а также для пересчета объемного состава в массовый и наоборот, в теорию газовых смесей введено понятие о средней (кажущейся) молекулярной массе смеси $m_{см}$, т.е. о молекулярной массе такого воображаемого однородного газа, который по своим физическим свойствам аналогичен рассматриваемой смеси.

Из самого определения киломоля вытекает равенство

$$M_K = m_K Z_K,$$

справедливо для любого однородного газа. Поэтому по аналогии можно написать

$$M_{CM} = m_{CM} Z_{CM}.$$

Отсюда из равенства

$$M_{CM} = M_1 + M_2 + \dots$$

следует, что $m_{CM} Z_{CM} = m_1 Z_1 + m_2 Z_2 + \dots$

$$\text{или } m_{CM} = \frac{Z_1}{Z_{CM}} m_1 + \frac{Z_2}{Z_{CM}} m_2 + \dots = z_1 m_1 + z_2 m_2 + \dots,$$

где $z_1, z_2 \dots$ – мольные доли всех компонентов смеси.

Легко показать, что мольные доли компонентов численно равны объемным долям тех же компонентов. Действительно, обозначив объем одного киломоля любого газа при давлении и температуре смеси через \bar{n} , имеем

$$V_K = \bar{n} Z_K \text{ и } V_{CM} = \bar{n} Z_{CM},$$

$$\text{откуда } r_K = \frac{V_K}{V_{CM}} = \frac{\bar{n} Z_K}{\bar{n} Z_{CM}} = \frac{Z_K}{Z_{CM}} = z_K.$$

Таким образом, среднюю молекулярную массу смеси можно выразить через молекулярные массы компонентов и их объемные доли формулой

$$m_{CM} = r_1 m_1 + r_2 m_2 + \dots \quad (2.19)$$

Объемные доли удобно использовать также для вычисления парциальных давлений компонентов газовой смеси. Так, из уравнения

$$p_K V_{см} = p_{см} V_K$$

следует, что
$$p_K = \frac{V_K}{V_{см}} p_{см} = r_K p_{см}. \quad (2.20)$$

Пересчет объемного состава на массовый и наоборот производится на основе следующих соотношений между объемными и массовыми долями компонентов:

$$m_K = \frac{M_K}{M_{см}} = \frac{m_K Z_K}{m_{см} Z_{см}} = \frac{m_K}{m_{см}} r_K = \frac{m_K}{m_{см}} z_K; \quad (2.21)$$

$$r_K = \frac{V_K}{V_{см}} = \frac{Z_K}{Z_{см}} = \frac{Z_K}{Z_1 + Z_2 + \dots}, \text{ но } Z_K = \frac{M_K}{m_K},$$

следовательно,

$$r_K = \frac{\frac{M_K}{m_K}}{\frac{M_1}{m_1} + \frac{M_2}{m_2} + \dots} = \frac{\frac{m_K}{m_{см}}}{\frac{m_1}{m_1} + \frac{m_2}{m_2} + \dots}. \quad (2.22)$$

Чтобы к газовой смеси можно было применить уравнение состояния идеальных газов, следует знать ее газовую постоянную $R_{см}$. Если заданы массовые доли компонентов, то удобно применять формулу, вытекающую из следующих соображений.

Уравнение состояния для всей смеси в целом имеет вид

$$p_{см} V_{см} = M_{см} R_{см} T_{см},$$

а для каждого из компонентов может быть записано так:

$$p_1 V_{cm} = M_1 R_1 T_{cm}; p_2 V_{cm} = M_2 R_2 T_{cm} \dots$$

Учитывая, что $p_{cm} V_{cm} = p_1 V_{cm} + p_2 V_{cm} + \dots$,

получаем $M_{cm} R_{cm} = M_1 R_1 + M_2 R_2 + \dots$

$$\text{или } R_{cm} = \frac{M_1}{M_{cm}} R_1 + \frac{M_2}{M_{cm}} R_2 + \dots$$

и окончательно

$$R_{cm} = m_1 R_1 + m_2 R_2 + \dots \quad (2.23)$$

Если заданы объемные доли компонентов, то удобнее всего использовать формулу (2.13), согласно которой

$$R_{cm} = \frac{\bar{R}}{m_{cm}} = \frac{8314}{m_{cm}}, \text{ Дж/(кг·град)} \quad (2.23)$$

где m_{cm} – вычисляется по формуле (2.19).

Тема № 3.

ТЕПЛОЕМКОСТЬ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

3.1 Основные определения

Теплоемкостью тела в каком – либо процессе изменения его состояния называется количество тепла, потребное для повышения его температуры на один градус. Теплоемкость, отнесенная к единице количества вещества, является его удельной теплоемкостью, однако обычно ее также называют просто теплоемкостью. Применительно к газам в технической термодинамике различают массовую теплоемкость c , кДж/(кг·град), объемную теплоемкость c' , кДж/(м³·град) и мольную теплоемкость

\bar{c} , кДж/(кмоль·град). Между собой эти теплоемкости связаны очевидными соотношениями:

$$c = \frac{c}{m}; \bar{c}' = \frac{c'}{22,4}; c' = \frac{c}{J_0}, \quad (3.1)$$

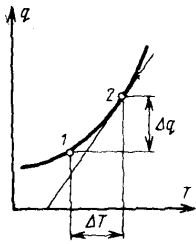
где J_0 – удельный объем при нормальных условиях.

Как было показано выше, тепло является функцией процесса, поэтому понятие теплоемкости имеет смысл лишь в том случае, когда задан характер процесса, в котором газу сообщается тепло. Соблюдение же этого условия устанавливает однозначную связь между теплом процесса и температурой газа, которую можно выразить уравнением

$$q = f(T),$$

или представить графически в виде некоторой кривой (рис. 3.1).

Очевидно, что на различных участках такой кривой одному и тому же изменению температуры соответствуют различные количества подведенного тепла, поэтому и значения теплоемкости на этих участках будут различными. В связи с этим приходится ввести понятие о теплоемкости, средней в заданном интервале температур от T_1 до T_2 (т.е. на участке 1–2 кривой, изображенной на рис. 3.1).



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\Delta q}{\Delta T} \quad (3.2)$$

Беспрестанно уменьшая рассматриваемый температурный интервал, получаем значение истинной теплоемкости при заданной температуре:

$$c_{ист} = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta q}{\Delta T} \right) = \frac{dq}{dT} \quad (3.3)$$

Рисунок 3.1

Таким образом, истинная теплоемкость при данной температуре представляет собой предел, к которому стремится теплоемкость, средняя для прилегающего температурного интервала, когда этот интервал стремится к нулю. Это означает, что истинная теплоемкость математически выражается как первая производная тепла по температуре (при условии, что задан характер процесса и этим определена функциональная зависимость между теплом и температурой).

Характер процесса может быть задан постоянством какого – либо из параметров газа в нем, что в общем виде выражается формулой $x = const$. В этом случае теплоемкость газа представляет собой частную производную

$$c_{ист} = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_x \quad (3.4)$$

и никаких дополнительных условий для ее определения не требуется, поскольку уже само условие $x = const$ устанавливает необходимую функциональную зависимость тепла от температуры.

3.2 Теплоемкости c_v и c_p

В технической термодинамике особо важную роль играют теплоемкости при постоянном объеме

$$c_J = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_J \quad (3.5)$$

и теплоемкости при постоянном давлении

$$c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_p \quad (3.6)$$

Связь между ними легко устанавливается из первого закона термодинамики, согласно которому

$$dq = du + pdJ.$$

Если тепло подводится при постоянном объеме, то $dJ = 0$, а следовательно,

$$c_J = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_J = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_J. \quad (3.7)$$

Если тепло подводится при постоянном давлении, то

$$c_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_p + p \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p. \quad (3.8)$$

Для идеального газа эти выражения упрощаются. Поскольку его молекулы не связаны силами взаимодействия, его внутренняя энергия u не зависит ни от объема, ни от давления, следовательно,

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_J = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_p = \frac{du}{dT}.$$

Кроме того, из уравнения состояния идеального газа $pJ = RT$ имеем

$$J = \frac{RT}{p}, \quad \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p = \frac{R}{p}.$$

Отсюда получаем

$$c_J = \frac{du}{dT}; c_p = \frac{du}{dT} + R$$

и окончательно $c_p = c_J + R$. (3.9)

Полученная формула называется *уравнением Майера*.

Умножая обе части уравнения Майера на молекулярную массу μ , получаем аналогичную зависимость для мольных теплоемкостей идеального газа

$$\bar{c}_p = \bar{c}_J + R. \quad (3.10)$$

3.3 Молекулярно – кинетическая теория теплоемкости

Численные значения теплоемкости идеальных газов могут быть получены из основного уравнения кинетической теории газов (2.1) путем следующих несложных преобразований.

Умножая обе части этого уравнения на объем одного киломоля \bar{J} , получаем

$$p\bar{J} = \frac{2}{3} N \frac{m\bar{w}^2}{2},$$

где $N = n\bar{J}$ – число молекул в одном киломоле газа, называемое числом Авогадро и равен $6,032 \cdot 10^{26}$.

Если молекулы газа представить себе в виде материальных точек, могущих совершать только поступательное движение, то внутренняя энергия одного киломоля будет равна

$$u = N \frac{m\bar{w}^2}{2}$$

и следовательно, $p\bar{J} = \frac{2}{3} u; u = \frac{3}{2} p\bar{J} = \frac{3}{2} RT$.

Один из основных законов кинетической теории газов гласит, что внутренняя энергия газа распределяется равномерно между степенями свободы движения молекул. Материальная точка имеет три степени свободы, следовательно, на каждую из них в одном киломоле газа приходится внутренняя энергия, равная $\frac{1}{2} \bar{RT}$.

Однако, материальной точкой можно считать молекулу только одноатомного газа; если же молекула состоит из двух или более атомов, то число степеней свободы ее составляют $3 + J_{\text{вр}}$, где $J_{\text{вр}}$ – число степеней свободы вращательного движения молекул, причем для двух атомных газов $J_{\text{вр}} = 2$, а для трех атомных газов $J_{\text{вр}} = 3$.

Таким образом, в общем виде внутренняя энергия одного киломоля газа выражается формулой

$$\bar{u} = \frac{3 + J_{\text{вр}}}{2} \bar{RT}. \quad (3.11)$$

Если газ нагревается при постоянном объеме, то он работы не совершает, а потому, согласно первому закону термодинамики, все затраченное тепло расходуется на изменение внутренней энергии и, следовательно

$$\bar{u} = c_J \bar{T}. \quad (3.12)$$

Отсюда получаем

$$c_J = \frac{\bar{u}}{\bar{T}} = \frac{3 + J_{\text{вр}}}{2} \bar{R}. \quad (3.13)$$

Ранее было показано, что между молярными теплоемкостями идеального газа существует связь, выражающаяся формулой (3.10), следовательно,

$$c_p = \frac{3 + J_{\text{вр}}}{2} \bar{R} + \bar{R} = \frac{5 + J_{\text{вр}}}{2} \bar{R}. \quad (3.14)$$

Формулы (3.13) и (3.14) показывают, что согласно молекулярно – кинетической теории газов теплоемкости их в процессах с постоянным объемом и с постоянным давлением являются величинами постоянными.

3.4 Зависимость теплоемкости от температуры

Полученные выше на основании кинетической теории газов численные значения теплоемкостей пригодны только для грубых расчетов, да и то лишь в области низких температур, т.е. когда внутримолекулярные колебания атомов несущественны. В точных расчетах, особенно при высоких температурах, необходимо учитывать энергию колебательного движения атомов, которая является функцией температуры.

Колебательная составляющая теплоемкости может быть получена с помощью квантовой теории, которая приводит к следующему выражению, называемому формулой Эйнштейна

$$c_J = \frac{3 + J_{\text{вр}}}{2} R + \sum_1^{J_{\text{кол}}} \left(\frac{q}{T} \right)^2 \frac{e^{-q/T}}{(e^{-q/T} - 1)^2} R, \quad (3.15)$$

где $J_{\text{кол}}$ – число степеней свободы внутримолекулярных колебаний;

θ – характеристическая температура внутримолекулярного колебательного движения, прямо пропорциональная частоте внутримолекулярных колебаний

e – основание натуральных логарифмов.

Первый член формулы Эйнштейна дает постоянное, не зависящее от температуры приближенное значение теплоемкости, которое учитывает только энергию поступательного и вращательного движения молекул. Второй член, учитывающий энергию внутримолекулярных колебаний, вычисляется на основании экспериментальных спектроскопических данных, характеризующих частоты внутримолекулярных колебаний.

При этом оказывается, что зависимость теплоемкости от температуры у двух-, а, особенно у трех- и многоатомных газов весьма существенна

и может быть изображена для каждого конкретного процесса в виде возрастающей кривой, обращенной выпуклостью вниз (рис. 3.2).

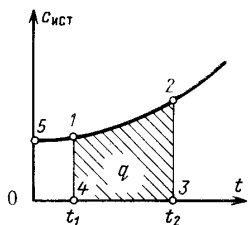


Рисунок 3.2

Естественно, что для каждого конкретного процесса (например, для процесса при $J = const$ или процесса при $p = const$) получается своя кривая. Однако в каждом конкретном случае характер процесса устанавливает необходимую функциональную связь между теплом и температурой, а потому истинную теплоемкость можно считать производной тепла по температуре. Поскольку при этом $dT = dt$, из формулы (3.3) получаем

$$c_{ucm} = \frac{dq}{dt},$$

$$\text{или } dq = c_{ucm}dt \text{ и } q = \int_{t_1}^{t_2} c_{ucm}dt. \quad (3.16)$$

Полученная формула показывает, что тепло q , затраченное на осуществление заданного процесса нагрева от температуры t_1 до t_2 графически изображается площадью 1–2–3–4–1, лежащей под кривой зависимости $c = f(t)$.

Для аналитического вычисления этого тепла нужно знать зависимость $c_{ucm} = f(t)$. Обычно она выражается степенной формулой

$$c_{ucm} = a + bt + dt^2 + \dots, \quad (3.17)$$

численные коэффициенты которой подбираются с таким расчетом, чтобы полученные по этой формуле значения теплоемкостей были как можно ближе к тем, которые дает экспериментальный график.

Однако вычисление количества тепла по формуле

$$q = \int_{t_1}^{t_2} (a + bt + dt^2 + \dots) dt$$

связанное с интегрированием довольно сложного выражения, весьма трудоемко и практически не осуществляется. Необходимый результат может быть получен и другим способом.

Из графика зависимости $c_{ucm} = f(t)$ видно, что тепло, затраченное на нагревание газа от t_1 до t_2

$$q = \int_{t_1}^{t_2} c_{ucm} dt = nл1 - 2 - 3 - 4 - 1$$

что можно представить в таком виде

$$q = nл0 - 5 - 2 - 3 - 0 - nл0 - 5 - 1 - 4 - 0,$$

или учитывая, что на оси ординат $t=0$

$$q = c_m \begin{matrix} t_2 \\ 0 \end{matrix} - c_m \begin{matrix} t_1 \\ 0 \end{matrix}. \quad (3.18)$$

Применение этой формулы весьма удобно при наличии данных по средним теплоемкостям c_m^t . Современная теплотехника располагает такими данными, полученными на основе точных экспериментов. Они сведены в таблицы теплоемкостей, которые и используются для теплотехнических расчетов.

В таблицах значения теплоемкостей c_m^t даны с интервалом 100^0 . Теплоемкости для температур, не кратных 100^0 , находятся путем интерполирования.

В некоторых случаях требуется, пользуясь таблицей теплоемкостей c_m^t , найти значения теплоемкости c_m^t . Нетрудно видеть, что для этого можно воспользоваться формулой

$$c_m^t = \frac{c_m^{t_2} - c_m^{t_1}}{t_2 - t_1}.$$

3.5 Теплоемкость газовых смесей

Чтобы вычислить теплоемкость газовой смеси по теплоемкостям ее компонентов, необходимо знать массовый, объемный или мольный состав этой смеси.

Если смесь задана массовым составом, то ее массовая теплоемкость может быть определена по формуле

$$c_{CM} = m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{град}). \quad (3.19)$$

В этом случае объемную теплоемкость удобно определять по формуле

$$c'_{CM} = \frac{c_{CM}}{J_0}, \text{кДж}/(\text{м}^3\cdot\text{град}),$$

где J_0 – удельный объем смеси при нормальных условиях.

Если же газовая смесь задана объемным составом, то проще сначала определить ее объемную теплоемкость по формуле

$$c'_{CM} = r_1 c'_1 + r_2 c'_2 + \dots, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{град}) \quad (3.20)$$

В этом случае массовая теплоемкость определяется по формуле

$$c_{CM} = c'_{CM} J_0, \text{кДж}/(\text{кг}\cdot\text{град}).$$

Наконец, если смесь задана мольным составом, то принимаются те же формулы, что и при задании ее объемным составом, ибо, как было показано выше, мольные доли компонентов смеси численно равны их объемным долям.

Тема № 4

ОСНОВНЫЕ ПРОЦЕССЫ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Все реальные процессы изменения состояния газа, происходящие в различных теплотехнических устройствах, в действительности являются процессами неравновесными, однако в технической термодинамике их заменяют соответствующими равновесными процессами. Из них основными являются изохорный, изобарный, изотермический и адиабатный процессы, причем все они охватываются более общим понятием политропных процессов.

4.1 Изохорный процесс

Изохорным называется равновесный процесс, протекающий при постоянном объеме. Линия, изображающая этот процесс графически, называется *изохорой* и в координатах $p - J$ выражается уравнением $J = const$, т.е. в $p - J$ диаграмме изохора представляет собой отрезок вертикальной прямой 1–2, соединяющий точки начального и конечного состояния газа (рис. 4.1).

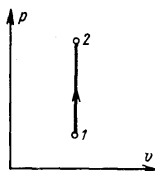


Рисунок 4.1

Связь между термическими параметрами начального и конечного состояния газа выражается законом Шарля

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

откуда видно, что изохоры нагревания направлены снизу вверх, а изохоры охлаждения – сверху вниз.

Аналитическое выражение первого закона термодинамики

$$dq = du + pdJ$$

для изохорного процесса, в котором $dJ = 0$, принимает вид

$$dq = du, \quad (4.1)$$

$$\text{или в конечной форме } q = u_2 - u_1 \quad (4.2)$$

Таким образом, в изохорном процессе все подводимое тепло расходуется на изменение внутренней энергии газа, а работа расширения равна нулю.

С другой стороны, согласно определению теплоемкости

$$dq = c_J dT = c_J dt \text{ и } q = c_J(T_2 - T_1) = c_J(t_2 - t_1), \quad (4.3)$$

$$\text{поэтому } du = c_J dT = c_J dt \text{ и } u_2 - u_1 = c_J(T_2 - T_1) = c_J(t_2 - t_1). \quad (4.4)$$

Поскольку внутренняя энергия является функцией состояния и ее изменение не зависит от характера процесса, приведенные формулы справедливы для любого процесса.

В теплотехнических расчетах следует учитывать зависимость теплоемкости газов от температуры, поэтому тепло изохорного процесса нужно определять по формуле

$$q = c_{Jm} \int_0^{t_2} dt - c_{Jm} \int_0^{t_1} dt, \quad (4.5)$$

в которой значения теплоемкостей берутся из таблиц.

4.2 Изобарный процесс

Изобарным называется равновесный процесс, протекающий при постоянном давлении. Линия, изображающая этот процесс графически, называется *изобарой* и в координатах $p - J$ выражается

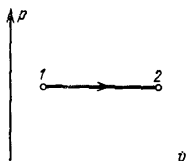


Рисунок 4.2

уравнением $p = const$, т.е. в $p - J$ диаграмме изобара представляет собой отрезок горизонтальной прямой 1–2, соединяющий точки начального конечного состояния газа (рис. 4.2).

Связь между термическими параметрами начального и конечного состояний выражается законом Гей – Люссака

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

откуда видно, что изобара нагревания направлена слева направо, а изобара охлаждения – справа налево.

Аналитическое выражения первого закона термодинамики

$$q = u_2 - u_1 + \int_{J_1}^{J_2} p dJ$$

для изобарного процесса принимает вид

$$\begin{aligned} q &= u_2 - u_1 + p \int_{J_1}^{J_2} dJ = u_2 - u_1 + p(J_2 - J_1) = (u_2 + pJ_2) - (u_1 + pJ_1) = \\ &= i_2 - i_1 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Таким образом, в изобарном процессе все подводимое тепло расходуется на изменение энтальпии газа.

Согласно определению теплоемкости

$$dq = c_p dT = c_p dt \text{ и } q = c_p (T_2 - T_1) = c_p (t_2 - t_1), \quad (4.7)$$

поэтому

$$di = c_p dT = c_p dt \text{ и } i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1) = c_p (t_2 - t_1). \quad (4.8)$$

Энтальпия является функцией состояния, и ее изменение не зависит от характера процесса, поэтому приведенные формулы справедливы для любого процесса.

В теплотехнических расчетах, как уже упоминалось, приходится учитывать зависимость теплоемкости от температуры, поэтому тепло изобарного процесса следует определять по формуле

$$q = c_{pm} \int_{t_0}^{t_2} dt - c_{pm} \int_{t_0}^{t_1} dt, \quad (4.9)$$

в которой значения теплоемкостей берутся из таблиц.

Величина работы изменения объема газа в изобарном процессе на основании формулы (1.11)

$$l = p(J_2 - J_1), \quad (4.10)$$

а с учетом формулы (2.3)

$$l = R(T_2 - T_1). \quad (4.11)$$

Последнее уравнение позволяет выявить физический смысл постоянной R : это работа расширения 1 кг идеального газа при изобарном нагревании его на один градус.

4.3 Изотермический процесс

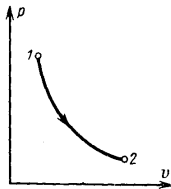


Рисунок 4.3

Изотермическим называется равновесный процесс, протекающий при постоянной температуре. Поскольку из закона Бойля – Мариотта (2.7) следует, что

$$pJ = const, \quad (4.11')$$

линия, изображающая изотермический процесс графически и называется изотермой, в $p - J$ диаграмме представляет собой гиперболу, соединяющую точки начального и конечного состояний газа (1–2 на

рис. 4.3).

Поскольку в изотермическом процессе

$$u_2 - u_1 = c_J(T_2 - T_1) = 0,$$

т.е. внутренняя энергия не изменяется, аналитическое выражение первого закона термодинамики принимает вид

$$q = \int_{J_1}^{J_2} p dJ = l, \quad (4.12)$$

т.е. все тепло, затрачиваемое на процесс, расходуется на совершение работы изменения объема газа. Для идеального газа

$$p = \frac{RT}{J},$$

следовательно,

$$q = l = \int_{J_1}^{J_2} \frac{RT}{J} dJ = RT \int_{J_1}^{J_2} \frac{dJ}{J} = RT \ln \frac{J_2}{J_1}. \quad (4.13)$$

Полученное выражение показывает, что если $J_2 > J_1$, то $q > 0$ и $l > 0$. Это означает, что при подводе тепла газ расширяется, изотерма направлена слева направо и работа его положительна. Если же $J_2 < J_1$, то $q < 0$ и $l < 0$, т.е. при отводе теплоты газ сжимается, изотерма направлена справа налево и работа отрицательна.

4.4 Адиабатный процесс

Адиабатным называется равновесный процесс, протекающий без теплообмена между рабочим телом и окружающей средой. Уравнение адиабаты (линии, изображающие адиабатный процесс графически) в $p - J$ диаграмме может быть получено из аналитических выражений первого закона термодинамики, которые в данном случае принимают вид

$$dq = du + pdJ = c_J dT + pdJ = 0$$

$$\text{и } dq = di - Jdp = c_p dT - Jdp = 0.$$

Из этих уравнений имеем

$$c_p dT = -pdJ \text{ и } c_p dT = Jdp.$$

Разделив второе равенство на первое, получаем

$$\frac{c_p}{c_p} = -\frac{Jdp}{pdJ}.$$

Это отношение представляет собой важную характеристику адиабатного процесса, обозначаемую буквой k . Таким образом,

$$k = -\frac{Jdp}{pdJ}$$

$$\text{или } \frac{dp}{p} + k \frac{dJ}{J} = 0.$$

Интегрируя это дифференциальное уравнение, получаем

$$\ln p + k \ln J = \text{const},$$

$$\text{или } pJ^k = \text{const} \quad (4.14)$$

Полученное соотношение называется *уравнением Пуассона* и выражает аналитическую связь между параметрами p и J в адиабатном процессе, а потому представляет собой уравнение адиабаты в $p - J$ диаграмме. Входящая в него величина k называется показателем адиабаты. Графически адиабата изображается линией 1–2, схожей с гиперболой, но расположенной несколько круче (рис. 4.4).

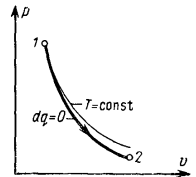


Рисунок 4.4

Дифференцируя уравнение изотермы (4.11'), получаем

$$pdJ + Jdp = 0,$$

откуда угловой коэффициент (тангенс угла наклона) касательной к изотерме

$$\left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_T = -\frac{p}{J}.$$

С другой стороны, дифференцируя уравнение (4.14), получаем

$$kpJ^{k-1}dJ + J^k dp = 0,$$

откуда угловой коэффициент касательной к адиабате

$$\left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_{dq=0} = -\frac{kpJ^{k-1}}{J^k} = -k\frac{p}{J}.$$

Поскольку всегда $k > 1$,

$$\left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_{dq=0} > \left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_T,$$

т.е. действительно, адиабата в в $p - J$ диаграмме круче изотермы.

В адиабатном процессе все три термических параметра (p, J, T) переменны, поэтому связь между их значениями для начального конечного состояния газа выражается тремя уравнениями.

а) Связь между параметрами p и J . Из уравнения адиабаты (4.14) имеем

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^k.$$

б) Связь между параметрами T и J . Сопоставляя формулы (2.3) и (4.14), получаем

$$\frac{RT_1}{J_1} J_1^k = \frac{RT_2}{J_2} J_2^k \quad \text{или} \quad T_1 J_1^{k-1} = T_2 J_2^{k-1}$$

и окончательно

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^{k-1} \quad (4.16)$$

в) Связь между параметрами p и T . сопоставляя формулы (4.15) и (4.16), получаем

$$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/k} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{k-1}},$$

откуда находим окончательно

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}. \quad (4.17)$$

Аналитическое выражение первого закона термодинамики для адиабатного процесса примет вид

$$q = u_2 - u_1 + l = 0$$

или

$$l = u_1 - u_2. \quad (4.18)$$

Это означает, что работа изменения объема в адиабатном процессе совершается за счет изменения внутренней энергии. Если газ расширяется и работа положительна, то внутренняя энергия уменьшается; если происходит сжатие и работа газа отрицательна, то внутренняя энергия увеличивается. Поэтому адиабатное расширение сопровождается уменьшением температуры газа, а адиабатное сжатие – ее увеличением.

Поскольку для любого процесса, в том числе и для адиабатного,

$$u_1 - u_2 = c_J(T_1 - T_2),$$

работа адиабатного процесса может быть найдена по формуле

$$l = c_J(T_1 - T_2). \quad (4.19)$$

Этой формуле можно придать и другой вид. Поскольку

$$k = \frac{c_p}{c_J} = \frac{c_J + R}{c_J} = 1 + \frac{R}{c_J},$$

имеем

$$c_J = \frac{R}{k-1}$$

и тогда

$$l = \frac{R}{k-1}(T_1 - T_2). \quad (4.20)$$

Далее, учитывая формулу (2.3), получаем

$$l = \frac{1}{k-1}(p_1 J_1 - p_2 J_2). \quad (4.21)$$

4.5 Политропные процессы

Политропными называются процессы, в которых теплоемкость имеет любое, но постоянное на протяжении всего процесса значение. Очевидно, это определение означает, что в любом политропном процессе распределение подводимого тепла между изменением внутренней энергии и работой газа, характеризуемое величиной

$$a = \frac{\Delta u}{q} = \frac{du}{dq},$$

остается неизменным, поскольку $dq = c_J dT$ и

$$a = \frac{c_J dT}{cdT} = \frac{c_J}{c} = const.$$

Здесь буквой c обозначена постоянная для данного процесса теплоемкость газа.

Уравнение политропы в pJ -диаграмме может быть выведено из аналитических выражений первого закона термодинамики

$$dq = cdT = c_J dT + pdJ$$

$$\text{и } dq = cdT = c_p dT - Jdp$$

откуда получаем

$$(c - c_J)dT = pdJ \text{ и } (c - c_p)dT = -Jdp.$$

Разделив второе равенство на первое, имеем

$$\frac{c - c_p}{c - c_J} = -\frac{Jdp}{pdJ}.$$

Обозначая постоянную для данного процесса величину $\frac{c - c_p}{c - c_J}$ через n , получаем

$$n = -\frac{Jdp}{pdJ},$$

а после деления переменных

$$\frac{dp}{p} + n \frac{dJ}{J} = 0.$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение, находим

$$\ln p + n \ln J = \text{const}$$

и окончательно

$$pJ^n = \text{const} . (4.22)$$

В этом уравнении величина n называется показателем политропы. Будучи постоянным для каждого конкретного процесса, численное значение этого показателя определяет характер процесса.

Так, при $n = 0$ уравнение политропы принимает вид

$$p = \text{const},$$

т.е. превращается в уравнение изобары. Следовательно, изобара представляет собой политропу с $n = 0$.

Аналогично этому легко показать, что изотерма – это политропа с показателем $n = 1$, а адиабата – это политропа с показателем $n = k$.

Согласно определению политропного процесса изохора также является политропой, поскольку для нее $c = c_{\vartheta} = \text{const}$. Показатель политропы для изохорного процесса можно определить следующим образом.

Из уравнения политропы следует, что

$$\left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_n = -n \frac{p}{J}.$$

Так как для линии $\vartheta = \text{const}$ должно быть

$$\left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_J = \pm \infty.$$

То $n = \pm \infty$.

Все соотношения, вытекающие из уравнения политропы $pJ^n = \text{const}$, должны быть аналогичными соотношениям, вытекающим из уравнения адиабаты $pJ^k = \text{const}$, и получаются из них путем замены показателя адиабаты k на показатель политропы n .

Таким образом, связь между параметрами газа в двух состояниях при политропном процессе выражается формулами

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^n; \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{J_2}{J_1}\right)^{n-1}; \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}, \quad (4.23)$$

а формулы для работы изменения объема газа в политропном процессе имеют вид

$$l = \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) \quad (4.24)$$

$$\text{и } l = \frac{1}{n-1}(p_1 J_1 - p_2 J_2). \quad (4.25)$$

Согласно первому закону термодинамики для политропного процесса

$$q = u_2 - u_1 + l = c_J(T_2 - T_1) + \frac{R}{n-1}(T_1 - T_2) = \left(c_J - \frac{R}{n-1} \right) (T_2 - T_1).$$

Сравнивая полученное выражение с формулой

$$q = c(T_2 - T_1),$$

находим зависимость

$$c = c_J - \frac{R}{n-1} = \frac{nc_J - c_J - R}{n-1} = \frac{nc_J - c_p}{n-1}$$

или учитывая, что $c_p / c_J = k$, имеем окончательно

$$c = \frac{n-k}{n-1} c_J. \quad (4.26)$$

Таким образом, в зависимости от показателя политропы теплоем-

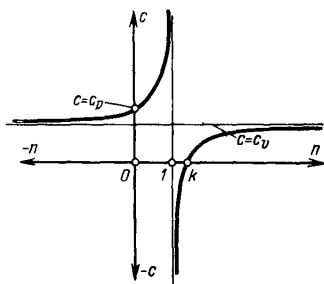


Рисунок 4.5

кость газа в политропных процессах может иметь различные значения, что наглядно иллюстрируется графиком $c = f(n)$, приведенным на рисунке 4.5. В частности, для изохорного процесса, когда $n = \pm\infty$, $c = c_v$; для изобарного процесса, когда $n = 0$, $c = c_p$; для изотермического процесса, когда $n = 1$, $c = \pm\infty$; наконец, для адиабатного процесса, когда $n = k$, $c = 0$.

Далее график показывает, что на участке $1 < n < k$, т.е. для политропных процессов, расположенных между изотермой и адиабатой, значение теплоемкости отрицательно. Это объясняется тем, что на указанном участке числитель и знаменатель выражения

$$c = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_n$$

имеют разные знаки.

Действительно, при политропном расширении в этом случае тепло подводится, но температура понижается; при политропном сжатии, наоборот, тепло отводится, но температура повышается.

Логарифмируя уравнение политропы $pJ^n = const$, получаем

$$\lg p + n \lg J = const.$$

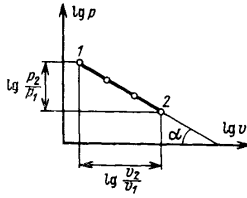


Рисунок 4.6

Это отношение в логарифмической системе координат изображается прямой линией (например, 1–2 на рис. 4.6). Поэтому, для того чтобы установить, является ли политропным процесс, изображенный в pJ –диаграмме какой–либо линией, следует несколько точек этой линии перенести в логарифмическую систему координат. Если все точки расположатся на одной прямой, то график изображает политропный процесс с показателем

$$n = \frac{\lg(p_1/p_2)}{\lg(J_2/J_1)} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Тема №5

ВТОРОЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМИКИ

5.1 Термодинамическая обратимость процессов

Термодинамически *обратимыми* называются процессы изменения состояния рабочего тела, которые могут быть проведены в обратном направлении таким образом, что и само рабочее тело, и окружающая среда пройдут через те же промежуточные состояния, что и в прямом направлении, но лишь в обратной последовательности. В противном случае процессы являются термодинамически *необратимыми*.

Для того, чтобы процесс был обратимым, необходимо соблюсти два условия: во – первых, в каждый данный момент рабочее тело должно находиться в равновесном состоянии, т.е. процесс должен быть равновесным; во– вторых, разность температур при любом теплообмене между рабочим телом и внешним источником теплоты, должна быть в каждый данный момент бесконечно малой.

Если не соблюдено первое условие, то процесс является *внутренне необратимым*; если не соблюдено второе условие, то он является *внешне необратимым*.

Для того, чтобы два условия обратимости были соблюдены, процесс должен протекать с бесконечно малой скоростью, и если температура рабочего тела в ходе процесса изменяется, то необходимо наличие бесконечно большого числа источников теплоты с бесконечно близкими температурами и рабочее тело должно проходить в соприкосновение последовательно с каждым из них. Поэтому естественно, что понятие об обратимых процессах является научной абстракцией и все реальные процессы необратимы.

5.2 Обратимые циклы и оценка их эффективности

Выше было показано, что термодинамические циклы бывают прямыми и обратными. В прямых циклах теплота превращается в работу, а в обратных – работа превращается в тепло.

Рассмотрим условия, которые необходимо соблюдать для осуществления прямого цикла (рис. 5.1). Известно, что процесс, расположенный выше адиабаты, проходящей через его начальную точку, протекает с подводом теплоты, а ниже ее – с отводом теплоты. Поэтому, проведя две адиабаты, касательные к линии прямого цикла в точках А и В, мы получаем два участка этой линии – верхний и нижний. На верхнем участке процесс сопровождается подводом тепла, а на нижнем – отводом его. Следовательно, для осуществления такого цикла необходимо бесконечно большое количество горячих источников тепла, отдающих рабочему телу теплоту в количестве q_1 при бесконечно малой разности температур и бесконечно большое количество холодных теплоприемников, получающих от рабочего тела теплоту в количестве q_2 , также при бесконечно малой разности температур. Разность этих количеств тепла $q_0 = q_1 - q_2$ расходуется на совершение работы l_0 , равной площади, ограниченной линией цикла, причем по первому закону термодинамики $q_0 = l_0$.

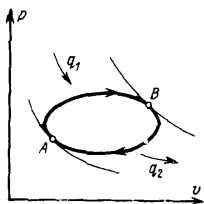


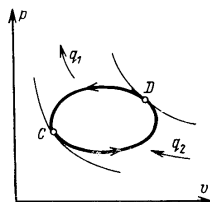
Рисунок 5.1

Прямые обратимые циклы являются идеализацией комплекса реальных процессов, осуществляемых в тепловых двигателях с целью превращения теплоты в работу. Поэтому характеристикой эффективности таких циклов является отношение

$$\eta_T = \frac{q_1 - q_2}{q_1}, \quad (5.1)$$

показывающее, какая доля всего затраченного на цикл тепла превращается в работу. Это отношение называется *термическим коэффициентом полезного действия* (к.п.д.) данного цикла.

Изложенное показывает, что превращение теплоты в работу не является процессом самопроизвольным и может быть осуществлено лишь при наличии компенсирующего процесса – передачи части затрачиваемого тепла из горячих в холодные теплоприемники без превращения в работу.



Аналогичным образом можно выяснить условия осуществления обратных циклов (рис. 5.2).

Две адиабаты, касательные к линии обратного цикла в точках С и D, делят весь цикл на два участка – нижний, на котором тепло подводится в количе-

Рисунок 5.2

стве q_2 от бесконечно большого числа холодных источников теплоты, и верхний, на котором тепло отводится в количестве q_1 к бесконечно большому числу горячих теплоприемников. Разность этих количеств тепла $q_0 = q_1 - q_2$ представляет собой тепло, полученное за счет затраты работы, равной площади цикла, причем по первому закону термодинамики $q_0 = l_0$.

Обратные обратимые циклы являются идеализацией комплексов реальных процессов, осуществляемых в холодильных установках с целью переноса теплоты с более низкого на более высокий температурный уровень. Поэтому характеристикой эффективности таких циклов является отношение

$$e = \frac{q_2}{l_0}, \quad (5.2)$$

показывающее, какое количество теплоты, отводимого от холодных источников, приходится на единицу затраченной работы. Это отношение называется *холодильным коэффициентом*.

Изложенное показывает, что переход теплоты с более низкого на более высокий температурный уровень не является процессом самопроизвольным и может быть осуществлен при наличии компенсирующего процесса – превращения определенного количества работы в тепло, передаваемое затем горячим теплоприемникам вместе с теплом, отнимаемым у холодильных источников тепла.

5.3 Основные формулировки второго закона термодинамики

Рассмотрение особенностей прямых и обратных циклов показывает, что для их осуществления необходимо соблюсти определенные условия.

Первый закон термодинамики устанавливает количественное равенство между теплом и работой при их взаимных превращениях в циклических процессах, но ничего не говорит об этих условиях. Поэтому необходимым дополнением к нему является второй закон термодинамики, формулирующий эти условия, не затрагивая вопроса о количественных соотношениях между теплом и работой при их взаимных превращениях.

Таким образом, дополняя друг друга, первый и второй законы термодинамики всесторонне характеризуют циклические процессы взаимных превращений тепла и работы, изучение которых составляет сущность предмета технической термодинамики, и являются поэтому основой, на которой построена вся эта наука.

Как будет показано ниже, в своей общей форме второй закон термодинамики 'выходит далеко за пределы этой науки и охватывает все многообразие доступных нашему восприятию явлений природы. Однако история открытия и развития второго закона термодинамики неразрывно связана с изучением именно закономерностей взаимных превращений тепла и работы.

Впервые соображения, на основе которых впоследствии был сформулирован второй закон термодинамики, были высказаны М. В. Ломоносовым еще в 1747 г., когда термодинамики еще не существовало, а затем С. Карно в 1824 г., когда она находилась еще в самой начальной стадии формирования.

Обобщение теоретических исследований работы тепловых машин позволило Р. Клаузиусу в 1850 г. сформулировать следующий постулат, который считается одной из классических формулировок второго закона термодинамики: Теплота не может переходить от холодного тела к более нагретому сама собой, даровым процессом (без компенсации).

Почти одновременно (в 1851г.) В. Томсон сформулировал другой постулат, который также считается классической формулировкой второго закона термодинамики: Невозможно при помощи не одушевленного материального двигателя получить от какой-либо массы вещества механическую работу путем охлаждения ее ниже самого холодного из окружающих предметов.

Впоследствии тот же постулат был сформулирован М. Планком другими словами: Невозможно построить периодически действующую машину, все действие которой сводилось бы к поднятию некоторого груза и охлаждению теплового источника.

Наконец, назвав принципиально неосуществимую тепловую машину, которая в противоречии с постулатом Томсона могла бы совершать механическую работу только за счет охлаждения одного лишь источника тепла, *вечным двигателем второго рода* (в отличие от *вечного двигателя первого рода*, который мог бы совершать работу вообще без затраты энергии, т. е. в противоречии с первым законом термодинамики), В. Ф. Оствальд дал наи-

более лаконичную формулировку постулата Томсона: Осуществление вечного двигателя второго рода невозможно.

Чтобы показать, что постулаты Клаузиуса и Томсона являются конкретными формами одного и того же закона природы, следует установить, что процессы, противоречащие постулату Клаузиуса, одновременно противоречат и постулату Томсона, а процессы, противоречащие постулату Томсона, одновременно противоречат и постулату Клаузиуса.

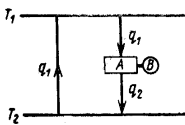


Рисунок 5.3

Для этого рассмотрим систему, в которой тепло q_1 , отнимаемое от верхнего источника с температурой T_1 , передается рабочему телу, совершающему обратимый цикл в двигателе A (рис. 5.3). В результате этого производится полезная работа $l_0 = q_1 - q_2$, передаваемая машине B , а тепло q_2 сбрасывается в нижний источник.

Предположим, что одновременно с осуществлением обратимого цикла с помощью двигателя A тепло q_1 , вопреки постулату Клаузиуса, самопроизвольно переходит от холодного источника тепла к горячему. Тогда получается, что запас тепловой энергии в горячем источнике остается неизменным, а в холодном источнике он уменьшается на величину $q_1 - q_2$. Следовательно, полезная работа цикла осуществляется за счет тепла, взятого из одного лишь холодного источника, а такой результат находится в противоречии с постулатом Томсона в формулировке Планка.

Аналогичным образом можно показать, что если нарушается постулат Томсона, то нарушается и постулат Клаузиуса.

Объединяя постулаты Клаузиуса и Томсона, и выходя за рамки тепломеханических процессов, к которым эти постулаты относятся, можно сформулировать следующее положение, которое по сути дела и составляет содержание второго закона термодинамики в его наиболее общей форме: Если в заданной системе какие-либо процессы могут протекать самопроизвольно, то обратные по отношению к ним процессы возможны лишь при условии определенных компенсирующих изменений состояния системы, а протекать самопроизвольно они не могут. Иными словами, все самопроизвольные процессы природы необратимы.

Следует подчеркнуть, что это положение в принципе недоказуемо и лишь обобщает весь накопленный человечеством опыт, а потому и не может быть опровергнуто данными этого опыта.

Возвратимся теперь еще раз к тепломеханическим циклам и рас-

смотрим их с точки зрения второго закона термодинамики в его общей форме. Превращение работы в тепло может протекать самопроизвольно, следовательно, оно является процессом необратимым. Это означает, что обратное превращение тепла в работу возможно лишь при условии наличия компенсирующего самопроизвольного процесса, каковым и является переход некоторого количества тепла от горячего источника к холодному. С другой стороны, поскольку переход тепла от горячего источника к холодному может протекать самопроизвольно, он тоже является процессом необратимым. Следовательно, обратный переход тепла от холодного источника к горячему возможен лишь при наличии компенсирующего самопроизвольного процесса превращения некоторого количества работы в тепло.

Так разъясняет второй закон термодинамики основные особенности прямых и обратных циклов, рассмотренные в п. 5-2.

5.4 Цикл Карно

В общем случае для осуществления обратимого цикла необходимо наличие бесконечно большого числа горячих источников тепла и холодных теплоприемников. Однако можно представить себе такой обратимый цикл, который осуществляется с помощью лишь одного горячего источника и одного холодного теплоприемника. В этом цикле, предложенном С. Карно и носящем его имя, тепло подводится и отводится по изотермам при температурах горячего источника тепла и холодного теплоприемника.

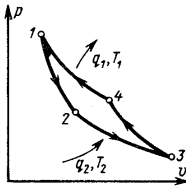


Рисунок 5.4

Произведем анализ прямого цикла Карно (рис. 5-4), считая рабочее тело идеальным газом. В этом цикле оно сначала расширяется изотермически по линии 1-2, получая от горячего источника тепло q_1 при температуре T_1 затем отключается от горячего источника и продолжает расширяться адиабатно по линии 2-3 с понижением температуры до T_2 . После этого рабочее тело подключается к холодному теплоприемнику и сжимается изотермически по линии 3-4, отдавая ему теплоту q_2 при температуре T_2 . Затем оно отключается от теплоприемника и продолжает сжиматься адиабатно по линии 4-1 с повышением температуры до T_1 , чем и завершается цикл.

Согласно определению термического к.п.д. для цикла Карно

$$h_T = \frac{q_1 - q_2}{q_1}$$

где

$$q_1 = RT_1 \ln \frac{J_2}{J_1} \text{ и } q_2 = RT_2 \ln \frac{J_4}{J_3},$$

или, учитывая, что под q_2 имеется ввиду абсолютная величина отводимого тепла $q_2 = RT_2 \ln \frac{J_3}{J_4}$.

Таким образом,

$$h_T = \frac{RT_1 \ln \frac{J_2}{J_1} - RT_2 \ln \frac{J_3}{J_4}}{RT_1 \ln \frac{J_2}{J_1}}. \quad (5.3)$$

Для адиабаты 2-3 имеем

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{J_2}{J_3} \right)^{k-1},$$

а для адиабаты 4-1

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{J_1}{J_4} \right)^{k-1},$$

следовательно,

$$\frac{J_2}{J_3} = \frac{J_1}{J_4} \text{ и } \frac{J_2}{J_1} = \frac{J_3}{J_4}.$$

Тогда после сокращения получаем окончательно

$$h_T = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \text{ или } h_T = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (5.4)$$

полученные выражения показывают, что термический к.п.д. цикла Карно тем больше, чем выше температура горячего источника теплоты и чем ниже температура холодного теплоприемника.

Далее будет показано, что в заданном интервале температур цикл Карно является наивыгоднейшим по величине термического к.п.д. Поэтому хотя цикл Карно в технике и не используется, в технической термодинамике он играет важную роль эталона, с которым сопоставляются с целью принципиальной оценки экономичности все прямые циклы, находящие практическое применение.

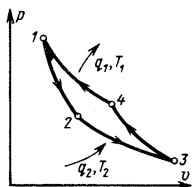


Рисунок 5.5

В обратном цикле Карно (рис. 5.5) рабочее тело сначала расширяется адиабатно по линии 1-2 с понижением температуры от T_1 до T_2 , затем продолжает расширяться изотермически по линии 2-3, получая теплоту от холодного источника в количестве q_2 при температуре T_2 . После этого оно сжимается адиабатно по линии 3-4 с повышением температуры до T_1 и, наконец, сжимается изотермически по линии 4-1, отдавая теплоту горячему теплоприемнику в количестве q_1 при температуре T_1 , чем и завершается цикл.

Используя те же состояния, что и при анализе прямого цикла Карно, нетрудно получить выражение для холодильного коэффициента обратного цикла Карно

$$e = \frac{T_2}{T_1 - T_2}. \quad (5.5)$$

Обратный цикл Карно используется в качестве эталона, с помощью которого определяется относительная эффективность обратных циклов, находящих практическое применение в холодильной и отопительной технике.

5.5 Теорема Карно

Приведенное выше выражение для термического к.п.д. цикла Карно было получено исходя из предположения, что рабочим телом двигателя является идеальный газ. Чтобы его можно было использовать при анализе циклов с любым другим рабочим телом, следует доказать положение, называемое теоремой Карно и гласящее, что термический к.п.д. обратимого цикла, осуществляемого между двумя источниками теплоты, не зависит от свойств рабочего тела, при помощи которого совершается этот цикл.

Предположим, что между горячим и холодным источниками теплоты (рис. 5.6) с помощью тепловой машины А может быть совершен прямой цикл, в котором рабочее тело получает от горячего источника тепло в количестве q'_1 , отдает холодному источнику тепло в количестве q'_2 и совершает работу $l'_0 = q'_1 - q'_2$. Термический к.п.д. этого цикла будет равен

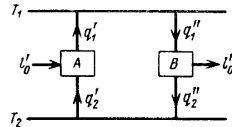


Рисунок 5.6

$$h'_T = 1 - \frac{q'_2}{q'_1}.$$

Если эта машина будет работать в обратном направлении (как показано на рисунке), то вследствие обратимости цикла рабочее тело будет получать из холодного источника тепло в количестве q'_2 и отдавать горячему источнику тепло в количестве q'_1 , причем на это будет затрачиваться работа l'_0 .

Доказательство теоремы Карно получим «методом от противного». Для этого сделаем предположение, что с помощью машины В, в которой используется другое рабочее тело, можно осуществить обратный цикл, термический к.п.д. которого получается большим, чем у цикла машина А, т.е.

$$h''_T = 1 - \frac{q''_2}{q''_1} > h'_T = 1 - \frac{q'_2}{q'_1}.$$

Пусть обе машины работают одновременно, причем в машине А совершается обратный цикл, а в машине В – прямой. Подберем количество рабочих тел так, чтобы горячий источник отдавал рабочему телу машины

В такое же количество теплоты, какое он получает от рабочего тела машины А, т.е. чтобы $q_1'' = q_1'$.

Тогда получаем, что

$$l_0'' = h_T'' q_1'' > h_T' q_1' = l_0',$$

поскольку по предположению $h_T'' > h_T'$.

Это означает, что в результате осуществления одновременно двух циклов совершается полезная работа $\Delta l_0 = l_0'' - l_0'$. Вместе с тем из неравенства

$$1 - \frac{q_2''}{q_1''} > 1 - \frac{q_2'}{q_1'}$$

вытекает, что

$$q_2' > q_2'',$$

т.е., что теплота, отнимаемая от холодного источника рабочим телом машина А, больше, чем теплота, отдаваемая ему рабочим телом машины В на величину

$$\Delta q_2 = q_2' - q_2''.$$

Это означает, что единственным результатом одновременного осуществления двух циклов является совершение полезной работы Δl_0 за счет теплоты Δq_2 , отнимаемой у холодного источника. Полученный результат находится в противоречии со вторым законом термодинамики в формулировке Планка. Вывод, находящийся в противоречии со вторым законом термодинамики, получается и при иных соотношениях между количеством рабочих тел (например, когда они подбираются так, что $l' = l''$ или $q_2' = q_2''$).

Таким образом, предположение, что можно увеличить термический к.п.д. обратного цикла, взяв другое рабочее тело, приводит к неправильным выводам. Это и является доказательством теоремы Карно.

5.6 Энтропия

Для прямого цикла Карно (см. рис. 5.4) из формул (5.1) и (5.4) вытекает, что

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{или} \quad \frac{q_1}{T_1} = \frac{q_2}{T_2}.$$

Следует иметь в виду, что здесь под q_2 подразумевается абсолютная величина отводимого тепла. Если учесть, что алгебраически тепло q_2 отрицательно, то последнее равенство надо записать так

$$\frac{q_1}{T_1} = -\frac{q_2}{T_2} \quad \text{или} \quad \frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0. \quad (5.6)$$

Отношение теплоты к температуре, при которой оно подводится или отводится, называется *приведенным теплом*. Таким образом, для обратимого цикла Карно алгебраическая сумма теплот равна нулю.

Полученное соотношение можно распространить на любой обратимый цикл (рис. 5.7). Для этого пересечем произвольный обратимый цикл бесконечно большим количеством адиабат и образуем, таким образом, бесконечно большое количество элементарных циклов. В каждом из них (например, в цикле $a-b-c-d-a$) теплота подводится на верхнем участке в количестве dq_1 при температуре T_1 и отводится на нижнем участке в количестве dq_2 при температуре T_2 . Изменение температур на этих элементарных участках бесконечно мало, поэтому их можно считать изотермическими, т.е. каждый из полученных элементарных циклов можно считать циклом Карно.

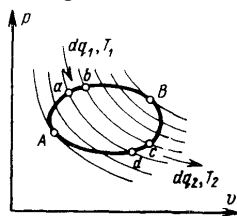


Рисунок 5.7

Для каждого из них по уже доказанному можно написать, что

$$\frac{dq_1}{T_1} + \frac{dq_2}{T_2} = 0. \quad (5.7)$$

Суммируя все положительные приведенные теплоты, т.е. взяв линейный интеграл величин dq_1/T_1 по верхней линии АВ, а затем, суммируя

все отрицательные приведенные теплоты, т.е. взяв линейный интеграл dq_2/T_2 по нижней линии ВА и сложив их, получаем

$$\int_{AB} \frac{dq_1}{T_1} + \int_{BA} \frac{dq_2}{T_2} = 0$$

$$\text{или } \int \frac{dq}{T} = 0, \quad (5.8)$$

т.е. линейный интеграл элементарных приведенных теплот, взятый по всему контуру рассматриваемого обратимого цикла, равен нулю.

Полученная была выведена Клаузиусом в 1854 г. и носит название интеграл Клаузиуса.

Из математики известно, что если линейный интеграл, взятый по любому замкнутому контуру, равен нулю, то под интегралом находится полный дифференциал, т.е. в данном случае

$$\frac{dq}{T} = ds, \quad (5.9)$$

где s – некоторая функция состояния, значение которой однозначно определяется состоянием тела и изменение которой зависит от начального и конечного состояний тела, но не от пути, по которому тело переходит от начального состояния к конечному. Следовательно, если тело переходит из состояния 1 в состояние 2 (рис. 5.8), то по какому бы пути не был осуществлен переход, величина

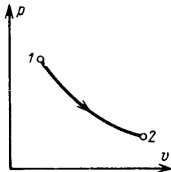


Рисунок 5.8

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dq}{T} \quad (5.10)$$

будет иметь одно и то же значение. Функция состояния S была названа Клаузиусом *энтропией*.

Важная роль этой величины в термодинамике определяется тем, что в соответствии с равенством (5.9) изменение ее в любом обратимом процессе является признаком наличия теплообмена между рабочим телом и окружающей средой.

Очевидно, что энтропию можно рассматривать как параметр состояния и, следовательно, изменение ее можно вычислить для любого процесса, если известно изменение двух других параметров состояния, например ϑ и T , p или p и ϑ .

Выведем соответствующие зависимости для идеального газа, представив предварительно его уравнение состояния в дифференциальной форме.

Дифференцируя уравнение состояния идеального газа (2.3), получаем

$$pdJ + Jdp = RdT.$$

Разделив далее левую часть этого уравнения на pJ , а правую на RT (от чего равенство не нарушится), получаем

$$\frac{pdJ}{pJ} + \frac{Jdp}{pJ} = \frac{RdT}{RT}$$

или

$$\frac{dJ}{J} + \frac{dp}{p} = \frac{dT}{T}. \quad (5.11)$$

Полученное выражение и является уравнением состояния идеального газа в дифференциальной форме.

Положим теперь, что в качестве независимых переменных заданы ϑ и T .

На основании первого закона термодинамики

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{du + pdJ}{T} = \frac{du}{T} + \frac{p}{T}dJ,$$

поскольку

$$du = c_J dT, \quad p/T = R/J,$$

получаем

$$ds = c_J \frac{dT}{T} + R \frac{dJ}{J}.$$

Интегрируя данное дифференциальное уравнение, получим искомую зависимость в конечной форме

$$s_2 - s_1 = c_J \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{J_2}{J_1}. \quad (5.12)$$

Если в качестве независимых переменных заданы p и T , то, учитывая, что

$$\frac{dJ}{J} = \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p},$$

получаем

$$ds = c_J \frac{dT}{T} + R \left(\frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} \right),$$

или, поскольку $c_{\vartheta} + R = c_p$, имеем

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}.$$

Интегрируя, получаем искомую зависимость в конечной форме:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (5.13)$$

Наконец, если в качестве независимых переменных заданы ϑ и p то, учитывая, что

$$\frac{dT}{T} = \frac{dJ}{J} + \frac{dp}{p},$$

получаем

$$ds = c_J \left(\frac{dJ}{J} + \frac{dp}{p} \right) + R \frac{dJ}{J}$$

$$\text{или } ds = c_p \frac{dJ}{J} + c_J \frac{dp}{p}.$$

Интегрируя, получаем искомую зависимость в конечной форме

$$s_2 - s_1 = c_J \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{J_2}{J_1}. \quad (5.14)$$

Чтобы определить абсолютное значение энтропии для какого – либо состояния тела, необходимо фиксировать начало ее отсчета. В теплотехнике обычно принимают за такое начало отсчета нормальные условия, т.е. полагают, что при $p_0 = 760 \text{ мм.рт.ст}$ и $t_0 = 0^0\text{C}$ энтропия $S_0 = 0$. Тогда при любых других условиях, заданных параметрами p и T , значение энтропии можно определить по формуле

$$s = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0}. \quad (5.15)$$

Как видно из всех приведенных выше формул, энтропия имеет ту же размерность, что и массовая теплоемкость, т.е. кДж/(кг·град).

5.7 Ts – диаграмма идеального газа

Из выражения (5.9) получаем формулу $dq = Tds$, т.е. дифференциальное уравнение для элементарного тела, которое подводится или отводится на бесконечно малом участке процесса, в котором энтропия рабочего тела изменяется на величину ds .

Интегрируя это уравнение, получаем выражение для всего тела процесса, начинающегося от состояния 1 и кончающегося состоянием 2

$$q = \int_1^2 Tds. \quad (5.16)$$

Это выражение показывает, что если изобразить процесс 1-2 в системе координат, в которой по оси абсцисс откладывается энтропия, а по оси ординат – абсолютная температура, то теплота всего процесса будет выражена в ней площадью, соответствующей данному интегралу.

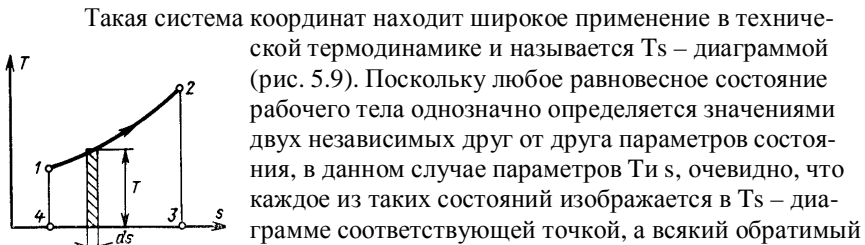


Рисунок 5.9

процесс – непрерывной линией, например, линия 1-2 изображает в Ts – диаграмме процесс перехода рабочего тела из состояния 1 в состояние 2. элементарное тело этого процесса $dq = Tds$ изображается площадью заштрихованного прямоугольника с высотой, равной T , и основанием, равным ds , а все тело процесса – площадью 1-2-3-4-1, лежащей между линией процесса 1-2 и осью абсцисс и ограниченной ординатами крайних точек процесса.

Если процесс идет с подводом теплоты, то $dq > 0$, следовательно, и $ds > 0$, (так как T всегда положительна), т.е. энтропия рабочего тела возрастает и линия процесса в Ts – диаграмме направлена слева направо. Наоборот, если процесс идет с отводом теплоты, то $dq < 0$, следовательно, и $ds < 0$, т.е. энтропия рабочего тела уменьшается и линия процесса направлена справа налево.

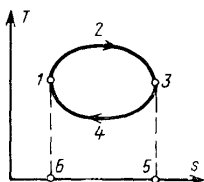
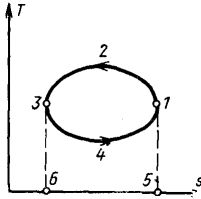


Рисунок 5.10

Особенно наглядно в Ts – диаграмме изображаются циклы. Линии циклов в этом случае, как и в pV – диаграмме, образуют замкнутые контуры, причем линии прямых циклов направлены по часовой стрелке, а обратных – против часовой стрелки. В прямом цикле 1-2-3-4-1 (рис. 5.10) теплота q_1 подводится на верхнем участке цикла 1-2-3, следовательно, подводимое тепло изображается площадью 1-2-3-5-6-1; теплота q_2 отводится на нижнем участке 3-4-1, следовательно, отводимое тепло изображается площадью 3-4-1-6-5-3. значит, полезная теплота $q_0 = q_1 - q_2$ изображается площадью, ограниченной линией цикла 1-2-3-4-1, а термический к.п.д. представляет собой отношение площади 1-2-3-4-1 к площади 1-2-3-5-6-1. В обратном цикле 1-2-3-4-1 (рис. 5.11) теплота отводится от холодного источника к рабочему телу на нижнем участке 3-4-1, следовательно, теплота q_2 изображается площадью 3-4-1-5-6-3; к горячему приемнику теплота отводится от рабочего тела на верхнем участке 1-2-3, следовательно, теплота q_1 изображается площадью 1-2-3-6-5-1. Значит, работа, затраченная на осуществление цикла, изображается площадью, заключенной внутри контура 1-2-3-4-1.

Рассмотрим изображение в Ts – диаграмме основных процессов идеального газа.

Для изохорного процесса $\vartheta_1 = \vartheta_2$, поэтому уравнение (5.12) примет вид



$$s_2 - s_1 = c_J \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (5.17)$$

Это уравнение связи между s и T в начальной и конечной точках изохорного процесса легко превратить в уравнение изохоры, если, зафиксировав координаты точки 1, сделать координаты точки 2 текущими, т.е. попросту опустить в них индекс. Тогда получаем формулу

Рисунок 5.11

$$s = c_J \ln \frac{T}{T_1} + s_1, \quad (5.18)$$

которая и представляет собой уравнение изохоры в Ts – диаграмме.

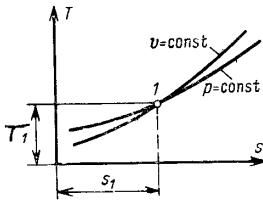


Рисунок 5.12

Этому уравнению соответствует кривая, проходящая через точку с координатами T_1 и s_1 (рис. 5.12), которую часто называют логарифмической кривой, хотя по сути дела она является экспонентой.

Аналогичным образом можно получить уравнение изобары. При $p = \text{const}$ уравнение (5.13) принимает вид

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (5.19)$$

откуда получаем

$$s = c_p \ln \frac{T}{T_1} + s_1. \quad (5.20)$$

Следовательно, изобара также представляет собой экспоненциальную кривую, проходящую через точку 1. Поскольку $c_p > c_\vartheta$, одному и тому же изменению температуры в изобарном процессе соответствует большее

значение энтропии, чем в изохорном. Следовательно, изобара располагается более полого, чем изохора, как и показано на рис. 5.12.

Изотерма, очевидно, представляет собой в Ts – диаграмме горизонтальную прямую.

Адиабата характеризуется равенством $dq = 0$, следовательно, для нее

$$ds = \frac{dq}{T} = 0,$$

т.е. в адиабатном процессе энтропия не изменяется, поэтому адиабата в Ts – диаграмме изображается вертикальной прямой.

Для политропного процесса в общем виде изменение энтропии можно определить на основании равенства

$$ds = \frac{dq}{T} = c \frac{dT}{T}, \quad (5.21)$$

где $c = \frac{n-k}{n-1} c_J$ – теплоемкость рабочего тела в процессе, показатель политропы которого равен n .

Интегрируя уравнение (5.21), получаем

$$s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (5.22)$$

следовательно, уравнение политропы примет вид

$$s = c \ln \frac{T}{T_1} + s_1. \quad (5.23)$$

Таким образом, все политропы в Ts – диаграмме изображаются экспоненциальными кривыми, принимая для двух частных случаев – изотермы и адиабаты – вид прямых линий (рис. 5.13).

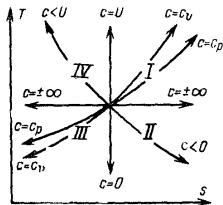


Рисунок 5.13

Следует отметить, что в квадрантах I и III dq и dT имеют одинаковые знаки, поэтому теплоемкость

$$c = \frac{dq}{dT}$$

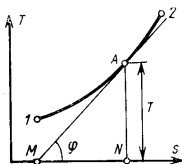
положительна, т.е. $c > 0$; в квадрантах II и IV величины dq и dT имеют разные знаки, поэтому $c < 0$.

Однако Ts – диаграмма позволяет определить не только знак теплоемкости, но и ее величину. Действительно, если касательная к политропе 1-2 (рис. 5.14) образует с осью абсцисс угол φ , то

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{AN}{MN} = \frac{dT}{ds},$$

откуда

$$MN = AN \frac{ds}{dT} = \frac{Tds}{dT} = \frac{dq}{dT} = c.$$



Таким образом, массовая теплоемкость рабочего тела в политропном процессе измеряется подкасательной кривой этого процесса в Ts – диаграмме. Если подкасательная расположена влево от точки касания, то теплоемкость положительна, если вправо – то отрицательна.

Рисунок 5.14

С помощью Ts – диаграммы можно наглядно представить не только тепло изображенного в ней процесса (измеряемого площадью, расположенной под линией этого процесса), но и изменения в нем внутренней энергии Δu и энтальпии Δi . Для этого достаточно из начальной точки процесса провести изохору и изобару до пересечения с горизонтальной изотермой, проходящей через конечную точку процесса. Нетрудно видеть, что площади, расположенные под этими линиями, и будут соответствовать искомым значениям Δu и Δi для рассматриваемого процесса.

5.8 Регенеративный цикл

Выше было показано, что в заданном интервале температур от T_1 до T_2 термический к.п.д. любого обратимого цикла меньше, чем у цикла Карно. Вместе с тем можно получить столь же высокий термический к. п. д., если осуществить регенерацию тепла, сущность которой состоит в следующем.

Представим себе цикл $1-2-3-4-1$ (рис. 5-15), состоящий из двух изо-

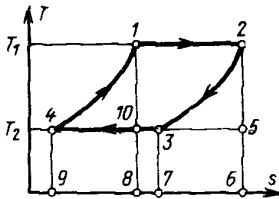


Рисунок 5.15

терм $1-2$ и $3-4$ и двух эквидистантных в горизонтальном направлении кривых $2-3$ и $4-1$. В таком цикле тепло подводится к рабочему телу на участках $4-1$ и $1-2$, а отводится на участках $2-3$ и $3-4$.

Вследствие эквидистантности кривых $2-3$ и $4-1$ площади $2-6-7-3-2$ и $1-8-9-4-1$ при наложении совпадают, следовательно, тепло, отдаваемое рабочим телом на участке $2-3$, в точности равно теплу, получаемому им на участке $4-1$.

Следовательно, если тепло процесса $2-3$ аккумулировать в устройстве, называемом регенератором, а затем передавать обратимым путем рабочему телу в процессе $4-1$, то все тепло цикла, получаемое рабочим телом извне (т. е. тепло процесса $1-2$), будет равно теплу q_1 , получаемому им в цикле Карно $1-2-5-10-1$, осуществляемом в том же интервале температур. Точно так же все тепло цикла, отдаваемое рабочим телом во вне (т. е. тепло процесса $3-4$), будет равно теплу q_2 , отдаваемому им в том же цикле Карно (т. е. тепло процесса $5-10$), что вытекает из равенства отрезков $3-4$ и $5-10$.

Отсюда следует, что термический к. п. д. рассматриваемого регенеративного цикла составит

$$h_T^p = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}, \quad (5.24)$$

т. е. будет равен термическому к. п. д. цикла Карно.

Регенератор в простейшем виде можно представлять себе в виде трубы со стенками большой, теплоемкости, горячий конец которой имеет температуру T_1 , а холодный – температуру T_2 . Вдоль трубы температура стенок уменьшается от T_1 до T_2 , оставаясь в каждом сечении неизменной. В процессе $2-8$ рабочее тело проходит от горячего конца к холодному и отдает им тепло аккумулируется стенками. В процессе же $4-1$ оно про-

ходит через трубу в обратном направлении и воспринимает тепло, аккумулированное стенками. В каждом из промежуточных сечений температуры рабочего тела и стенок трубы бесконечно близки, поэтому оба процесса являются обратимыми.

Регенерация тепла находит широкое практическое применение, особенно в паросиловых установках при подогреве питательной воды, в газотурбинных установках при подогреве сжатого воздуха, а также в сталеплавильных мартеновских печах при подогреве воздуха, подаваемого для сжигания топлива.

5.9 Среднеинтегральная температура

Рассмотрим произвольный процесс 1-2, в котором газу сообщается теплота q при переменной температуре T .

Среднеинтегральной температурой этого процесса называется отношение количества сообщаемого газу тепла к приращению энтропии газа, т.е.

$$T_{cp} = \frac{q}{\Delta S} = \frac{S_2}{S_2 - S_1} \int_1^2 T dS. \quad (5.25)$$

Это определение сохраняется и для процессов, происходящих с отводом теплоты, при которых как тепло, так и изменение энтропии отрицательны. В этом случае среднеинтегральная температура равна отношению количества отводимого от газа тепла к уменьшению энтропии газа.

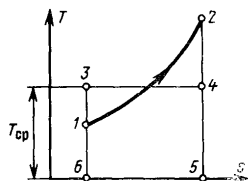


Рисунок 5.16

В Ts – диаграмме (рис. 5.16) среднеинтегральная температура изображается высотой прямоугольника 3-4-5-6-3 с площадью, равной площади фигуры 1-2-5-6-1.

Из определения среднеинтегральной температуры следует, что

$$q = T_{cp} \Delta s,$$

т.е. теплота, сообщаемая газу в любом процессе, равна произведению среднеинтегральной температуры газа в этом процессе на изменение его энтропии. Для политропного процесса, характеризуемого постоянством теплоемкости ($c = \text{const}$), имеем

$$q = c(T_2 - T_1); \Delta s = c \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Тогда

$$T_{cp} = \frac{c(T_2 - T_1)}{c \ln \frac{T_2}{T_1}} = \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{T_2}{T_1}}. \quad (5.26)$$

Отсюда следует, что среднеинтегральная температура газа в любом политропном процессе зависит лишь от его начальной и конечной температуры и характер процесса на величину среднеинтегральной температуры не влияет.

Рассмотрим цикл 1-2-3-4-1 (рис. 5.17), в котором процесс сжатия 1-2 и процесс расширения 3-4 являются адиабатными, и выведем формулу для его термического к.п.д.

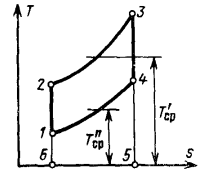


Рисунок 5.17

Если в процессе 2-3 газу сообщается теплота q_1 , а в процессе 4-1 от него отнимается теплота q_2 , то

$$q_1 = T'_{cp} \Delta s, q_2 = T''_{cp} \Delta s,$$

где T'_{cp}, T''_{cp} – среднеинтегральные температуры процессов 2-3 и 4-1.

Тогда получаем:

$$h_T = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T''_{cp}}{T'_{cp}}. \quad (5.27)$$

т.е. термический к.п.д. рассматриваемого цикла равен термическому к.п.д. цикла Карно, взятому при соответствующих среднеинтегральных температурах.

Понятие о среднеинтегральной температуре широко используется при сравнении эффективности различных термодинамических циклов.

5.10 Изменение энтропии в необратимых процессах

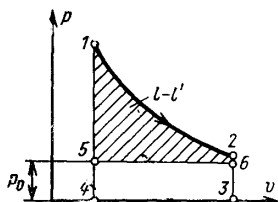


Рисунок 5.18

Всякая необратимость процесса связана с потерей работы. Например, если процесс 1-2 (рис. 5.18) обратим, то работа газа в нем

$$l = \int_1^2 p dJ = nR \ln 2 - 3 - 4 - 1.$$

Если же этот процесс необратим вследствие того, что давление окружающей среды постоянно и равно p_0 , а потому он протекает при конечной разности давлений, то работа его будет равна:

$$l' = \int_1^2 p_0 dJ = nR 3 - 4 - 5 - 6 - 3.$$

В данном случае величина $l - l' = nR 1 - 2 - 5 - 6 - 1$ представляет собой работу, потерянную вследствие необратимости процесса 1-2.

Поэтому, сравнивая необратимый элементарный цикл, осуществляемый между источником теплоты с температурой T_1 и приемником теплоты с температурой T_2 , с элементарным циклом Карно, осуществляемым в этом же интервале температур, можно утверждать, что у необратимого цикла термический к.п.д. меньше, т.е.

$$h_T^{необр} < h_T^{обр} \quad \text{или} \quad 1 - \frac{dq_2}{dq_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

откуда получаем

$$\frac{dq_2}{dq_1} > \frac{T_2}{T_1}, \quad \frac{dq_2}{T_2} > \frac{dq_1}{T_1}.$$

Учитывая, что теплота dq_1 положительна, а теплота dq_2 отрицательна, имеем

$$\frac{dq_1}{T_1} + \frac{dq_2}{T_2} < 0$$

и следовательно,

$$\oint \frac{dq}{T} < 0. \quad (5.29)$$

Таким образом, в любом необратимом цикле интегральная сумма приведенных теплот, взятая по всему контуру цикла, отрицательна.

Сопоставляя формулы (5.8) и (5.28), получаем обобщенное выражение для интеграла Клаузиуса

$$\oint \frac{dq}{T} \leq 0, \quad (5.29)$$

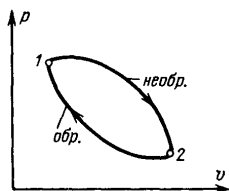


Рисунок 5.19

в котором знак равенства относится к обратимым циклам, а знак неравенства – к необратимым циклам.

Представим себе теперь, что после осуществления необратимого процесса 1-2 (рис. 5.19) рабочее тело возвращается в начальное состояние обратимым процессом 2-1. В результате будет осуществлен необратимый цикл, для которого по формуле (5.29)

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} + \int_2^1 \frac{dq}{T} < 0.$$

В соответствии с формулой (5.10) для обратимого процесса 2-1

$$\int_2^1 \frac{dq}{T} = s_1 - s_2.$$

следовательно,

$$\int_1^2 \frac{dq}{T} + (s_1 - s_2) < 0, \text{ т.е. } s_2 - s_1 > \int_1^2 \frac{dq}{T},$$

а в дифференциальной форме

$$ds > \frac{dq}{T}.$$

Применительно к адиабатным необратимым процессам, для которых $dq = 0$, полученное равенство означает, что

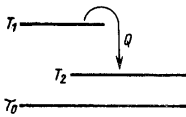
$$ds > 0,$$

или в конечной форме

$$s_2 - s_1 > 0, \quad (5.30)$$

т.е. необратимые адиабатные процессы сопровождаются увеличением энтропии рабочего тела.

5.11 Физический смысл энтропии и эксергия тела



Рассмотрим необратимый процесс передачи теплоты Q от горячего тела с температурой T_1 к более холодному телу с температурой T_2 . при этом будем считать, что обе температуры выше, чем температура окружающей среды T_0 (рис. 5.20).

Рисунок 5.20

Рассмотрим необратимый процесс передачи теплоты Q от горячего тела с температурой T_1 к более холодному телу с температурой T_2 . при этом будем считать, что обе температуры выше, чем температура окружающей среды T_0 (рис. 5.20).

В результате процесса изменения энтропии первого тела составит $\Delta S_1 = -Q/T_1$ (знак минус нужен потому, что от первого тела отводится теплота, и, следовательно, его энтропия уменьшается, а под Q имеется в виду абсолютная величина передаваемого тепла). Равным образом изменение энтропии второго тела составит $\Delta S_2 = +Q/T_2$, т.е. энтропия второго тела увеличивается. Следовательно, суммарное изменение энтропии системы, состоящей из двух рассматриваемых тел, будет равно

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -\frac{Q}{T_1} + \frac{Q}{T_2} = Q \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (5.30')$$

Как и следовало ожидать, энтропия системы увеличилась.

Определим теперь изменение работоспособности рассматриваемой системы. Максимальное количество работы за счет теплоты Q может быть получено при осуществлении в заданном температурном интервале цикла Карно. При этом в интервале температур от T_1 до T_0 термический к.п.д. цикла составит

$$h_m = \frac{L_1}{Q} = 1 - \frac{T_0}{T_1},$$

следовательно, максимальное количество работы, которое можно получить с помощью теплоты Q , будет равно

$$L_1 = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_1} \right).$$

По тем же соображениям максимальное количество работы, которое можно получить от теплоты Q после необратимого перехода его второму телу, составит

$$L_2 = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_2} \right).$$

В результате получается, что рассматриваемый необратимый процесс сопровождается уменьшением работоспособности системы на величину

$$\Delta L = L_1 - L_2 = Q \left(1 - \frac{T_0}{T_1} \right) - Q \left(1 - \frac{T_0}{T_2} \right) = Q \left(\frac{T_0}{T_2} - \frac{T_0}{T_1} \right)$$

или

$$\Delta L = T_0 Q \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

Сравнивая полученное выражение с формулой (5.30'), получаем выражение

$$\Delta L = T_0 \Delta S, \quad (5.31)$$

известное под названием *уравнения Гуи – Стодольи*.

Это уравнение вскрывает физический смысл энтропии. Оказывается, что необратимые процессы перехода теплоты с более высокого на более низкий температурный уровень сопровождаются потерей работоспособности, т.е. деградацией энергии той системы, в которой они происходят, а соответствующее возрастание энтропии пропорционально этой потере работоспособности.

Таким образом, энтропию можно рассматривать как параметр состояния замкнутой системы, увеличение которого является количественной мерой потери работоспособности системы, имеющей место при протекании в ней необратимых процессов.

Максимально возможная работа, которую можно получить за счет теплоты, если холодным приемником является окружающая среда, называется *эксергией* этой теплоты. В дальнейшем она обозначается буквой E .

Понятие об эксергии теплоты позволяет не только осуществить анализ совершенства тепловых устройств с позиции первого закона термодинамики, но и оценить работу этих устройств и с позиции второго закона термодинамики.

5.12 Аналитическое выражение второго закона термодинамики

Если изолированная система находится в неравновесном состоянии, то в ней всегда происходят самопроизвольные необратимые процессы, приближающие ее к состоянию равновесия. Как это было показано выше, энтропия всей системы в целом при этом увеличивается, а энергия ее, не изменяясь количественно, деградирует качественно, т.е. работоспособность системы по мере протекания в ней необратимых процессов уменьшается.

В конечном итоге система приходит в состояние равновесия, самопроизвольные необратимые процессы в ней прекращаются, а энтропия перестает увеличиваться, т.е. достигает своего максимума. Это означает, что условия равновесия системы могут быть выражены аналитически условиями максимума ее энтропии, т.е. соотношениями

$$ds = 0; d^2s < 0. \quad (5.32)$$

В связи с этими соображениями второй закон термодинамики, устанавливающий необратимость и одностороннюю направленность всех самопроизвольных процессов в неравновесных системах может быть сформулирован так: энтропия неизолированной равновесной системы стремится к максимуму, достигая его, когда самопроизвольные процессы в ней прекращаются и система приходит в состояние равновесия.

Эта формулировка показывает, что энтропия системы представляет собой параметр, изменение которого отражает не только качественные, но и количественные ограничения, накладываемые на тепловые процессы вторым законом термодинамики. В наиболее общей форме эти ограничения описываются формулой

$$ds \geq \frac{dq}{T}, \quad (5.33)$$

которая и является, таким образом, аналитическим выражением второго закона термодинамики.

Применительно к неизолированным системам знак равенства показывает, что все процессы обмена энергией между системой и окружающей средой обратимы, а знак неравенства свидетельствует о наличии и необратимых процессов. Применительно к изолированным системам, для которых $dq = 0$ и, следовательно, аналитическое выражение второго закона термодинамики принимает вид $ds \geq 0$, знак равенства показывает, что в системе необратимые процессы отсутствуют, а знак неравенства свидетельствует о наличии в ней необратимых процессов.

Аналитическому выражению второго закона термодинамики можно придать вид:

$$Tds \geq dq, \quad (5.34)$$

а поскольку по первому закону термодинамики

$$dq = du + dl,$$

любой термодинамический процесс должен удовлетворять соотношению

$$Tds \geq du + dl, \quad (5.35)$$

которое является, таким образом, объединенным аналитическим выражением первого и второго закона термодинамики. Как ясно из предыдущего, знак равенства относится к обратимым процессам, а знак неравенства – к необратимым.

5.13 Статический характер второго закона термодинамики

Рассматривая вселенную как изолированную систему и распространяя на нее второй закон термодинамики, Р. Клаузиус пришел к ложному выводу о неизбежности так называемой «тепловой смерти» Вселенной, при которой будет достигнуто состояние равновесия, и какие бы то ни было процессы в ней прекратятся. Этот вывод Клаузиуса находится в прямом противоречии с основным положением диалектического материализма о вечности материи и движения, исчерпывающее сформулированным Ф. Энгельсом в его «Диалектике природы».

В действительности второй закон термодинамики не имеет такого универсального характера, как первый закон термодинамики, поскольку само понятие необратимости является относительным. Впервые это положение установил в своих классических работах Больцман, впоследствии его идеи были развиты и подтверждены Смолуховским.

Сущность учения Больцмана, основанного на законах статической физики и теории вероятностей, состоит в том, что равновесие системы не является каким-то неизменным состоянием ее, поскольку и в равновесной системе непрерывно происходят так называемые «флуктуации», отклоняющие ее от состояния равновесия.

По Больцману самопроизвольные необратимые процессы являются проявлением того, что система стремится к переходу от менее вероятного неравновесного состояния к наиболее вероятному равновесному состоянию. Связывая такую трактовку вопроса с понятием энтропии, Больцман получил следующую формулу

$$S = k \ln P, \quad (5.36)$$

где P – термодинамическая вероятность состояния системы,

k – постоянная Больцмана, т.е. универсальная газовая постоянная, отнесенная к одной молекуле

$$k = \frac{R}{N} = \frac{8314}{6,023 \cdot 10^{26}} = 1,38 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/град},$$

где N – число Авогадро.

Установление связи между энтропией системы и вероятностью ее состояния позволило Больцману сформулировать второй закон термодинамики следующим образом: природа стремится от состояний менее вероятных к состояниям более вероятным.

Такая трактовка понятия энтропии указывает на принципиальную возможность процессов, сопровождающихся отклонениями от максимального значения уже после того, как оно было достигнуто. Все дело в том, что в пределах, охватываемых человеческим опытом, вероятность таких отклонений, даже самых незначительных по величине, настолько мала, что наблюдать их и тем более использовать в технических целях практически невозможно.

Вместе с тем в масштабах безграничной Вселенной на отдельных ее участках вполне вероятны весьма мощные флуктуации энтропии. На этих участках естественными и самопроизвольными будут те процессы, которые сопровождаются не ростом, а уменьшением энтропии.

Таким образом, формулировка второго закона термодинамики, данная Больцманом, содержит в себе указания на относительность этого закона и на недопустимость распространения его на всю вселенную в целом.

Тема №6

СВОЙСТВА РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

6.1 Внутренняя энергия реального газа

Между молекулами реальных газов действуют как силы взаимного притяжения, так и силы отталкивания. При весьма малых расстояниях преобладают силы отталкивания, с увеличением расстояний начинают преобладать силы притяжения. Поэтому молекулы реального газа обладают потенциальной энергией, величина которой закономерно изменяется в зависимости от расстояния между ними.

Характер этой закономерности виден из рис. 6.1, на котором показана кривая зависимости потенциальной энергии двух молекул реального газа от расстояния между ними.

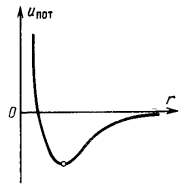


Рисунок 6.1

Если, преодолевая действие сил отталкивания, сильно сблизить молекулы, то они приобретут потенциальную энергию, весьма существенную по величине, поскольку силы отталкивания очень значительны. При таком положении молекул их энергию можно уподобить потенциальной энергии сжатой пружины. С увеличением расстояния между молекулами сила отталкивания уменьшается, а вместе с ней убывает и их потенциальная энергия, достигая минимального значения в тот момент, когда силы отталкивания и притяжения взаимно компенсируются. После этого потенциальная энергия молекул начинает возрастать, поскольку, пройдя через нулевое значение, результирующая сила взаимодействия меняет направление, превращаясь в силу притяжения. Вместе с тем по абсолютной величине потенциальная энергия уменьшается и уже на расстоянии примерно 10^{-7} см становится близкой к нулю. Это означает, что минимальное значение потенциальной энергии отрицательно, как и показано на рисунке.

Характер рассмотренной кривой показывает, что без большой погрешности левую ветвь ее, соответствующую области действия силы отталкивания, можно заменить вертикальной прямой, расположенной на расстоянии d_0 от оси ординат (рис. 6.2). Это означает, что силу отталкивания можно считать бесконечно большой, а сами молекулы – твердыми упругими шариками с диаметром d_0 . Иначе это же самое можно представить так, что каждая молекула окружена упругой сферической оболочкой, недоступной для проникновения в нее других молекул (а также и сферических оболочек, окружающих эти молекулы).

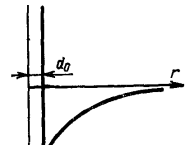


Рисунок 6.2

Значение потенциальной энергии взаимодействия всех молекул, содержащихся в 1 кг реального газа, можно получить, разбив все молекулы на пары и сложив потенциальные энергии парных взаимодействий всех возможных пар. Очевидно, что это значение зависит от среднего расстояния между молекулами и, следовательно, от удельного объема газа. Таким образом, в противоположность внутренней энергии идеального газа, которая не зависит от объема, у реального газа внутренняя энергия является функцией удельного объема, а, следовательно, и давления.

При не очень малых объемах, или, что тоже, не очень больших давлениях, когда средние расстояния между молекулами сравнительно велики и преобладают силы притяжения, внутренняя потенциальная энергия отрицательна и с увеличением удельного объема возрастает (т.е. по абсолютной величине уменьшается). В первом приближении ее можно выразить формулой

$$u_{пот} = -\frac{a}{v}, \quad (6.1)$$

где a – некоторая характерная для каждого газа положительная величина, слабо зависящая от T .

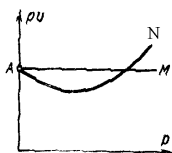
Соответственно этому внутренняя энергия реального газа может быть определена по формуле

$$u = u_{ид} - \frac{a}{v}, \quad (6.2)$$

где $u_{ид}$ – внутренняя энергия соответствующего идеального газа при той же температуре.

6.2 Сжимаемость реальных газов.

Наличие у молекул реальных газов конечного по величине объема и сил притяжения между ними приводит к качественным и количественным отличиям в поведении реальных газов по сравнению с идеальными. Весьма четко влияние этих факторов сказывается на сжимаемости реального газа.



Данный вопрос удобно исследовать с помощью $pJ - p$ диаграммы, в которой по оси абсцисс откладывается давление газа p , а по оси ординат – произведение давления газа на удельный объем pJ (рис.6.3).

Изотермы идеального газа, как это следует из уравнения $pJ = RT$, в такой диаграмме изображаются прямыми, параллельными оси абсцисс (линия AM). Это означает, что у идеального газа удельный объем изменяется обратно пропорционально давлению.

Рисунок 6

Естественно, что интенсивность изменения объема реального газа с увеличением давления при постоянной температуре будет иной. Реальный газ вследствие конечности объема его молекул должен быть менее сжимаем, чем идеальный газ, т.к. свободный объем у реального газа меньше, чем у идеального. С другой стороны, наличие сил взаимного притяжения между молекулами делает реальный газ более сжимаемым, чем идеальный. Следовательно, оба фактора противоположны по действию, и в зависимости от того, какой фактор превалирует в данных условиях, реальный газ может быть более сжимаем или менее сжимаем, чем идеальный газ.

При $p = 0$ любой реальный газ приобретает свойства идеального газа, поэтому изотерма его начинается в той же точке A , что и соответствующая изотерма идеального газа. При низких давлениях, когда объем газа настолько велик, что можно пренебречь влиянием объема самих молекул, действуют только силы взаимного притяжения между молекулами, сжимаемость реального газа по сравнению с идеальным газом увеличивается и изотерма реального газа AN отклоняется вниз. По мере повышения давления второй фактор становится все более существенным, сжимаемость реального газа начинает уменьшаться и изотерма AN отклоняется вверх. Следова-

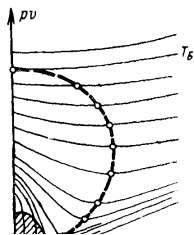


Рисунок 6.4

тельно, изотермы реального газа в pJ - p диаграмме имеют минимум.

Опыт показывает, что по мере роста температуры минимум изотермы смещается сначала вправо, а затем начинает смещаться влево и при температуре, называемой бойлевой температурой, достигает оси ординат (рис. 6.4). Очевидно, что бойлева температура характеризуется тем, что при ней реальный газ в определенном интервале низких давлений ведет себя как газ идеальный.

При еще более высоких температурах изотермы реального газа минимума не имеют и сжимаемость его при любом давлении меньше, чем у идеального газа.

Линия, соединяющая минимумы изотермы реального газа и, следовательно, удовлетворяющая равенству

$$\left[\frac{\partial(pJ)}{\partial p} \right]_T = 0, \quad (6.3)$$

называется линией Бойля, а точка, в которой она совпадает с осью ординат, называется точкой Бойля.

6.3 Термические коэффициенты

Как и у идеального газа, каждый из основных параметров p , v и T , являясь функцией состояния реального газа, определяется значениями двух других параметров и может быть найден из уравнения

$$p = f_1(J, T); J = f_2(p, T); T = f_3(J, p),$$

которые являются различными формами уравнения состояния.

Таким образом, два любых параметра могут быть приняты за независимые переменные, определяющие значение третьего параметра, а следовательно, и всех других термодинамических величин, являющихся функциями состояния газа.

При этих условиях выше приведенные уравнения состояния в дифференциальной форме будут иметь вид

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J dT + \left(\frac{\partial p}{\partial J} \right)_T dJ, \quad (6.4)$$

$$dJ = \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial J}{\partial p} \right)_T dp, \quad (6.5)$$

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_J dp + \left(\frac{\partial T}{\partial J} \right)_p dJ, \quad (6.6)$$

где $dp, d\vartheta, dT$ – полные дифференциалы соответствующих параметров.

В указанные уравнения входят шесть частных производных, которые попарно обратны друг другу, например

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J = \frac{1}{\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_J}, \text{ или } \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_J = 1. \quad (6.7)$$

Следовательно, самостоятельное значение из шести частных производных имеют только три. В качестве основных применяются частные производные

$$\left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p, \left(\frac{\partial J}{\partial p} \right)_T, \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J,$$

которые называются термическими коэффициентами. Каждый из термических коэффициентов имеет определенное физическое содержание.

Так, частная производная $(\partial J / \partial p)_T$ характеризует интенсивность изменения объема при изменении давления в условиях постоянной температуры. Отношение этой величины к начальному объему газа ϑ_0 , взятое с обратным знаком, называется коэффициентом сжатия

$$m = -\frac{1}{J_0} \left(\frac{\partial J}{\partial p} \right)_T. \quad (6.8)$$

Термический коэффициент $(\partial J / \partial T)_p$ характеризует интенсивность увеличения объема при нагревании при постоянном давлении. Отношение этой величины к начальному объему, т.е.

$$a = \frac{1}{J_0} \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p, \quad (6.9)$$

называется коэффициентом объемного расширения.

Наконец, термический коэффициент $(\partial p / \partial T)_J$ характеризует интенсивность изменения давления при изохорном нагреве тела. Отношение этой величины к начальному давлению p_0 , т.е.

$$b = \frac{1}{p_0} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J, \quad (6.10)$$

называется коэффициентом упругости.

Названные коэффициенты связаны между собой весьма простым соотношением. Найти это соотношение можно следующим образом.

Из математики известно, что если переменные x, y и z связаны между собой уравнением

$$f(x, y, z) = 0$$

и не зависит от каких – либо других переменных, то их частные производные удовлетворяют тождеству

$$\left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_x \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_z = -1.$$

Применив это положение к уравнению состояния

$$f(p, J, T) = 0,$$

получаем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial J} \right)_p \left(\frac{\partial J}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J = -1$$

$$\text{или } \left(\frac{\partial J}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J = - \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p,$$

т.е. уравнение связи между термическими коэффициентами.

Далее, учитывая, что

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_J = bp_0; \left(\frac{\partial J}{\partial p} \right)_T = -mJ_0; \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p = aJ_0,$$

находим

$$bp_0(-mJ_0) = -aJ_0,$$

или окончательно

$$b = \frac{a}{mp_0}. \quad (6.11)$$

Эта формула позволяет теоретически определить коэффициент упругости, нахождение которого опытным путем затруднительно, в то время как коэффициенты α и μ легко определяются экспериментально.

6.4 Уравнение Максвелла

Между частыми производными параметров идеального газа p, T, ϑ и s существуют весьма простые зависимости, неоднократно используемые в дальнейшем.

Прежде всего, из уравнения (5.35), которое для обратимых процессов имеет вид

$$Tds = du + pdJ,$$

получаем исходное выражение

$$du = Tds - pdJ.$$

Обозначим через x и y любую пару из названных параметров, получим

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_y = T\left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)_y - p\left(\frac{\partial J}{\partial x}\right)_y$$

и

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_x = T\left(\frac{\partial s}{\partial y}\right)_x - p\left(\frac{\partial J}{\partial y}\right)_x.$$

Далее, дифференцируя первое из этих уравнений по y , а второе по x , получаем

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)_y + T \frac{\partial^2 s}{\partial x \partial y} - \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial J}{\partial x}\right)_y - p \frac{\partial^2 J}{\partial x \partial y}$$

и

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial s}{\partial y}\right)_x + T \frac{\partial^2 s}{\partial y \partial x} - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial J}{\partial y}\right)_x - p \frac{\partial^2 J}{\partial y \partial x}.$$

Приравнявая правые части этих уравнений, имеем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)_y - \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_x \left(\frac{\partial J}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial s}{\partial y}\right)_x - \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial J}{\partial y}\right)_x.$$

Подставляя сюда вместо x и y параметры p и s , получаем

$$\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_s - \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_p \left(\frac{\partial J}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s \left(\frac{\partial s}{\partial s}\right)_p - \left(\frac{\partial p}{\partial p}\right)_s \left(\frac{\partial J}{\partial s}\right)_p.$$

Поскольку очевидно, что

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_s = 0; \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_p = 0; \left(\frac{\partial s}{\partial s}\right)_p = 1; \left(\frac{\partial p}{\partial p}\right)_s = 1,$$

окончательно имеем

$$\left(\frac{\partial J}{\partial s}\right)_p = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s. \quad (6.12)$$

Аналогичным путем, подставляя вместо x и y параметры ϑ и s , затем p и T и, наконец, ϑ и T , находим соответственно

$$\left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_s = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_J, \quad (6.13)$$

$$\left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T, \quad (6.14)$$

$$\left(\frac{\partial J}{\partial s}\right)_T = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_J. \quad (6.15)$$

Эти четыре дифференциальные зависимости называются уравнениями Максвелла.

6.5 Связь между c_p и c_ϑ для реального газа

Как и всякий параметр состояния, внутренняя энергия может быть представлена в виде функции двух других параметров, в частности в виде функции удельного объема и температуры

$$u = f(J, T).$$

В дифференциальной форме эта зависимость имеет вид

$$du = \left(\frac{\partial u}{\partial J}\right)_T dJ + \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_J dT,$$

поэтому аналитическое выражение первого закона термодинамики (1.14) для реального газа может быть записано так

$$dq = \left(\frac{\partial u}{\partial J}\right)_T dJ + \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_J dT + pdJ$$

$$\text{или } dq = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_J dT + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial J} \right)_T + p \right] dJ. \quad (6.16)$$

В соответствии с формулами (3.6), (3.7) и (6.16) имеем

$$c_p = \left(\frac{\partial q}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_J + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial J} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p, \quad (6.17)$$

$$\text{или } c_p = c_J + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial J} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p. \quad (6.18)$$

Второе слагаемое первой части представляет собой сумму изменения внутренней потенциальной энергии при изобарном нагревании газа на один градус, выражаемого произведением

$$\left(\frac{\partial u}{\partial J} \right)_T \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p,$$

и работы расширения газа в том же процессе, выражаемой формулой

$$p \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p.$$

Найденное выражение, связывающее теплоемкости c_p и c_J , играет весьма важную роль в теоретических и экспериментальных исследованиях реальных газов. Путем несложных преобразований ему можно придать более удобную форму, связав c_p и c_J через термические коэффициенты.

Так, разделив на $d\vartheta$ все члены уравнения

$$du = Tds - pdJ$$

и приняв $T = \text{const}$, получим

$$\left(\frac{\partial u}{\partial J} \right)_T = T \left(\frac{\partial s}{\partial J} \right)_T - p.$$

Далее, используя уравнение Максвелла (6.15), получаем

$$\left(\frac{\partial u}{\partial J}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_J - p.$$

Подставляя затем найденное выражение в формулу (6.18), получаем окончательно

$$c_p = c_J + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_J\left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p. \quad (6.19)$$

Термические коэффициенты в правой части уравнения вычисляются из уравнения состояния реального газа или определяются экспериментально. Уравнение (6.19) позволяет на основе экспериментальных данных по теплоемкостям c_p вычислять значения теплоемкостей c_θ , определение которых непосредственно из опыта затруднительно.

6.6 Уравнение Ван – дер – Ваальса и его анализ

Уравнение состояния реальных газов, в основу которого были положены упрощенные, но правильные по существу представления о молекулярно – кинетических свойствах и строении этих газов, было получено в 1873 г.

Ван –дер – Ваальсом и носит его имя. Это уравнение имеет вид

$$\left(p + \frac{a}{J^2}\right)(J - b) = RT, \quad (6.20)$$

где постоянные a и b зависят от природы газа и у различных газов значительно отличаются друг от друга.

Структура уравнения Ван – дер – Ваальса показывает, что за основу его было взято уравнение состояния идеальных газов $p\theta = RT$, а затем в него были внесены поправки на объем и давление, которые должны быть приняты во внимание при изучении реальных газов.

Одна поправка учитывает объем, недоступный для движения молекул в силу конечности объема самих молекул и наличия взаимодействия между ними. Дело в том, что при беспредельном сжатии газа его объем буде стремится не к нулю, как у идеальных газов, а к некоторому предельно малому объему b . Величина b больше суммарного объема молекул, т.к. в связи с наличием сил отталкивания, возникающих при их сближении, молекулы газа при сжатии его не могут быть доведены до соприкосновения. Как было показано в п. 6.1., вокруг каждой молекулы существует как бы сферическая оболочка, в пределы которой не могут проникнуть другие молекулы. Величина b является суммарным объемом таких оболочек и составляет примерно учетверенный объем самих молекул. В связи с этим в уравнение состояния следует вводить не полный объем газа, а лишь свободный объем $\vartheta - b$.

Другая поправка учитывает силы взаимного притяжения, действующие в направлении действия внешнего давления и как бы увеличивающие его на некоторую добавочную величину, называемую внутренним давлением. Полагая, что внутреннее давление газа изменяется пропорционально квадрату плотности или обратно пропорционально квадрату удельного объема газа, Ван – дер– Ваальс принял его равным a/ϑ^2 , где a – коэффициент пропорциональности.

Особенно интересно уравнение Ван –дер – Ваальса тем, что оно качественно отображает главную особенность реальных газов –способность переходить при определенных условиях в жидкое состояние. Наглядное представление об этом получается, если преобразовать его в уравнение третьей степени относительно ϑ . Для этого в уравнении (6.20) раскроем скобки в левой части, тогда получаем

$$pJ - pb + \frac{a}{J} - \frac{ab}{J^2} = RT.$$

Умножая обе стороны равенства на ϑ^2 и разделив на p , получаем после приведения подобных членов

$$J^3 - \left(b + \frac{RT}{p}\right)J^2 + \frac{a}{p}J - \frac{ab}{p} = 0. \quad (6.21)$$

Полученное уравнение имеет три корня, т.е. при заданных параметрах p и T имеется три значения переменной ϑ , которые превращают уравнение в тождество. В зависимости от величины параметров p и T здесь возможны три случая: один корень действительный и два мнимых, все три корня действительны и различные и, наконец, все три корня действительные и равные.

Для выявления физического смысла полученных выводов рассмотрим в системе координат $p - v$ изотермы, построенные по уравнению Ван – дер – Ваальса (рис. 6.5). Первый случай имеет место при высоких температурах, когда изотермы имеют вид кривых гиперболического характера (например, линия 1-2). В этом случае каждому давлению соответствует вполне определенный удельный объем (например, давлению p_a соответствует удельный объем v_a). Это значение удельного объема v_a является действительным корнем уравнения

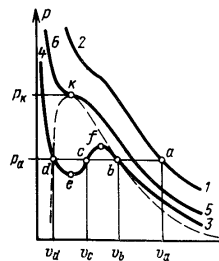


Рисунок 6.5

Ван – дер – Ваальса, оба же мнимых корня в этом случае физического смысла не имеют и должны быть отброшены. Тело в этом случае при любых давлениях находится в газообразном состоянии.

Второй случай имеет место при сравнительно низких температурах, когда изотермы имеют два перегиба (например, линия 3-4).

В этом случае между точками e и f находится область, в которой каждому давлению соответствует три значения удельного объема (например, давлению p_a соответствуют удельные объемы v_b , v_c и v_d), которые и являются тремя действительными и различными корнями уравнения Ван – дер – Ваальса.

Участок 3-b соответствует изотермическому сжатию тела, находящегося в газообразном состоянии, причем в точке b оно уже начинает переходить в жидкое состояние. Точка d соответствует такому состоянию тела, когда оно уже полностью превратилось в жидкость, в соответствии с чем участок $d - 4$ представляет собой изотермическое сжатие жидкости. Точка c соответствует промежуточному двухфазному состоянию тела. Участок кривой $b - f$ соответствует неустойчивому состоянию переохлажденного пара, а участок $d - e$ – также неустойчивому состоянию перегретой жидкости. Что касается участка $e - f$, то он вообще физического смысла не имеет, поскольку в действительности при изотермическом сжатии тело переходит из газообразного в жидкое состояния при постоянном давлении, т.е. по горизонтальной линии $b - d$.

Третий случай имеет место при вполне определенной для каждого тела температуре, когда точки b и d , сближаясь с повышением температуры, сливаются в одну точку k , в которой имеет место перегиб соответст-

вующей изотермы, причем касательная к ней в этой точке имеет горизонтальное направление.

Точка k называется критической точкой, а соответствующие ей параметры $p_{кр}$, $v_{кр}$ и $T_{кр}$ называются критическими параметрами.

Критическая температура, существование которой было открыто в 1861 г Д.И. Менделеевым, характеризуется тем, что при температурах выше нее невозможно путем изотермического сжатия добиться перехода газа в жидкое состояние.

Аналитически условия критического состояния тела выражаются уравнениями

$$\left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_T = 0; \left(\frac{\partial^2 p}{\partial J^2}\right)_T = 0. \quad (6.22)$$

Первое из них показывает, что критическая изотерма в точке k имеет горизонтальную касательную, второе – что изотерма имеет в точке k перегиб.

Используя эти уравнения совместно с уравнением состояния, можно определить значения критических параметров состояния газа.

Применительно к уравнению Ван – дер – Ваальса критические параметры определяются следующим образом.

В уравнении (6.20) оставим переменную p в левой части, а переменную v перенесем в правую часть. Тогда получаем

$$p = \frac{RT}{J-b} - \frac{a}{J^2}.$$

Дифференцируем это выражение по v , считая T постоянной, и приравняем полученное выражение к нулю

$$\left(\frac{\partial p}{\partial J}\right)_T = -\frac{RT}{(J-b)^2} + \frac{2a}{J^3} = 0. \quad (6.22')$$

Определяем вторую производную и тоже приравняем ее нулю

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial J^2} \right)_T = \frac{2RT}{(J-b)^3} - \frac{6a}{J^4} = 0. \quad (6.22'')$$

Для нахождения критических параметров следует решить совместно имеющиеся три уравнения (6.20), (6.22') и (6.22'').

Представив два последних уравнения в виде

$$\frac{2a}{J^3} = \frac{RT}{(J-b)^2} \text{ и } \frac{3a}{J^4} = \frac{RT}{(J-b)^3},$$

а затем, разделив первое из них на второе, получим

$$\frac{2aJ^4}{J^3 3a} = \frac{RT(J-b)^3}{RT(J-b)^2} \text{ или } 2J = 3J - 3b$$

и, следовательно,

$$J_{кр} = 3b. \quad (6.23)$$

Подставляя полученное значение в (6.22'), получаем

$$\frac{2a}{27b^3} = \frac{RT}{(3b-b)^2} = \frac{RT}{4b^2},$$

откуда

$$T_{кр} = \frac{8a}{27bR}. \quad (6.24)$$

Далее, подставляя в уравнение (6.20) найденные значения $v_{кр}$ и $T_{кр}$, получаем

$$\left(p + \frac{a}{9b^2} \right) (3b-b) = \frac{8a}{27b},$$

откуда

$$p_{кр} = \frac{a}{27b^2}. \quad (6.25)$$

Критические параметры $p_{кр}$ и $T_{кр}$ обычно определяются экспериментально (определение $v_{кр}$ опытным путем ненадежно), а по ним можно определить постоянные a и b в уравнении Ван – дер – Ваальса для данного газа.

Уравнение Ван – дер –Ваальса можно представить в виде зависимости между безразмерными приведенными параметрами

$$j = \frac{J}{J_{кр}}, p = \frac{p}{p_{кр}}, t = \frac{T}{T_{кр}}. \quad (6.26)$$

Подставляя в уравнение Ван–дер –Вальса $J = J_{кр}j$, $p = p_{кр}p$, $T = T_{кр}t$ или $RT = tRT_{кр}$, получаем

$$\left(pp_{кр} + \frac{a}{j^2 J_{кр}^2} \right) (j J_{кр} - b) = tRT_{кр}$$

или

$$\left(p \frac{a}{27b^2} + \frac{a}{j^2 9b^2} \right) (j 3b - b) = t \frac{8a}{27b}.$$

Сокращая полученное выражение на $a/27b$, имеем окончательно

$$\left(p + \frac{3}{j^2} \right) (3j - 1) = 8t. \quad (6.27)$$

Уравнение Ван – дер – Ваальса в безразмерном или, как иногда говорят, в приведенном виде показывает, что если у разных газов два приведенных параметра имеют одинаковое значение, то одинаковым будет и третий параметр. Например, если приведенные давления и температуры двух разных газов равны, то равны и их приведенные удельные объемы.

Состояния разных газов, при которых их приведенные параметры p, j, t равны, называются соответственными состояниями. Следовательно, если два приведенных параметра у разных газов равны, то эти газы находятся в соответственных состояниях. Это положение, представляющее собой общую закономерность в изменении состояния реальных газов (в

предположении, что они подчиняются уравнению Ван – дер – Ваальса), носит название *закона соответственных состояний*.

Реальные газы, находящиеся в соответственных состояниях, являются термодинамически подобными. Это означает, что при одинаковых p, j, t свойства всех газов в отношении давления, удельного объема и температуры идентичны. Иными словами, если из данных эксперимента известны свойства какого–либо реального газа, то по ним без всякого эксперимента можно определить аналогичные свойства любого другого газа, находящегося с ним в соответственном состоянии.

6.7 Теория ассоциации и уравнения состояния реальных газов

Опыты по изотермическому сжатию углекислого газа, поставленные в 1857-1869 гг. английским физиком Т. Эндрюсом, подтвердили качественно характер изотерм, соответствующих уравнению Ван – дер – Ваальса. Однако с количественной точки зрения это уравнение является приближенным, что объясняется явлением ассоциации молекул газа, которое уравнением Ван – дер – Ваальса не учитывается.

Дело в том, что при достаточно сильном сжатии газа молекулы его сближаются настолько, что силы взаимного притяжения заставляют наименее подвижные молекулы объединяться в комплексы, называемые ассоциациями. Сначала появляются двойные, затем тройные и еще более сложные ассоциации. Впоследствии этого по мере сжатия газа количество одиночных молекул в нем уменьшается, а количество молекулярных ассоциаций увеличивается, и структура последних становится все более сложной. Взаимное расположение молекул в ассоциациях соответствует минимальному значению их общей потенциальной энергии (см. рис. 6.1), поэтому ассоциация представляет собой устойчивое образование, распад которого возможен только при условии подвода энергии из вне.

Естественно, что уравнение Ван-дер-Ваальса имеет приемлемую точность лишь в той области состояния газа, в которой роль процессов ассоциации незначительна и газ состоит практически только из одиночных молекул, т.е. в области низких давлений и высоких температур.

Уравнение состояния реального газа, учитывающее силовую ассоциацию молекул, предложено М.П. Вукаловичем и И.И. Новиковым в 1939

г. В простейшем виде оно учитывает образование только двойных молекул.

Представив процесс ассоциации как химическую реакцию, в которой одновременно с образованием двойных молекул из одиночных происходит и обратный процесс, можно на основе условий равновесия между одиночными и двойными молекулами установить связь между результирующей скоростью суммарного процесса и температурой. Исходя из этих предположений, уравнение состояния реальных газов было представлено в виде формулы

$$\left(p + \frac{a}{J^2} \right) (J - b) = RT \left(1 - \frac{C}{JT^{\frac{3+2m}{2}}} \right), \quad (6.28)$$

где a, b, m, C – константы, определяемые природой реального газа; в частности, для водяного пара при не очень высоких давлениях $a = 620 \text{ н} \cdot \text{м}^4 / \text{кг}^2$;

$$b = 0,0009 \text{ м}^3 / \text{кг}; \quad m = 1,968; \quad C = 405000 \text{ м}^3 \cdot \text{град} / \text{кг}.$$

Уточнение этой формулы применительно к водяному пару как к смеси газов, состоящих из ассоциаций различной крупности, с привлечением новейших экспериментальных данных позволило получить уравнение Вукаловича – Новикова в его современной форме, в которой оно пригодно и для области высоких давлений .

В наиболее общем виде, учитывающем взаимодействие между молекулами реального газа во всей его сложности, уравнение состояния может быть представлено в форме так называемого вириального ряда

$$pJ = A_0 + \frac{A_1}{J} + \frac{A_2}{J^2} + \frac{A_3}{J^3} + \dots, \quad (6.29)$$

где коэффициенты A_0, A_1, A_2, \dots – являются функциями температуры и называются вириальными коэффициентами.

Конкретным примером вириального уравнения состояния реального газа является уравнение, разработанное в 1937–1946 гг. американским физиком Дж. Манером и независимо от него советским математиком Н. Н. Боголюбовым, которое имеет следующий вид

$$pJ = RT \left(1 - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k+1} \frac{B_k}{J} \right). \quad (6.30)$$

Входящие в это уравнение вириальные коэффициенты B_k выражаются определенным образом через потенциальную энергию взаимодействия двух молекул данного газа $U_{\text{пот}}$ и его температуру T и могут быть вычислены, если известна зависимость $U_{\text{пот}} = f(r)$, представленная в общем виде графически на рис. 6.1.

Теоретически уравнение Майера – Боголюбова содержит бесконечно большое число членов вириального ряда в правой его части и при этом является абсолютно точным при любых параметрах и при любом агрегатном состоянии данного реального газа. Практически же анализ его позволяет выявить следующую закономерность: чем меньше плотность газа, тем меньшее число членов вириального ряда обеспечивают приемлемую точность этого уравнения.

Так, для реального газа нулевой плотности (когда он находится в состоянии беспредельной разреженности) в уравнении Майера – Боголюбова могут быть отброшены все члены вириального ряда, кроме первого, ибо при $J \rightarrow \infty$ оно превращается в уравнение Клапейрона; последнее же для рассматриваемого состояния газа, когда силы молекулярного притяжения и относительный объем молекул пренебрежимо малы, является точным.

Для реального газа достаточно малой плотности в уравнении Майера – Боголюбова могут быть отброшены все члены вириального ряда, кроме первых двух. Действительно, после такой операции оно принимает вид:

$$pJ = RT \left(1 - \frac{1}{2} \frac{B_1}{J} \right)$$

и путем использования зависимости $B_1 = f(U_{\text{пот}}T)$ может быть превращено в уравнение Ван-дер-Ваальса, последнее же для рассматриваемого состояния газа, когда он состоит практически только из одиночных молекул и роль процессов ассоциации пренебрежимо мала, является точным.

Для реальных газов достаточно большой плотности уравнение Майера – Боголюбова дает приемлемую точность лишь при наличии большого числа членов вириального ряда. В определении соответствующих вириальных коэффициентов большое значение имеют экспериментальные исследования теплотических свойств тех газов, для которых составляются такие уравнения состояния.

Из многочисленных результатов экспериментальных исследований свойств реальных газов (в основном водяного пара) особый, интерес представляют данные по фактической зависимости теплоемкости C_p от давления и температуры. Эти данные четко выявляют роль процессов ассоциации, возникающих при приближении реального газа к состоянию насыщения и особенно интенсивных при высоких давлениях, а также обратных процессов распада и дробления ассоциаций, происходящих при удалении его от этого состояния.

Связь между этими процессами и величиной теплоемкости реального газа в жидкой и газовой фазах наглядно иллюстрируется полученной экспериментально закономерностью изменения ее в процессе нагревания жидкости при постоянном давлении, равном критическому (рис. 6.6).

При низких температурах подводимое к жидкости тепло расходуется в основном на повышение кинетической энергии крупных молекулярных ассоциаций, из которых она состоит, и вначале возрастание теплоемкости с повышением температуры незначительно. При более высоких температурах возникает и становится

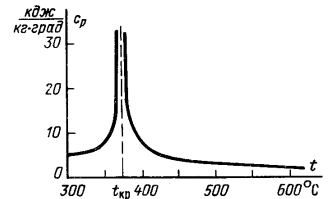


Рисунок 6.6

все более интенсивным процесс распада крупных ассоциаций, который требует подвода энергии извне, поэтому количество тепла, расходуемого при повышении температуры на 1°C , т. е. теплоемкость C_p , начинает быстро возрастать. При критической температуре уже все подводимое тепло расходуется на разрушение крупных ассоциаций, которое в этот момент достигает наибольшей интенсивности. Возрастание температуры в этот момент прекращается, поэтому теплоемкость C_p становится бесконечно большой, что и показано на графике рис. 6.6.

При дальнейшем подводе тепла интенсивность распада ассоциаций уменьшается и вследствие возрастания кинетической энергии их движения температура начинает повышаться, сначала незначительно, затем более резко. Соответственно этому теплоемкость C_p после перехода газа через критическое состояние принимает конечное значение и начинает уменьшаться. По завершении распада ассоциаций, когда в газе остаются лишь одиночные молекулы, теплоемкость его достигает минимального значения, а затем начинает медленно повышаться по мере роста температуры, почти так же, как у идеального газа.

Столь же наглядно теория ассоциации иллюстрируется полученным экспериментальным графиком зависимости теплоемкости водяного пара от

температуры при давлениях, меньших критического (рис. 6.7). Здесь пунктирной линией соединены точки, соответствующие значениям C_p на различных изобарах при температуре насыщения. Повышение величины C_p вблизи этой температуры свидетельствует о наличии в водяном паре крупных ассоциаций молекул.

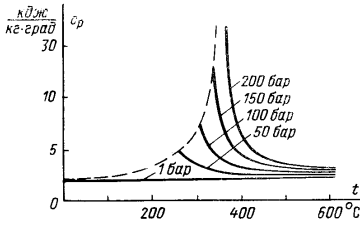


Рисунок 6.7

растание теплоемкости, причем пики получаются тем острее и выше, чем ближе изобара к критической. Что же касается критической изобары, то, как уже было показано на рис. 6.6, при критической температуре она уходит в бесконечность.

Пиковый характер увеличения теплоемкости вещества свидетельствует о том, что при изобарном нагревании в нем происходят процессы, на осуществление которых

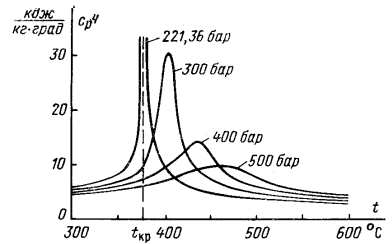


Рисунок 6.8

расходуется значительное количество энергии. Такими процессами являются дробление крупных ассоциаций на более мелкие, а затем дальнейшее дробление последних на отдельные молекулы. Эти процессы растянуты в некотором интервале температур, но наибольшей интенсивности они достигают при той температуре, которой соответствует пиковое значение теплоемкости. Одновременно рассматриваемый график показывает, что при изобарном охлаждении вещества в нем в области пиковых значений теплоемкости происходят обратные процессы, сопровождающиеся выделением значительного количества энергии образование из отдельных молекул мелких ассоциаций, а затем объединение последних в более крупные.

Таким образом, и в сверхкритической области можно установить два принципиально различных состояния вещества. При относительно низких температурах оно состоит преимущественно из крупных молекулярных ассоциаций, а при относительно высоких температурах в основном из от-

дельных молекул. Очевидно, что на графиках условной границей между этими двумя состояниями в сверх критической области может служить линия, образуемая точками, которые соответствуют максимальным значениям теплоемкости C_p при различных давлениях.

Тема №7

ПАРЫ И ВОДЯНОЙ ПАР

7.1 Основные понятия

Многие газообразные тела (с примесью одноименной жидкости в виде взвешенных мелкодисперсных частиц или без нее) принято называть *парами*. В основном это относится к тем веществам, которые мы привыкли встречать преимущественно в жидком виде. Так, например, вода в газообразном состоянии называется водяным паром, ртуть – ртутным паром, аммиак – аммиачным паром. Вместе с тем некоторые из таких веществ принято относить к газам (например, пропан и бутан).

Такая нечеткость терминологии не меняет существа дела: все пары являются реальными газами и подчиняются всем присущим этим газам закономерностям, в частности закономерностям фазовых переходов.

Образование пара из одноименной жидкости происходит посредством ее *испарения* или *кипения*. Между этими двумя процессами существует принципиальное различие.

Испарение жидкости может происходить лишь с открытой поверхности. Сущность его состоит в том, что наиболее подвижные молекулы жидкости, преодолевая действие сил молекулярного притяжения, отрываются от ее поверхности, переходят в свободное пространство и рассеиваются в нем. Такой процесс происходит при любой температуре жидкости и может завершиться полным превращением ее в пар (конечно, если масса жидкости не чересчур велика).

С повышением температуры жидкости процесс испарения ускоряется, поскольку средняя скорость движения молекул возрастает. Однако принципиальный характер его остается прежним, испарение происходит только с наружной поверхности, и лишь по достижении определенных условий происходит качественное изменение всего процесса парообразования – жидкость начинает кипеть.

Кипение жидкости может происходить и при отсутствии открытой поверхности. Сущность его состоит в том, что генерация пара происходит в основном в объеме самой жидкости за

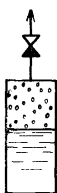


Рисунок 7.1

счет испарения ее внутрь пузырьков пара.

Для выявления основных особенностей процесса парообразования рассмотрим испарение жидкости в ограниченное пространство при постоянном давлении.

Предположим, что жидкость находится в сосуде достаточно большого объема (рис. 7.1), верхняя часть которого первоначально заполнена сухим воздухом. Постоянство давления в сосуде обеспечивается обратным клапаном, посредством которого свободное пространство сообщается с окружающей средой.

Как было сказано выше, наиболее подвижные молекулы в жидкости отрываются от ее поверхности и переходят в свободное пространство, в котором, следовательно, образуется паровоздушная смесь. Однако вследствие малых размеров свободного пространства часть их опять приближается к поверхности жидкости, попадает в сферу действия сил молекулярного притяжения и возвращается в жидкость. Таким образом, в сосуде одновременно происходят противоположные процессы испарения жидкости и конденсации пара. Пока концентрация молекул пара в паровоздушной смеси мала, первый процесс превалирует над вторым и количество жидкости уменьшается, а количество пара увеличивается. Вместе с этим увеличивается и парциальное давление пара в паровоздушной смеси, парциальное же давление воздуха уменьшается, ибо избыток его удаляется в окружающую среду через обратный клапан и суммарное давление паровоздушной смеси остается неизменным.

С повышением парциального давления пара скорость испарения жидкости уменьшается, а скорость обратной конденсации пара возрастает и в конечном итоге наступает момент, когда скорости обоих процессов становятся одинаковыми. Жидкость и пар приходят в состояние динамического равновесия, при котором видимый массообмен между ними прекращается и в паровоздушной смеси устанавливается постоянное парциальное давление пара.

Пар какого-либо вещества, находящийся в динамическом равновесии с одноименной жидкостью, называется насыщенным паром.

При подогреве жидкости равновесие между ней и насыщенным паром смещается. Средняя скорость молекул с увеличением ее температуры возрастает, поэтому происходит дополнительное парообразование и парциальное давление насыщенного пара в паровоздушной смеси возрастает, а парциальное давление воздуха соответственно уменьшается. Равным об-

разом при охлаждении жидкости равновесие между ней и паром смещается в обратную сторону и парциальное давление насыщенного пара в паровоздушной смеси уменьшается.

Отсюда следует, что температура и давление насыщенного пара взаимосвязаны и каждой температуре соответствует вполне определенное давление насыщения. Так, например, у воды температуре 30°C соответствует давление насыщения около 0,04 бар, температуре 60°C около 0,2 бар и т. д.

По мере роста температуры паровоздушной смеси содержание воздуха в ней уменьшается за счет вытеснения его паром через обратный клапан. Поэтому в конечном итоге наступает момент, когда из сосуда удаляются последние остатки воздуха и в верхней его части остается один лишь насыщенный пар. Этот момент замечателен тем, что давление насыщенного пара становится равным давлению окружающей среды, под которым все время находилась жидкость, а потому становится возможным кипение жидкости. Легко видеть, что до этого момента оно не могло начаться по той причине, что невозможным было существование пузырьков пара внутри жидкости: общее давление паровоздушной смеси на жидкость было больше давления насыщения, внутри же пузырьков, заполненных чистым паром, давление может быть только равным давлению насыщения. Поэтому пузырьки пара уже в самый момент своего образования были бы сжаты и уничтожены наружным давлением.

Температура, при которой давление насыщения становится равным внешнему давлению на жидкость, называется температурой кипения; она является функцией внешнего давления и с увеличением его возрастает. Так например, для воды при нормальном давлении она равна 100°C , при давлении 16 бар около 1200°C , при давлении 85 бар около 300°C и т. д.

После начала кипения в рассматриваемом нами сосуде продолжение подвода тепла сопровождается дальнейшим парообразованием, причем давление в нем сохраняется неизменным, так как излишки пара вытесняются через обратный клапан. Соответственно этому неизменной остается и температура, как пара, так и самой жидкости. Такой процесс продолжается до полного выкипания жидкости, и, в конце концов, наступает момент, когда весь сосуд оказывается заполненным лишь насыщенным паром, температура которого еще равна температуре кипения.

Пар какого-либо вещества, не содержащий в себе одноименной жидкости и имеющий температуру кипения при данном давлении, называется *сухим насыщенным паром*.

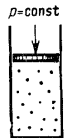
Состояние сухого насыщенного пара является переходным и неустойчивым в тепловом отношении. Всякий дополнительный подвод тепла к нему сопровождается повышением температуры. Кроме того, в сосуде возникает тенденция к повышению давления, поэтому, по мере подвода тепла часть пара удаляется из него через обратный клапан, т.е. удельный объем его увеличивается.

Пар какого-либо вещества, температура, которого превышает температуру кипения при данном давлении, называется *перегретым паром*.

Как видно из сказанного, в отличие от сухого насыщенного пара, состояние которого определяется значением лишь одного независимого параметра – давления или температуры, состояние перегретого пара определяется значениями двух независимых параметров, в качестве которых наиболее часто используются давление и температура.

С повышением степени перегрева (т.е. разности между температурой перегретого пара и температурой кипения при данном давлении) пар по своим свойствам приближается к идеальному газу.

При изобарном отводе теплоты от сухого насыщенного пара, который можно представить себе происходящим в цилиндре с подвижным поршнем (рис. 7.2), температура его не изменяется, а вместо этого начинается конденсация пара и по всему его объему образуются мельчайшие капельки жидкости.



Насыщенный пар какого-либо вещества, содержащий в себе одноименную жидкость в виде взвешенных в нем мелко-дисперсных частиц, называется *влажным паром*.

Рисунок 7.2

Поскольку до полного превращения в жидкость температура влажного пара остается неизменной и не может быть использована для характеристики его состояния, вместо нее применяется другой параметр, специфичный для этого случая – степень сухости x .

Представив себе влажный пар как механическую смесь сухого насыщенного пара и равномерно распределенной в нем жидкости, мы можем определить, степень сухости влажного пара как массовую долю содержащегося в нем сухого насыщенного пара. Очевидно, величина x может изменяться от единицы (что соответствует сухому насыщенному пару) до нуля (что соответствует кипящей воде), т.е. пределы возможных значений x выражаются формулой

$$0 \leq x \leq 1.$$

Таким образом, состояние влажного пара определяется значениями двух независимых параметров, которых наиболее часто используются давление и степень сухости.

7.2 Парообразование в pJ – диаграмме

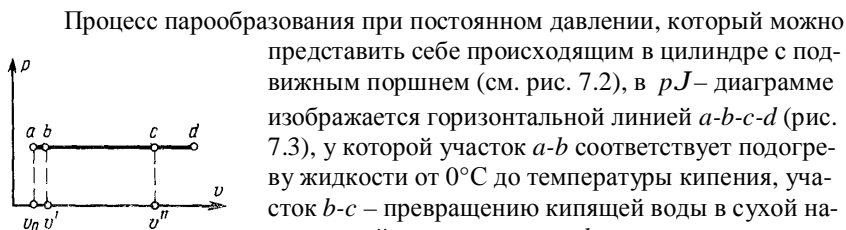
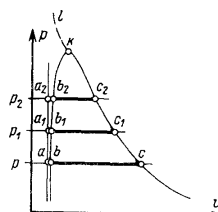


Рисунок 7.3

При подогреве жидкости удельный объем ее несколько увеличивает вследствие температурного расширения, процесс же парообразования характеризуется резким увеличением удельного объема. Так, например, для воды при нормальном давлении $J_0 = 0,001 \text{ м}^3/\text{кг}$, $J' = 0,001044 \text{ м}^3/\text{кг}$,

$J'' = 1,677 \text{ м}^3/\text{кг}$, т. е. при подогреве воды от 0°C до температуры кипения (100°C), удельный объем увеличивается всего лишь на 4,4%, а в процессе парообразования более чем в 1600 раз.

Построив в pJ диаграмме аналогичные графики для нескольких различных давлений и соединив одноименные точки плавными линиями (рис. 7.4), можно заметить, что в связи с очень малой сжимаемостью жидкости линия $a - a_1 - a_2 \dots$, выражающая зависимость $J_0 = f(p)$, практически вертикальна; в связи с тем, что при увеличении давления



возрастает температура кипения, от которой зависит J' , линия b–b1–b2..., выражающая зависимость $J' = f(p)$, идет круто вверх с наклоном в правую сторону; наконец, линия c – c1 – c2..., выражающая зависимость $J'' = f(p)$, имеет гиперболический характер. Например, для водяного пара она до давления 20 бар довольно точно описывается уравнением Молье

$$p^{15/16} J = 1,695, \quad (7.1)$$

где p выражено в барах, а J – в кубических метрах на килограмм.

Рисунок 7.4

Линия b – b1– b2..., отделяющая область жидкости от области влажного пара и характеризуемая равенством $x = 0$, называется нижней пограничной кривой; линия c – c1 – c2..., отделяющая область влажного пара от области пара перегретого и характеризуемая равенством $x=1$, называется верхней пограничной кривой.

С ростом давления разность $J'' - J'$ уменьшается и пограничные кривые сближаются, плавно сходясь в критической точке k , где они обе принимают горизонтальное направление.

Как видно из графика, точка k соответствует некоторому предельному состоянию вещества, при котором исчезает видимое различие между жидкостью и паром. Критические параметры, характеризующие это состояние для каждого вещества, имеют определенные значения. Так, например, для воды $p_{кр}=221,15$ бар, $p_{кр}=374,12^\circ\text{C}$, $p_{кр}= 0,003147$ м3/кг.

При сверхкритических давлениях условной границей между жидкостью и перегретым паром служит линия $k-l$, соответствующая пиковым значениям теплоемкости c_p .

7.3 Тройная точка. Правило фаз

Как было показано выше, влажный пар представляет собой равновесную систему, в которой одно и то же вещество находится в двух различных агрегатных состояниях. Мелкодисперсные частицы жидкости взвешены в сухом насыщенном паре, причем жидкость отделена от пара поверхностью этих частиц.

Отдельные части равновесной системы, находящиеся в различных агрегатных состояниях и отделенные друг от друга поверхностью раздела, называются фазами такой системы, а происходящий в ней переход из одного агрегатного состояния в другое называется фазовым превращением. Одним из таких фазовых превращений и является описанный в предыдущем параграфе процесс парообразования.

Рассмотрим вопрос фазовых превращении вещества в более широком плане, включая в него и твердую фазу. Для этого удобно использовать p - t -диаграмму, т. е. систему координат, в которой по оси абсцисс откладывается температура вещества, а по оси ординат давление, под которым оно находится (рис. 7-5).

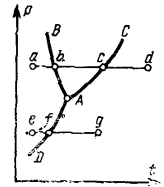


Рисунок 7.5

Если точка a в такой диаграмме изображает исходное состояние вещества, взятого в твердой фазе, то процесс изобарного подвода тепла с переходом вещества сначала в жидкое, а затем в газообразное состояние изобразится горизонтальной линией a - b - c - d , причем участок ее a - b соответствует нагреву твердой фазы до расплавления, участок b - c нагреву жидкой фазы до температуры кипения и участок c - d перегреву газовой фазы (т. е. паров данного вещества).

Отсюда видно, что точка b соответствует двухфазной системе твердое тело– жидкость, а точка c –двухфазной системе жидкость–пар (т. е. всем состояниям влажного пара).

С увеличением давления точка b смещается влево, так как температура плавления уменьшается, а точка c смещается вправо, так как температура кипения увеличивается. Следовательно, с ростом давления точки b и c расходятся.

Наоборот, с уменьшением давления точки b и c сближаются и, наконец, сливаются в одной точке A .

При более низких давлениях переход вещества из твердого состояния в газообразное происходит непосредственно, без промежуточного превращения в жидкость (например, по линии e - f - g , на которой точка f соответствует двухфазной системе твердое тело – перегретый пар). Такой процесс называется *сублимацией* или *возгонкой*. Обратный переход вещества из газообразного состояния в твердое обычно называют *десублимацией*.

Таким образом, получается фазовая диаграмма, в которой площадь, расположенная левее линии B - A - D , соответствует твердой фазе, площадь,

расположенная выше линии В-А-С, – жидкой фазе и площадь, расположенная правее линии С-А-Д, – газовой фазе (перегретому пару).

Точка А, соответствующая такому состоянию вещества, при котором оно может находиться во всех трех фазах, называется тройной точкой. Каждому веществу в тройной точке свойственны строго определенные значения всех параметров.

Так, для воды $p_a = 0,006112$ бар, $J_a = 1,00021$ л/кг $\approx 0,001$ м³/кг, $t_a = 0,0075 \approx 0,01$ °С. По решению VI Международной конференции по свойствам водяного пара (1963 г.) тройная точка принята за начало отсчета внутренней энергии и энтропии воды и водяного пара, т. е. $U_a = 0$ и $s_a = 0$.

На этом основании значение энтальпии воды в тройной точке составляет

$$i_a = U_a + p_a J_a = 0 + \frac{0,006112 \cdot 10^5 \cdot 1,00021 \cdot 10^{-3}}{1000} = 0,00061 \text{ кДж/кг.}$$

Поскольку даже в наиболее точных расчетах значение энтальпии берется с точностью до 0,1 кДж/кг, можно считать, что в тройной точке $i_a = 0$.

Равновесная система, в состав которой входят различные фазы одного и того же вещества, называется *однокомпонентной*. Примером однокомпонентной системы является влажный пар при любых возможных параметрах, в том числе и при параметрах тройной точки. Если же в состав системы входят химически разнородные вещества, то она называется *многокомпонентной*. Примерами такой системы могут служить газовые смеси, водные растворы аммиака, различных солей, кислот и т. д.

При изменении состояния однокомпонентной системы не всегда ее давление и температуру можно изменять произвольно. Например, если путем соответствующего теплового или механического воздействия на газ можно произвольно изменять и то и другое, то у влажного пара можно изменять произвольно уже только один из этих параметров, ибо у него давление и температура связаны между собой однозначной зависимостью. Число параметров, которые при переводе системы из одного состояния в другое можно изменять произвольно, называется *числом степеней свободы* этой системы. Таким образом, однофазная однокомпонентная система обладает двумя степенями свободы, а двухфазная однокомпонентная система – только одной. В двухкомпонентных системах к параметрам, определяю-

щим число степеней свободы ее, кроме давления и температуры относятся и концентрации одного из компонентов в каждой из фаз.

В общем виде вопрос о числе степеней свободы многофазной многокомпонентной системы решается правилом фаз Гиббса, которое выражается равенством

$$F = 2 + n - r,$$

где F – число степеней свободы системы; n – число компонентов системы;

r – число фаз в системе.

В качестве примера определим число степеней свободы вещества в тройной точке, когда оно находится одновременно в трех фазах. Для этого случая $n=1$ и $r=3$, следовательно $F=2+1-3=0$, т. е. вещество в таком состоянии не имеет ни одной степени свободы, иными словами, может существовать в нем только при одном определенном давлении и одной определенной температуре.

Аналогичным образом для жидкого раствора, представляющего собой однофазную двухкомпонентную систему, $n=2$, $r=1$, следовательно, $F=2+2-1=3$, т. е. число степеней свободы такого раствора равно трем. Это означает, что в нем независимо друг от друга могут изменяться все три параметра – давление, температура и концентрация раствора.

7.4 Влажный пар и его параметры

Рассматривая влажный пар как механическую смесь сухого насыщенного пара и жидкости той же температуры, т. е. температуры насыщения, его объем можно представить как сумму объемов указанных компонентов. Непосредственно отсюда вытекает формула для определения удельного объема влажного пара

$$J = J'(1 - x) + J''x, \quad (7.2)$$

где x – степень сухости пара.

Здесь первое слагаемое представляет собой объем жидкости, содержащейся в 1 кг влажного пара, а второе – объем содержащегося в нем сухого насыщенного пара.

Для превращения 1 кг кипящей воды в сухой насыщенный пар при

$p = const$ ему необходимо сообщить определенное и различное для разных давлений количество тепла, называемое *теплотой парообразования*. Эта величина обозначается буквой r и, как легко видеть, может быть определена по формуле

$$r = i'' - i'.$$

Часть теплоты парообразования расходуется на увеличение внутренней энергии, связанное с совершением работы против сил взаимного притяжения молекул. Она называется *внутренней теплотой парообразования* и обозначается буквой r .

Остальная часть теплоты парообразования расходуется на работу расширения, не связанную с наличием сил молекулярного взаимодействия и равную $p = (J'' - J')$. Она называется *внешней теплотой парообразования*. Таким образом, получаем

$$r = r + p(J'' - J'). \quad (7.3)$$

Внутренняя теплота парообразования всегда значительно больше внешней. Например, для воды при нормальном давлении по табличным данным из полной теплоты парообразования на долю внутренней приходится около 93%, а на долю внешней – только около 7 %.

Связь между теплотой парообразования и давлением может быть установлена следующим образом.

Рассмотрим элементарный цикл Карно a-b-c-d (рис. 7.6), в котором на участке a-b давление p_n и температура T_n постоянны, а на участках b-c и d-a они изменяются соответственно на dp_n dT_n . Точка a лежит на нижней пограничной кривой, а точка b – на верхней, поэтому тепло, подводимое на участке a-b, равно теплоте парообразования при давлении p_n , т.е. $q_1 = r$, работа же данного цикла $dl = dp_n(J'' - J')$.

Таким образом, для термического к.п.д. рассматриваемого цикла можно написать выражения

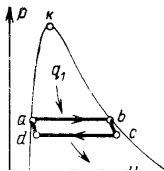


Рисунок 7.6

$$h_m = \frac{dl}{q_1} = \frac{dp_n(J'' - J')}{r}$$

$$h_m = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{dT_n}{T_n}$$

Приравняв правые части этих выражений, находим

$$\frac{dT_n}{T_n} = \frac{dp_n(J'' - J')}{r}$$

и окончательно

$$r = T_n(J'' - J') \frac{dp_n}{dT_n}. \quad (7.4)$$

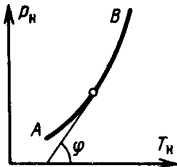


Рисунок 7.7

Полученное выражение называется уравнение Клапейрона–Клаузиуса. Оно позволяет вычислить величину r , если зависимость $p_n = f(T_n)$ известна из опыта. Нетрудно видеть, что если эта зависимость графически выражается линией АВ (рис. 7.7), то производная определяется как угловой коэффициент касательной к этой кривой в заданной точке, т. е.

$$\frac{dp_n}{dT_n} = \operatorname{tg} \varphi.$$

С помощью теплоты парообразования r энтальпия влажного пара легко определяется следующим образом. В процессе парообразования при $p = \text{const}$

$$dq = di = r dx$$

где x – степень сухости влажного пара.

Интегрируя это выражение, получаем:

$$i - i' = \int_0^x r dx = r \int_0^x dx = rx,$$

откуда

$$i = i' + rx. \quad (7.5)$$

Энтропия влажного пара может быть определена по формуле (5.10), из которой получаем

$$s_2 = \int_1^2 \frac{dq}{T} + s_1,$$

а для данного случая

$$s = \int_0^x \frac{rdx}{T_n} + s' = \frac{r}{T_n} \int_0^x dx + s' = \frac{rx}{T_n} + s', \quad (7.5')$$

где T_n – температура кипения при заданном постоянном давлении.

Для сухого насыщенного пара $x=1$, поэтому

$$s'' = \frac{r}{T_n} + s',$$

откуда получаем

$$r/T_n = s'' - s'.$$

Формула (7.5') может быть записана так

$$s = s' + (s'' - s')x. \quad (7.6)$$

Пользуясь приведенными формулами и зная степень сухости пара, можно определить все основные параметры и для влажного пара.

7.5 Ts– диаграмма водяного пара

Рассмотрим характер и расположение изобар воды и водяного пара в Ts-диаграмме.

Изменение энтропии воды в обратимом изобарном процессе находится по общей формуле (5.9)

$$ds = \frac{dq}{T} = \frac{c_p dT}{T}, s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T}.$$

Полагая, что изобары при любом давлении начинаются от температуры тройной точки $T_A = T_0$, при которой энтропия равна s_0 , получаем зависимость

$$s = \int_{T_0}^T c_p \frac{dT}{T} + s_0, \quad (7.7)$$

которая является уравнением изобары воды в Ts-диаграмме в самом общем виде.

Принимая приближенно, что для всех давлений $s_0 = 0$, получаем

$$s = \int_{T_0}^T c_p \frac{dT}{T} \quad (7.8)$$

В области жидкого состояния при невысоких давлениях можно считать $c_p = \text{const}$, тогда

$$s = c_p \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = c_p \ln \frac{T}{T_0}. \quad (7.9)$$

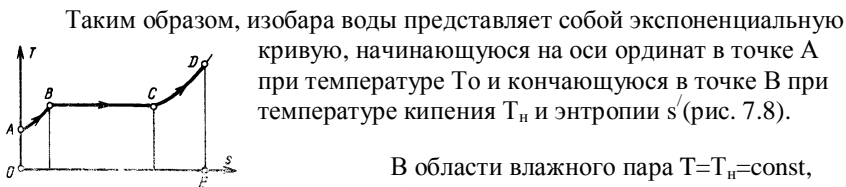


Рисунок 7.8

Таким образом, изобара воды представляет собой экспоненциальную кривую, начинающуюся на оси ординат в точке А при температуре T_0 и кончающуюся в точке В при температуре кипения T_n и энтропии s' (рис. 7.8).

В области влажного пара $T = T_n = \text{const}$, поэтому изобара имеет вид горизонтальной прямой ВС, конечная точка которой С соответствует состоянию сухого насыщенного пара, когда энтропия равна s'' .

В области перегретого пара уравнение изобары принимает вид

$$s = s'' + \int_{T_n}^T c_p \frac{dT}{T}, \quad (7.10)$$

где c_p – истинная теплоемкость перегретого пара.

В точке С изобара имеет излом (поскольку c_p , будучи бесконечно большой для влажного пара, при переходе в область перегретого пара принимает конечное значение) и превращается в кривую CD.

Крутизна этой кривой изменяется в зависимости от c_p . Действительно, из дифференциального соотношения

$$ds = \frac{dq}{T} = c_p \frac{dT}{T}$$

следует, что угловой коэффициент касательной к изобаре перегретого пара

$$\operatorname{tg} a = \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_p = \frac{T}{c_p}.$$

На начальном участке вблизи состояния насыщения c_p для перегретого пара велика, поэтому изобара идет полого. По мере удаления от точки С величина c_p уменьшается и крутизна изобары возрастает, а на достаточно большом расстоянии от нее, когда зависимость c_p от температуры становится незначительной, изобара по характеру приближается к экспоненциальной кривой.

Изображение изобары воды и водяного пара в Ts-диаграмме позволяет представить графически их энтальпию. Так, например, площадь, заключенная между отрезком изобары АВ и осью абсцисс, представляет собой теплоту кипящей воды. Если с небольшой погрешностью пренебречь энтальпией воды при температуре тройной точки, то на основании формулы (4.6) эту площадь можно считать равной и энтальпии i' . Равным образом площадь, заключенная между отрезком изобары АВС и осью абсцисс, равна энтальпии i'' , причем площадь прямоугольника, расположенного между отрезком ВС и осью абсцисс, равна теплоте парообразования g .

Аналогично этому в виде площади можно представить себе энтальпию некипящей воды, влажного пара и перегретого пара. Во всех случаях она изображается площадью, заключенной между отрезком изобары от оси ординат до заданной точки и осью абсцисс. Например, если состояние пе-

перегретого пара характеризуется точкой D, то его энтальпия равна площади фигуры OABCDEO.

Отправляясь от упрощающих предпосылок, что при всех давлениях $s_0=0$ и для воды c_p не зависит от давления, а является функцией лишь температуры, в Ts – диаграмме можно изобразить целую систему изобар, начиная от изобары

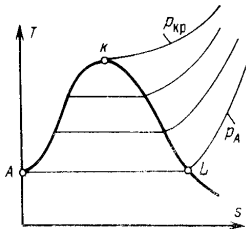


Рисунок 7.9

$p_a=0,006112$ бар и кончая изобарой $p_{кр} = 221,15$ бар (рис. 7.9). Изобара воды $p_{кр}$, изображаемая линией АК, на нижнем участке, где теплоемкость можно считать постоянной, имеет экспоненциальный характер. При более высоких температурах, когда c_p начинает возрастать, она становится менее крутой и, наконец, в критической точке, когда $c_p = \infty$, приобретает горизонтальное направление, имеет перегиб и плавно переходит к изобару перегретого пара.

Как видно из графика, изобары воды для других, более низких давлений на всем своем протяжении сливаются с изобарой $p_{кр}$, заканчиваясь при соответствующей температуре кипения и переходя в изобару влажного, а затем перегретого пара. По мере снижения давления теплота парообразования возрастает. Поэтому длина горизонтального участка, соответствующего области влажного пара, увеличивается.

Изобара p_A начинается непосредственно с горизонтального участка AL, соответствующего парообразованию при температуре тройной точки, а затем продолжается в области перегретого пара в виде кривой, близкой по характеру к экспоненте уже в самом начале.

Все точки, соответствующие состоянию кипящей воды, в такой диаграмме размещаются на линии АК, т. е. на изобаре $p_{кр}$, которая, следовательно, является и нижней пограничной кривой. Более того, на этой же изобаре лежат и все без исключения точки, соответствующие состоянию некипящей воды при разных давлениях, поэтому вся область жидкого состояния в такой диаграмме представляет собой не площадь, а линию, совпадающую с нижней пограничной кривой.

Все точки, соответствующие состоянию сухого насыщенного пара, образуют плавную кривую KL, которая, таким образом, является верхней пограничной кривой. По форме она почти симметрична линии АК., но в точке L не заканчивается, а продолжается вниз, отделяя область двухфаз-

ного состояния лед – насыщенный пар от области перегретого пара. С точки зрения паротехники этот участок ее интереса не представляет, ибо он располагается в области весьма низких давлений и температур.

Из-за упрощающих предпосылок график на рис. 7.9 имеет приближенный характер. Особенно существенно в нем искажаются изобары воды, что тем более заметно, чем выше давление. В связи с этим рассмотрим расположение изобар воды в Ts - диаграмме подробнее.

Для этого удобно использовать уравнение Максвелла (6.14), которое показывает, что изменение энтропии с давлением при постоянной температуре противоположно по знаку изменению удельного объема с температурой при постоянном давлении.

Вода при нагревании расширяется, следовательно, энтропия ее с повышением давления при постоянной температуре уменьшается. Это означает, что изобары воды в Ts – диаграмме в действительности не сливаются с нижней пограничной кривой, а располагаются левее ее, тем дальше, чем выше давление.

Вопрос о взаимном расположении этих изобар на начальном участке осложняется известной аномалией воды, температура наибольшей плотности которой в широком диапазоне давлений (примерно до 300 бар) несколько выше 0°C . Например, при нормальном давлении она равна $3,98^{\circ}\text{C}$. В связи с этим изобары воды начинаются ниже начала нижней пограничной кривой (тем дальше от него, чем выше давление), пересекают ее на участке от 0 до 4°C , а затем отходят от нее, тем дальше, чем выше давление.

Естественно, что в докритической области давлений изобары в верхней своей части вновь приближаются к нижней пограничной кривой и заканчиваются на ней тем выше, чем выше давление.

В диапазоне давлений примерно от 300 до 500 бар начало изобар с повышением давления смещается вверх и при давлении около 500 бар совмещается с началом нижней пограничной кривой, а при еще более высоких давлениях изобары начинаются уже выше него, тем дальше, чем выше давление. Например, изобара, соответствующая давлению 1 000 бар, начинается на оси ординат при температуре около $0,2^{\circ}\text{C}$.

Для иллюстрации на рис. 7.10 показаны в крупном масштабе начальные участки нижней пограничной кривой и нескольких изобар в сверхкритической области давлений.

Учитывая, что при температуре тройной точки энтропия воды для давлений до 650 бар очень мала и не превышает по абсолютной величине 0,0012 кДж/(кг·град), с достаточной для современной паротехники точностью аномалией во-
ды можно пренебречь и считать, что начало всех

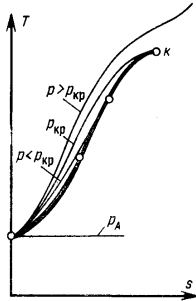


Рисунок 7.11

изобар совпадает с началом нижней пограничной кривой, как показано на рис. 7.11. Изобары располагаются левее нижней пограничной кривой, тем дальше от нее, чем выше давление и температура. При сверхкритических давлениях изобары минуя нижнюю пограничную кривую, оставляя ее справа и постепенно принимая вид экспоненциальных кривых, как у идеального газа.

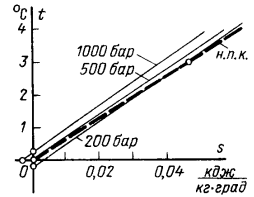


Рисунок 7.10

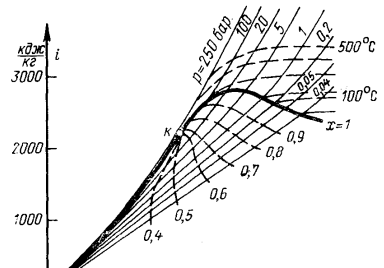
7.6 is – диаграмма водяного пара

Аналитические расчеты процессов водяного пара с помощью табличных данных, часто осложняются возможностью фазовых переходов при изменении его состояния (например, превращения перегретого пара во влажный или наоборот). Соотношения между параметрами пара в различных его фазах выражаются разными формулами, поэтому, исследуя какой-либо процесс, приходится прежде всего выяснять, не происходит ли в нем переход пара из одной фазы в другую, что зачастую связано с громоздкими вычислениями.

В связи с этим в паротехнике широко применяется графический метод расчета, в котором используется is – диаграмма.

Построение этой диаграммы, общий вид которой приведен на рис. 7.12, осуществляется таким образом.

Рисунок 7.12



По табличным значениям i', s', i'', s'' строятся нижняя и верхняя пограничные кривые ОК. и КЛ, затем точки на этих кривых, соответствующие одинаковым давлениям, соединяются прямыми линиями, образующими в области влажного пара пучок начинающихся в начале координат и расходящихся кверху изобар. Одновременно эти линии являются и изотермами.

Действительно, из уравнения

$$Tds = di - Jdp$$

при $p = \text{const}$ получаем

$$\left(\frac{\partial i}{\partial s} \right)_p = T.$$

Но частная производная в левой части полученного уравнения представляет собой угловой коэффициент касательной к изобаре, а поскольку температура в изобарном процессе влажного пара постоянна и равна температуре кипения T_n , постоянным будет и этот коэффициент, т. е. изобара изображается прямой линией.

С увеличением давления температура T_n повышается, поэтому изобары становятся более крутыми и вся совокупность их образует пучок расходящихся кверху прямых.

В области перегретого пара изобары строятся по точкам, наносимым в соответствии с табличными значениями параметров i и s для разных температур. По мере удаления от верхней пограничной кривой температура пара возрастает, поэтому крутизна изобар увеличивается, т. е. за этой кривой они теряют прямолинейный характер и плавно изгибаются кверху.

Изотермы в области перегретого пара строятся по тем же точкам, которые были нанесены для построения изобар. При этом оказывается, что на верхней пограничной кривой они имеют излом, расходятся с изобарами и идут вначале с некоторым подъемом (тем более крутым, чем выше давление насыщения), а затем, по мере удаления от пограничной кривой, принимают почти горизонтальное направление.

Такое расположение изотерм объясняется тем, что вблизи состояния насыщения водяной пар существенно отличается от идеального газа и у него при изотермическом расширении внутренняя энергия не остается постоянной, а возрастает за счет потенциальной составляющей, связанной с наличием сил взаимного притяжения. Как видно из диаграммы $pv = p$, изображенной на рис. 6.3, возрастает и произведение pv , а следовательно, энтальпия $i = u + pJ$ и увеличивается. По мере удаления от состояния насы-

щения водяной пар приближается по своим свойствам к идеальному газу, для которого энтальпия является функцией одной лишь температуры, поэтому вдали от верхней пограничной кривой изотермы и приближаются по характеру к горизонтальным прямым.

Обращает на себя внимание положение критической точки, которая в is -диаграмме смещена влево и вниз. Это связано с уменьшением энтальпии сухого насыщенного пара по мере приближения его давления к критическому, объясняемого резким падением теплоты парообразования, которая в критической точке становится равной нулю.

В области влажного пара наносится система линий постоянной степени сухости ($x = \text{const}$). Построение их основано на том, что каждая из этих линий делит все изобары влажного пара на пропорциональные отрезки, в чем нетрудно убедиться, используя формулу

$$i = i' + (i'' - i')x.$$

Обычно на is -диаграмму наносится и система изохор $v = \text{const}$, которые по своему характеру близки к изобарам, но идут несколько круче и в области влажного пара не прямолинейны.

Нижняя часть is – диаграммы практического интереса не представляет и ее не строят: это дает возможность выполнить рабочую часть диаграммы в более крупном масштабе, удобном для пользования.

Впервые is – диаграмма водяного пара была построена Молье в 1906г. для давлений до 20 ат. В настоящее время применяется is – диаграмма Вукаловича, построенная для давлений до 1 000 бар и температур до 1000°C.

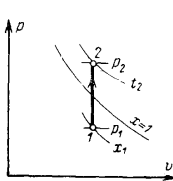
7.7 Расчет основных процессов водяного пара

В общем случае расчет процессов водяного пара состоит в определении параметров пара в начальном и конечном состояниях и вычислении подводимого тепла, изменения внутренней энергии и работы изменения объема, связанных уравнением первого закона термодинамики

$$q = \Delta u + l.$$

Для этого должны быть заданы значения двух каких-либо параметров в начальном состоянии пара и двух параметров в конечном состоянии. В отдельных случаях вместо какого-либо из них может быть задано значение q , Δu или l .

Изохорный процесс в $p-v$ – диаграмме изображается вертикальной прямой 1-2 (рис. 7.13). В этом процессе $l=0$, поэтому для него



$$q = \Delta u = u_2 - u_1.$$

Значения внутренней энергии в таблицах не приводятся, их нельзя получить непосредственно и из $i-s$ – диаграммы. Поэтому приведенное равенство удобно записать, используя формулу (1.8), в такой форме

$$q = \Delta u = (i_2 - p_2 J) - (i_1 - p_1 J)$$

Рисунок 7.13

$$\text{или } q = i_2 - i_1 - J(p_2 - p_1). \quad (7.11)$$

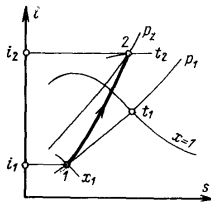


Рисунок 7.14

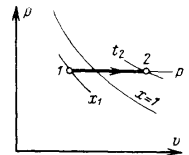
В $i-s$ – диаграмме (рис. 7.14) график этого процесса изображается линией 1-2. Начальная точка 1 находится на пересечении изобары p_1 и линии постоянной степени сухости x_1 , а конечная точка 2 – на пересечении изобары p_2 и изотермы t_2 .

Следует заметить, что если в данном процессе $J < J_{kp}$, то подвод тепла к влажному пару сопровождается не подсушкой его (как показано на рис. 7.13 и 7.14), а увлажнением и при переходе через пограничную кривую пар превращается в воду.

Изобарный процесс в диаграмме изображается горизонтальной прямой (рис. 7.15). Для этого процесса, используя формулы (4.6) и (4.10), получаем

$$\Delta u = q - l = i_2 - i_1 - p(J_2 - J).$$

Рисунок 7.15



(7.12)

В i – s диаграмме (рис. 7.16) график этого процесса изображается линией 1-2, у которой начальная точка 1 находится на пересечении изобары процесса с линией постоянной степени сухости x_1 , а конечная точка 2 – на пересечении той же изобары с изотермой t_2 . Изотермический процесс в p – J диаграмме изображается ломаной линией, которая в области влажного пара имеет вид горизонтальной прямой, а в области перегретого пара – кривой, постепенно переходящей (по мере удаления от линии

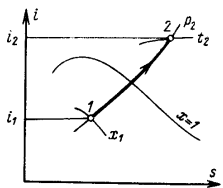


Рисунок 7.16

$x=1$) в гиперболу (рис.7.17).

Теплоту этого процесса удобно определять по формуле

$$q = T(s_2 - s_1).$$

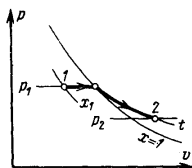


Рисунок 7.17

В отличие от идеальных газов у водяного пара изотермический процесс сопровождается изменением внутренней энергии, которое составляет

$$\Delta u = (i_2 - p_2 J_2) - (i_1 - p_1 J_1) = i_2 - i_1 - (p_2 J_2 - p_1 J_1). \quad (7.13)$$

В соответствии с этим работа изменения объема может быть определена по формуле

$$l = q - \Delta u = T(s_2 - s_1) - (i_2 - i_1) + (p_2 J_2 - p_1 J_1). \quad (7.14)$$

В i – s диаграмме (рис. 7.18) график этого процесса изображается ломаной линией 1-2, которая в области влажного пара имеет вид наклонной прямой, а в области перегретого пара – кривой, обращенной выпуклостью вверх и постепенно (по мере удаления от линии $x = 1$) приближающейся к горизонтальной прямой. Начальная точка находится на пересечении изотермы процесса (совпадающей здесь с изобарой p_1) с линией постоянной степени сухости x_1 , а конечная точка –

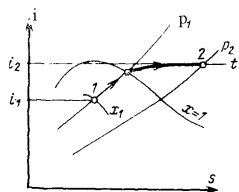
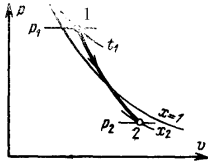


Рисунок 7.18

на пересечении той же изотермы с изобарой p_2 .



Адиабатный процесс в pJ – диаграмме изображается плавной кривой, более крутой, чем верхняя пограничная кривая (рис.7.19).

В этом процессе $q=0$, поэтому

Рисунок 7.19

$$l = -\Delta u = (i_1 - p_1 J_1) - (i_2 - p_2 J_2) = i_1 - i_2 - (p_1 J_1 - p_2 J_2)$$

(7.15)

В is – диаграмме (рис. 7.20) график этого процесса имеет вид вертикальной прямой 1-2. начальная точка этого процесса 1 находится на пересечении изобары p_1 с изотермой t_1 , а конечная точка 2 – на пересечении изобары p_2 с линией постоянной степени сухости x_2 .

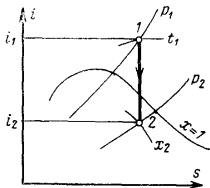


Рисунок 7.20

При адиабатном расширении перегретого пара он становится сначала сухим насыщенным, а затем влажным, причем с понижением давления степень сухости

его уменьшается. Следует заметить, что в области очень влажных паров вблизи нижней пограничной кривой адиабатное расширение пара сопровождается не увлажнением его, а подсушкой.

Тема №8

ВЛАЖНЫЙ ВОЗДУХ

8.1 Основные определения

Воздух, не содержащий водяного пара, называется *сухим*; если же в его состав входит водяной пар, то воздух называется *влажным*. Таким образом, влажный воздух можно рассматривать как смесь сухого воздуха и водяного пара.

Следует отметить принципиально разное значение термина «влажный» применительно к пару и к воздуху. Как известно из предыдущего, пар называется влажным в том случае, если он содержит мелкодисперсную жидкость, влажный же воздух во всех представляющих интерес для техники случаях содержит перегретый или в крайнем случае сухой насыщенный водяной пар. Вообще говоря, воздух может быть и пересыщенным, т.е. содержать влажный пар (например, облака), но этот случай технического интереса не представляет и далее не рассматривается.

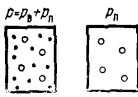
Знание свойств влажного воздуха необходимо для расчета сушильных установок, вентиляционных устройств, установок кондиционирования воздуха и во многих других случаях. Закономерности, полученные для влажного воздуха, справедливы и для других газов, содержащих водяной пар, например для газообразного топлива или дымовых газов. Поэтому они широко применяются также в топочной и котельной технике.

Дальше будет показано, что водяной пар, содержащийся во влажном воздухе, с достаточной точностью можно рассматривать как идеальный газ. Поэтому к влажному воздуху можно применить закон Дальтона, согласно которому давление влажного воздуха составляет

$$p = p_e + p_n, \quad (8.1)$$

где p_e и p_n – парциальные давления сухого воздуха и водяного пара в смеси.

Содержание водяного пара во влажном воздухе может быть различным и характеризуется количеством пара в килограммах, приходящимся на 1 м^3 влажного воздуха. Эта величина называется *абсолютной влажностью* воздуха.



Сравним содержимое двух сосудов объемом 1 м^3 каждый, находящихся при одинаковых температурах t (рис. 8.1). В первом из них находится влажный воздух под давлением $p = p_в + p_n$, во втором – водяной пар под давлением p_n . Из самого определения парциального

давления следует, что количество водяного пара в обоих сосудах одинаково. Но ведь количество пара в первом сосуде определяет абсолютную влажность содержащегося в нем воздуха, а количество пара во втором сосуде определяет плотность его ρ при заданных давлении p_n и температуре t . Следовательно, абсолютная влажность воздуха численно равна плотности содержащегося в нем водяного пара ρ при парциальном давлении его в воздухе p_n и температуре воздуха t .

Рисунок 8.1

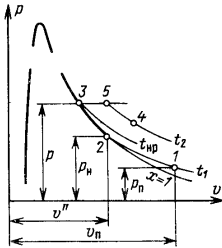


Рисунок 8.2

Рассмотрим в pJ – диаграмме различные состояния водяного пара во влажном воздухе при давлении последнего, равном p (рис. 8.2).

Предположим, что состояние его характеризуется точкой 1. В этом случае температура влажного воздуха t_1 меньше, чем температура насыщения водяного пара при давлении p , т. е. меньше, чем $t_{нр}$, а парциальное давление пара в воздухе p_n меньше, чем давление насыщения p_n при температуре t_1 . Очевидно, что водяной пар во влажном воздухе в этом случае будет перегретым, при этом абсолютная влажность воздуха $r'' = 1/J''$, где J'' – удельный объем пара, показанный на диаграмме.

Влажный воздух в таком состоянии, когда содержащийся в нем пар перегрет; называется *ненасыщенным*, потому что количество пара в нём при заданной температуре t_1 может быть и больше, чем ρ_n . В этом легко убедиться, перемещая точку 1 вверх по изотерме t_1 . Величина J'' при этом будет уменьшаться следовательно, величина ρ_n – увеличиваться.

Максимально возможное содержание водяного пара в воздухе при температуре t_1 будет иметь место в том случае, когда парциальное давление пара p_n станет равным p_n (точка 2). Очевидно, оно будет равно плотности сухого насыщенного пара $r'' = 1/J''$ при давлении p_n и температуре t_1 . В этом случае влажный воздух будет представлять собой смесь сухого воздуха и сухого насыщенного пара. Такой воздух называется *насыщенным*.

Диаграмма показывает, что с повышением температуры насыщенного влажного воздуха парциальное давление пара в нем p_n возрастает и при

$t = t_{нр}$ получаем $p_n = p$, т. е. при этой температуре состояние насыщения достигается в том случае, если сухого воздуха в смеси не будет вообще ($p_v=0$) и она будет представлять собой фактически лишь один сухой насыщенный пар (точка 3). Иными словами, любая смесь сухого воздуха с паром при температуре $t_{нр}$ является ненасыщенным влажным воздухом. Максимально возможное содержание пара в этом случае равно плотности пара r_p'' при параметрах p и $t_{нр}$.

Например, влажный воздух, находящийся при нормальном давлении $p_0=760$ мм рт. ст. и температуре $t=100^\circ\text{C}$, при любом парциальном давлении пара $p_n < 760$ мм рт. ст. будет ненасыщенным. Состояние насыщения достигается лишь при $p_n=760$ мм рт. ст., но тогда он будет представлять собой фактически чистый сухой насыщенный пар без всякой примеси воздуха.

Наконец, если влажный воздух имеет температуру $t_2 > t_{нр}$ (точка 4), то пар в нем всегда перегрет и состояние насыщения не достигается даже в том случае, когда смесь будет состоять из одного лишь пара (точка 5). Очевидно, что плотность перегретого пара, характеризуемого точкой 5, $r_{пер} = 1/J_{пер}$ представляет собой максимально возможное содержание пара в смеси при температуре t_2 .

В соответствии с изложенным, высшим пределом парциального давления пара во влажном воздухе при $t < t_{нр}$ является давление насыщения p_n при данной температуре воздуха, а при $t \geq t_{нр}$ этим пределом является само давление влажного воздуха p .

Это означает, что если воздух насыщен, то его абсолютная влажность зависит только от температуры и остается неизменной при любом давлении $p > p_n$. Например, если насыщенный влажный воздух сжать изотермически до пятикратного уменьшения объема (причем его давление увеличивается также в 5 раз), то 80% содержащегося в нем водяного пара попросту сконденсируется, а абсолютная влажность воздуха останется той же, а именно r'' . Это обстоятельство наглядно иллюстрирует рис. 8.3.



Рисунок 8.3

Этот рисунок показывает, что количество водяного пара, приходящееся на единицу объема, после сжатия осталось таким же, каким было и

до сжатия, в то время как количество сухого воздуха в единице объема увеличилось в 5 раз.

8.2 Относительная влажность воздуха

Отношение действительного содержания водяного пара во влажном воздухе к максимально возможному содержанию его в том же объеме влажного воздуха при данной температуре называется *относительной влажностью* и обозначается через ϕ . Таким образом

$$j = \frac{r_n}{r_{\max}}. \quad (8.2)$$

При $t \leq t_{np}$ величина ρ_{\max} представляет собой плотность сухого насыщенного пара при данной температуре, т.е. r'' а, при $t > t_{np}$ – плотность перегретого пара при данной температуре t и давлении смеси p .

Выражению для ϕ можно придать более удобную форму, если считать, что водяной пар во влажном воздухе подчиняется законам идеальных газов вплоть до состояния насыщения.

Чтобы показать допустимость такого упрощения, определим связанную с ним погрешность для относительно высокой температуры $t=60$ °С.

Если рассматривать водяной пар как идеальный газ, то для состояния насыщения

$$p_n J'' = R_n T = \frac{8314}{18,02} (273 + 60) = 462 \cdot 333 = 153800 \text{ Дж/кг.}$$

С другой стороны, по таблице для сухого насыщенного пара

$$p_n = 0,19917 \text{ бар}, J'' = 7,678 \text{ м}^3/\text{кг.}$$

$$\text{Тогда } p_n J'' = 0,19917 \cdot 10^5 \cdot 7,678 = 153000 \text{ Дж/кг.}$$

Таким образом, относительная погрешность составляет

сыщенным. Дальнейшее охлаждение будет вызывать пересыщение и начнется конденсация пара, при которой влага будет выделяться из смеси в виде росы. В связи с этим температура, при которой у влажного воздуха с заданным парциальным давлением пара $\phi = 1$, называется *температурой точки росы* и обозначается через t_p . Очевидно, что температура точки росы тем выше, чем больше парциальное давление пара во влажном воздухе.

Экспериментально температура точки росы для влажного воздуха заданного состояния может быть определена с помощью прибора, называемого *гигрометром*. По ней из таблицы сухого насыщенного пара можно найти давление p_n , а по температуре влажного воздуха t из той же таблицы можно найти p_e . Это позволяет с достаточной во многих случаях точностью найти и относительную влажность по формуле (8.3).

Более точно относительная влажность определяется с помощью прибора, называемого *психрометром*.

8.3 Влагосодержание и энтальпия влажного воздуха

Одной из основных характеристик влажного воздуха является его влагосодержание d , представляющее собой отношение массы водяного пара к массе сухого воздуха в смеси, или, что то же, отношение плотностей пара и сухого воздуха, взятых при соответствующих парциальных давлениях, т.е.

$$d = \frac{r_n}{r_e}.$$

Из уравнения состояния (2.3) получаем

$$r = \frac{1}{J} = \frac{p}{RT},$$

откуда

$$r_n = \frac{p_n}{R_n T}, \quad r_e = \frac{p_e}{R_e T},$$

$$d = \frac{p_n}{R_n T} \frac{R_e T}{p_e} = \frac{R_e}{R_n} \frac{p_n}{p_e} = \frac{287}{462} \frac{p_n}{p_e} = 0,622 \frac{p_n}{p_e}$$

и, наконец,

$$d = 0,622 \frac{P_n}{P - P_e}, \text{ кг на 1 кг сухого воздуха. (8.7)}$$

При изменении состояния влажного воздуха количество сухого воздуха в нем обычно остается неизменным, количество же водяного пара или уменьшается вследствие конденсации его, или увеличивается вследствие испарения влаги из высушиваемых материалов, что чаще всего имеет место. Поэтому все расчеты целесообразно производить применительно к 1 кг сухого воздуха, вследствие чего влагосодержание и является весьма удобной характеристикой влажного воздуха.

Так же как и влагосодержание, энтальпию влажного воздуха принято относить к 1 кг сухого воздуха. Следовательно, энтальпия влажного воздуха суммируется из энтальпии 1 кг сухого воздуха и d кг водяного пара, т.е.

$$I = i_{cv} + di_n, \text{ кДж на 1 кг сухого воздуха.}$$

При температурах и давлениях влажного воздуха, применяемых в сушильной технике, можно с достаточной точностью теплоемкости сухого воздуха и пара считать постоянными, приняв

$$c_{pсв} = 1 \text{ кДж/(кг·град)} \text{ и } c_{pn} = 1,97 \text{ кДж/(кг·град)}.$$

Тогда энтальпия сухого воздуха

$$i_{cv} = c_{pсв}t, \text{ кДж/кг,}$$

энтальпия же водяного пара, который в общем случае находится в воздухе в перегретом состоянии,

$$i_n = c_{pe}t_n + r + c_{pn}(t - t_n),$$

где $c_{pe} = 4,19$ кДж/(кг·град)– теплоемкость воды;

t_n – температура насыщения, соответствующая парциальному давлению пара в смеси;

r – теплота парообразования при этом давлении, которую с достаточной точностью можно определить по формуле

$$r = 2490 - 2,3t_n .$$

Следовательно,

$$i_n = 4,19t_n + (2490 - 2,3t_n) + 1,97(t - t_n) .$$

Произведя сокращение, получим приближенно

$$i_n = 2490 + 1,97t .$$

Учитывая найденные выражения для i_e и i_n , получаем известную формулу Л.К.Рамзина (в пересчете на единицы системы СИ)

$$I = t + d(2490 + 1,97t) \text{ кДж на 1 кг сухого воздуха (8.8)}$$

Энтальпия I играет большую роль при расчетах сушильных установок, потому что в них обычно приходится иметь дело с изменением состояния влажного воздуха при постоянном давлении. Большой частью в таких расчетах давление воздуха принимается $p = 745 \text{ мм рт. ст.}$

8.4 Id – диаграмма влажного воздуха

Расчеты процессов, в которых происходит изменение состояния влажного воздуха, весьма просто производятся графически, с помощью Id – диаграммы, предложенной в 1918 г. проф. Л. К. Рамзиным. В этой диаграмме по оси абсцисс откладывается влагосодержание воздуха d ., а по оси ординат – его энтальпия I .

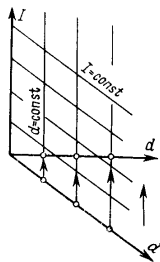


Рисунок 8.5

Диаграмма строится для давления воздуха

$p = 745 \text{ мм рт. ст.}$, но с достаточной точностью ее можно применять и при небольших отклонениях от него.

Для удобства пользования диаграммой при ее построении используется косоугольная система координат с осями, расположенными под углом 135° (рис. 8.5). Поэтому линии $I = \text{const}$ оказываются прямыми, наклоненными под углом 45° к горизонтали. Поскольку часть диаграммы, расположенной под горизонталью, проведенной через на-

чало координат, практического интереса не представляет, шкала оси абсцисс переносится на эту горизонталь и влагосодержание отсчитывается на полученной горизонтальной шкале.

Помимо системы прямых линий $I = \text{const}$ на диаграмму, общий вид которой приведен на рис. 8.6, наносится система изотерм $t = \text{const}$, которые в области перегретого пара также изображаются прямыми линиями.

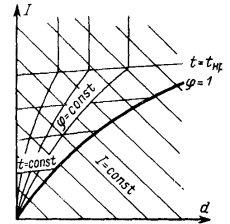


Рисунок 8.6

Действительно, уравнение (8.8) можно представить в виде формулы

$$I = a + bd,$$

где коэффициенты a и b при заданной температуре имеют постоянную величину; таким образом, эта формула представляет собой уравнение прямой линии.

Чем выше температура, тем больше коэффициент b , представляющий собой графически тангенс угла наклона прямой $I = f(d)$ при $t = \text{const}$ в прямоугольной системе координат. Легко видеть, что и в косоугольной Id – диаграмме с увеличением коэффициента b угол наклона изотерм $t = \text{const}$ возрастает.

На каждой изотерме находят точки с одним и тем же значением φ . Для этого из уравнения (8.3) находят значение p_n , соответствующее заданному значению φ , а затем из уравнения (8.7) находят соответствующее влагосодержание d .

Точки с одинаковым значением φ дают систему кривых $\varphi = \text{const}$. Кривая $\varphi = 1$ служит границей рабочей части диаграммы и на ней заканчиваются изотермы.

Линии $\varphi = \text{const}$ поднимаются до изотермы, соответствующей температуре насыщения при заданном барометрическом давлении (при

$p = 745 \text{ мм рт. ст. } t_{np} = 99,4^\circ\text{C}$), после чего круто, практически вертикально, поднимаются вверх. Действительно, при $t > t_{np}$ из формулы (8.4) получаем

$$p_n = j p.$$

Тогда для этого случая

$$d = 0,622 \frac{p_n}{p - p_n} = 0,622 \frac{j p}{p - j p} = 0,622 \frac{j}{1 - j},$$

или, решая полученное уравнение относительно φ , находим окончательно

$$j = \frac{d}{d + 0,622}. \quad (8.9)$$

Таким образом, при $t > t_{np}$ величина φ зависит только от влагосодержания и для заданного значения d остается постоянной, сколько бы ни повышалась температура.

Некоторое отклонение линии $\varphi = \text{const}$ от вертикали в области $t > t_{np}$ объясняется тем, что влажный воздух не строго подчиняется законам идеальных газов, на основе которых были получены все использованные выше соотношения.

Кроме этого, на Id – диаграмму наносится система линий постоянной температуры мокрого термометра.

8.5 Температура мокрого термометра

Если в потоке ненасыщенного влажного воздуха поместить небольшое количество воды с температурой большей, чем у воздуха, то она начнет охлаждаться по двум причинам. Во-первых, тепло будет передаваться от воды к воздуху вследствие наличия разности температур между ними. Во-вторых, ее тепло будет затрачиваться на испарение, которое обусловлено разностью парциальных давлений пара в слое, непосредственно прилегающем к поверхности воды, и в основной массе воздуха. В этом прилегающем слое воздух находится в насыщенном состоянии при той же температуре, что и вода, поэтому парциальное давление пара в нем будет больше давления насыщения, соответствующего температуре основной массы воздуха, и подавно будет больше парциального давления пара в ней, поскольку воздух ненасыщенный. Следовательно, пар из прилегающего к поверхности воды слоя будет диффундировать в поток воздуха, а убыль его будет восполняться испарением воды.

Когда температура воды сравнивается с температурой воздуха, теплообмен прекратится, но испарение будет продолжаться, поскольку парциальное давление пара в слое воздуха, прилегающем к поверхности воды, будет все же больше, чем в основной массе воздуха. Испарение будет происходить за счет внутренней энергии воды, поэтому температура ее будет продолжать уменьшаться.

Однако при этом возникают два фактора, замедляющие дальнейшее понижение температуры воды: во-первых, начнет снижаться парциальное давление пара в слое воздуха, прилегающем к поверхности воды; во-вторых, возникнет поток тепла от воздуха к воде, который по мере снижения температуры воды будет возрастать.

Очевидно, что когда вся убыль внутренней энергии воды, расходуемой на испарение, начнет восполняться теплом, получаемым от воздуха, дальнейшее снижение температуры воды прекратится и она принимает постоянное значение t_m , называемое *температурой мокрого термометра*.

Тема № 9

ТЕРМОДИНАМИКА ПОТОКА

9.1 Уравнение первого закона термодинамики для потока

В теплотехнической практике часто приходится иметь дело с процессами, имеющими место при прохождении потока рабочего тела через какой-либо теплотехнический аппарат. Сюда относятся процессы в различных двигателях (например, в паровых или газовых турбинах), в нагнетателях (например, в вентиляторах, дымососах, компрессорах), в каналах переменного сечения – соплах и диффузорах и, наконец, в различных теплообменниках.

Во всех этих случаях процессы протекают с конечными и иногда весьма высокими скоростями. Это противоречит условию обратимости, согласно которому процессы должны протекать бесконечно медленно. Тем не менее при термодинамическом исследовании потока принято считать, что в каждом его сечении рабочее тело находится в равновесном и не изменяющемся во времени состоянии, следовательно, переход тела из одного сечения в другое, бесконечно близкое к нему сечение, одновременно является переходом его из одного равновесного состояния в другое, бесконечно близкое к нему равновесное состояние. При таком условии процессы, протекающие при бесконечно малой разности температур, без трения и тепловых потерь, можно считать обратимыми.

Вначале рассмотрим наиболее общий случай, представленный схематически на рис. 9.1. Предположим, что поток рабочего тела поступает в какой-либо теплотехнический аппарат через входной канал с параметрами p_1, J_1, T_1 и скоростью w_1 на геометрической высоте H_1 от условного уровня отсчета. В самом аппарате рабочее тело получает от внешнего источника теплоту q и совершает над внешним объектом работу l_T , а затем покидает аппарат через выходной канал с параметрами p_2, J_2, T_2 и скоростью w_2 на высоте H_2 от того же уровня отсчета.

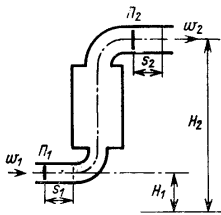


Рисунок 9.1

В аппарате протекает обратимый процесс, при котором внутренняя энергия рабочего тела изменяется на величину Δu и совершается работа изменения объема l , причем по первому закону

$$q = \Delta u + l. \quad (9.1)$$

Это выражение, относящееся к процессу в потоке, можно представить в другом виде на основе следующих соображений.

Работа изменения объема расходуется в четырех различных направлениях. Часть ее, называемая *работой проталкивания* l_n , затрачивается на преодоление действия внешних сил; другая часть, называемая *технической работой* l_T , совершается, как было сказано выше, над внешним объектом; третья часть обозначаемая l_k , затрачивается на изменение внешней кинетической энергии потока; наконец, четвертая часть её обозначаемая через $l_{ном}$, затрачивается на изменение внешней потенциальной энергии потока, связанное с изменением его геометрической высоты. Таким образом, уравнение первого закона термодинамики для потока в общем случае принимает вид

$$q = \Delta u + l_n + l_T + l_k + l_{ном}. \quad (9.1')$$

Определим работу потока против внешних сил. Для этого представим себе, что поток, проходящий через аппарат, отделен от остальной части его слева и справа условными невесомыми пластинками Π_1 и Π_2 . Тогда на пластинку Π_1 будет действовать внешняя сила $p_1 f_1$, а на пластинку Π_2 – внешняя сила $p_2 f_2$, где f_1 и f_2 – площади сечения входного и выходного каналов.

За то время, пока через аппарат проходит 1 кг рабочего тела, пластинка Π_1 смещается вправо на расстояние s_1 , а пластинка Π_2 – тоже вправо на расстояние s_2 . Это означает, что между начальным и конечным положениями пластинок помещается 1 кг рабочего тела, следовательно, $f_1 s_1 = J_1$, $f_2 s_2 = J_2$.

Работа перемещения пластинки Π_2 на расстояние s_2 , равная $p_2 f_2 s_2 = p_2 J_2$ и называемая *работой выталкивания* (поскольку она затрачивается на выталкивание 1 кг рабочего тела из аппарата), совершается рабочим телом против внешней силы $p_2 f_2$, следовательно, математически она положительна. Наоборот, работа перемещения пластинки Π_1 на расстояние s_1 , равная $p_1 f_1 s_1 = p_1 J_1$ и называемая *работой вталкивания* (поскольку она затрачивается на вталкивание 1 кг рабочего тела в аппарат), совершается внешней силой $p_1 f_1$ над рабочим телом, следовательно, математически она отрицательна.

Таким образом, суммарная работа потока против внешних сил, т. е. работа проталкивания, составляет

$$l_n = p_2 J_{21} - p_1 J_1. \quad (9.2)$$

Кинетическая энергия тела, обладающего массой M , кг, определяется его скоростью ω , м/сек, согласно известному из механики соотношению составляет $M\omega^2/2$, Дж, а применительно к 1 кг рабочего тела она равна

$\omega^2/2$, Дж/кг. Поэтому работа, затраченная на изменение внешней кинетической энергии потока в аппарате, составляет

$$l_k = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}. \quad (9.3)$$

Вес тела, обладающего массой M , кг, составляет Mg , Н, где g , м/сек² – ускорение свободного падения, а применительно к массе в 1 кг он равен g , Н/кг. Поэтому внешняя потенциальная энергия тела с массой 1 кг, находящегося на геометрической высоте H , равна gH , Дж/кг, а работа, затраченная на изменение потенциальной энергии потока в аппарате, составляет

$$l_{nom} = g(H_2 - H_1). \quad (9.4)$$

В связи с этим уравнение первого закона термодинамики для потока в развернутой форме принимает вид

$$q = u_2 - u_1 + (p_2 J_2 - p_1 J_1) + l_T + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(H_2 - H_1). \quad (9.5)$$

Учитывая, что сумма $u + pJ$ представляет собой энтальпию рабочего тела i и, следовательно,

$$u_2 - u_1 + (p_2 J_2 - p_1 J_1) = i_2 - i_1,$$

общее уравнение первого закона термодинамики для потока можно представить и в таком виде

$$q = i_2 - i_1 + l_T + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(H_2 - H_1). \quad (9.6)$$

Сопоставив эту форму уравнения первого закона термодинамики для потока с другой его формой

$$q = i_2 - i_1 - \int_{p_1}^{p_2} J dp, \quad (9.7)$$

которая легко получается из исходного уравнения (9.1), совершенно аналогично тому, как это было выполнено в п 1.6 для процесса изменения состояния неподвижного рабочего тела, получаем

$$l_T + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(H_2 - H_1) = - \int_{p_1}^{p_2} J dp. \quad (9.8)$$

В pJ – диаграмме рассмотренного процесса (рис. 9.2) интеграл пра-

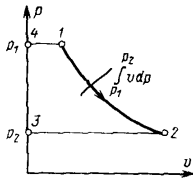


Рисунок 9.2

вой части этого уравнения изображается площадью 1-2-3-4-1, которая, таким образом, представляет собой часть работы изменения объема рабочего тела, которую можно было бы полезно использованной на совершение технической работы и на изменение внешней энергии потока, а потому часто называемую *располагаемой работой* (остальная часть, равная работе проталкивания, как очевидно, полезно использованной быть не может).

Изложенное показывает, что в уравнении (9.7.), полученном для потока, интеграл в правой части имеет вполне конкретный физический смысл. Вместе с тем, как уже было отмечено в п 1.6, в совершенно аналогичном по форме уравнении для неподвижного рабочего тела он лишен такого физического содержания и представляет собой просто абстрактную математическую величину.

В этом легко убедиться, рассмотрев, например, изохорное охлаждение рабочего тела в каком-либо сосуде с постоянным объемом (рис. 9.3). Действительно, в этом случае

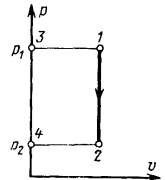


Рисунок 9.3

$$- \int_{p_1}^{p_2} J dp = J(p_1 - p_2) = nvl - 2 - 3 - 4 - 1,$$

т. е. указанный интеграл нулю не равен, хотя никакой работы газом не совершается и изменения его внешней энергии не происходит.

В связи с этим, рассматривая какой-либо процесс в pJ – диаграмме, непременно следует уточнить, находится ли рабочее тело в неподвижном состоянии или в движении.

9.2 Техническая работа потока

При рассмотрении процессов преобразования энергии потока в различных теплотехнических аппаратах особый интерес представляют два частных случая. В первом из них назначением процесса является совершение технической работы, изменения же кинетической энергии потока не происходит. Во втором случае, наоборот, техническая работа не совершается, но происходит изменение кинетической энергии потока. При этом в обоих случаях изменение внешней потенциальной энергии несущественно и им можно пренебречь.

Задачей данного параграфа является рассмотрение первого случая, второй же случай рассматривается в § 9.5 и далее.

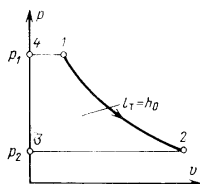
Итак, представим себе аппарат, назначением которого является совершение технической работы. Движение потока рабочего тела через аппарат предположим горизонтальным, тогда не будет изменяться внешняя потенциальная энергия его. На входе в аппарат и на выходе из него скорости потока имеют конечные значения, однако они настолько несущественны, что ими можно пренебречь, считая, что $\omega_1 = \omega_2 = 0$. Такая идеализация вполне допустима и широко используется при теоретическом анализе работы турбин и компрессоров.

В этом случае уравнение первого закона термодинамики для потока принимает вид

$$q = i_2 - i_1 + l_T, \quad (9.9)$$

где

$$l_T = - \int_{p_1}^{p_2} J dp.$$



Это равенство показывает, что в данном случае площадь $1-2-3-4-1$, заключенная между линией процесса в аппарате $1-2$ (рис. 9.4) и осью ординат, изображает собой только техническую работу потока.

Рисунок 9.4

Очевидно, что техническая работа может быть и положительной, и отрицательной. Если давление в аппарате понижается, (как, например, в турбине), то

$dp < 0$, следовательно, $-\int_{p_1}^{p_2} J dp > 0$, т.е. техническая работа положи-

тельна. Это означает, что она совершается потоком над внешним объектом. Если, наоборот, давление в аппарате повышается (как, например, в компрессоре), то $dp > 0$, следовательно, $-\int_{p_1}^{p_2} J dp < 0$, т.е. техническая работа отрицательна. Это означает, что она совершается внешним двигателем над потоком. Наконец, может быть и такой случай, когда давление в аппарате остается неизменным. Этот случай имеет место при рассмотрении процесса нагревания или охлаждения потока в теплообменнике. Естественно, что при этом техническая работа вообще не совершается, что и подтверждает равенство $\int_{p_1}^{p_2} J dp = 0$, имеющее место при $dp = 0$.

Следует заметить, что, если не считать теплообменников, теплота q в балансе энергии потока играет существенную роль лишь в тех случаях, когда теплообмен между потоком и окружающей средой организуется специально (как, например, при охлаждении стенок компрессора проточной водой). В большей же части, идеализируя работу аппарата, происходящий в нем процесс можно считать адиабатным. Тогда уравнение (9.9) принимает совсем простой вид

$$i_2 - i_1 + l_T, l_T = i_1 - i_2. \quad (9.10)$$

Таким образом, при адиабатном расширении потока техническая работа совершается им исключительно за счет снижения энтальпии и площадь фигуры 1-2-3-4-1 (рис. 9.4) в этом случае, будучи равной технической работе потока, одновременно равна и разности энтальпии $i_1 - i_2$, которая обозначается буквой h_0 и называется *располагаемым теплопадением*.

Смысл этого названия состоит в том, что величина h_0 соответствует тому максимуму технической работы, который может быть получен лишь в идеальном аппарате, а фактически из-за неизбежных потерь, связанных с необратимостью процесса, никогда не достигается.

Изложенное выявляет роль энтальпии потока в совершении им технической работы и наглядно иллюстрирует ее физический смысл.

По аналогии с механикой ее можно представить себе как термодинамический потенциал потока, убыль которого в обратимом адиабатном процессе расширения строго соответствует по величине технической работе, совершаемой этим потоком. В связи с этим энтальпию по тока иногда называют потенциальной энергией потока (не включая, конечно, в это понятие внешней потенциальной энергии его).

9.3 Работоспособность (эксергия) потока

Предположим, что поток рабочего тела перед аппаратом, предназначенным для получения технической работы, характеризуется параметрами p_1 и T_1 , а окружающая среда имеет параметры p_0 и T_0 , причем $p_1 > p_0, T_1 > T_0$. Таким образом поток и окружающая среда образуют неравновесную систему, способную совершать работу.

Чтобы оценить работоспособность этой системы, будем считать, что работа над внешним объектом совершается без подвода тепла извне или отвода его вовне, т. е. что данная система термически изолирована. Следовательно, можно говорить о технической работе, совершаемой данной системой над внешним объектом, от которого она также термически изолирована.

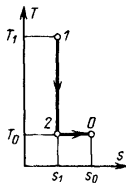
Выясним условия, при которых эта работа будет иметь максимально возможную величину.

Первым условием является осуществление в аппарате такого процесса, по завершении которого рабочее тело приходит в состояние теплового и механического равновесия с окружающей средой, т. е. его давление снижается до p_0 , а температура – до T_0 .

Вторым условием является нулевая скорость потока на выходе из аппарата, ибо, чем больше будет эта скорость, тем меньшая доля располагаемой энергии потока перейдет в техническую работу. Чтобы вообще исключить из рассмотрения кинетическую энергию, следует и начальную скорость потока принять равной нулю.

Наконец, третьим условием является обратимость осуществляемого в аппарате процесса, ибо наличие каких бы то ни было необратимых изменений в системе связано с деградацией ее энергии и, следовательно, уменьшает ее работоспособность.

Учитывая, что единственным располагаемым источником теплоты в данной системе является окружающая среда, обратимый переход рабочего тела из начального состояния в конечное возможен лишь при том условии, что любое изменение температуры осуществляется адиабатно, а какой бы то ни было теплообмен происходит только изотермически при температуре T_0 .



Так, если рабочим телом является газ, то единственно возможным путем обратимого перехода его из состояния 1 в состояние 0 (рис. 9.5) является адиабатное расширение $1-2$ с понижением температуры от T_1 до T_0 , а затем изотермическое расширение $2-0$ с понижением давления до p_0 . Если точка 0 располагается не справа от адиабаты $1-2$, а слева, то вторым процессом будет изотермическое сжатие, что, однако,

сущности дела не меняет.

Рисунок 9.5

Если рабочим телом является водяной пар, то, учитывая, что изобарные процессы испарения и конденсации являются одновременно и изотермическими, единственно возможным путем обратимого перехода рабочего тела в состояние теплового и механического равновесия с окружающей средой здесь является адиабатное расширение до глубокого вакуума по линии $1-2$ с понижением температуры до T_0 , затем изобарно-изотермическая конденсация пара по линии $2-3$ и, наконец, изотермическое сжатие воды по линии $3-0$ с повышением давления ее до p_0 (рис. 9.6).

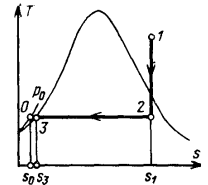


Рисунок 9.6

Определим максимальную техническую работу потока в обоих рассмотренных случаях.

В первом случае (рис. 9.5) аппарат состоит из газовой турбины (или поршневого газового двигателя) с идеальной тепловой изоляцией стенок, в которой осуществляется адиабатное расширение газа по линии $1-2$, и другого двигателя, стенки которого обладают идеальной теплопроводностью, в котором происходит изотермическое расширение газа по линии $2-0$ (если точка 0 лежит левее адиабаты $1-2$, то вторым элементом аппарата должен быть компрессор с идеально теплопроводными стенками).

В соответствии с формулой (9.10) для адиабатного процесса $1-2$ имеем

$$q_{1-2} = (i_2 - i_1) + l_{T(1-2)} = 0$$

или

$$l_{T(1-2)} = i_1 - i_2.$$

В соответствии с формулой (9.9) для процесса 2-0

$$q_{2-0} = (i_0 - i_2) + l_{T(2-0)}$$

или

$$l_{T(2-0)} = i_2 - i_0 + q_{2-0}.$$

Учитывая, что процесс 2-0 изотермический и протекает при температуре T_0 , имеем

$$q_{2-0} = T_0(s_0 - s_2),$$

т.е.

$$l_{T(2-0)} = (i_2 - i_0) + T_0(s_0 - s_2).$$

Тогда суммарная техническая работа потока, которая и является искомой максимальной работой всего процесса в целом, составит

$$l_{T(1-0)}^{MAX} = l_{T(1-2)} + l_{T(2-0)} = (i_1 - i_2) + (i_2 - i_0) + T_0(s_0 - s_2) = i_1 - i_0 - T_0(s_2 - s_0).$$

Учитывая, что $s_2 = s_1$, имеем окончательно

$$l_{T(1-0)}^{MAX} = i_1 - i_0 - T_0(s_1 - s_0).$$

Во втором случае (рис. 9.6) аппарат состоит из паровой турбины (или поршневой машины) с идеальной тепловой изоляцией стенок, в которой происходит адиабатное расширение пара до глубокого вакуума, соответствующего температуре T_0 (по линии 1-2), конденсатора с идеально теплопроводными стенками, в котором происходит изобарно-изотермическая конденсация пара по линии 2-3, и, наконец, насоса с идеально-теплопроводными стенками, в котором осуществляется изотермическое повышение давления воды до p_0 .

Уравнение баланса энергии для процесса 1-2 имеет тот же вид, что и в первом случае, т. е.

$$q_{1-2} = i_2 - i_1 + l_{T(1-2)} = 0$$

или

$$l_{T(1-2)} = i_1 - i_2.$$

Соответственно для процесса 2-3 имеем

$$q_{2-3} = i_3 - i_2 + l_{T(2-3)} = T_0(s_3 - s_2).$$

Поскольку $l_{T(2-3)} = 0$, т.к. при изобарном процессе поток технической работы не совершает, а процесс 2-3 не только изотермический, но и изобарный, имеем

$$i_3 - i_2 = T_0(s_3 - s_2) \text{ или } i_2 - i_3 = T_0(s_2 - s_3).$$

Наконец, для процесса 3-0 имеем

$$q_{3-0} = i_0 - i_3 + l_{T(3-0)} = T_0(s_0 - s_3)$$

или

$$l_{T(3-0)} = (i_3 - i_0) + T_0(s_0 - s_3) = i_3 - i_0 - T_0(s_3 - s_0).$$

Тогда максимальная техническая работа всего процесса 1-0 в целом составит:

$$\begin{aligned} l_{T(1-0)}^{\text{макс}} &= l_{T(1-2)} + l_{T(2-3)} + l_{T(3-0)} = i_1 - i_2 + 0 + i_3 - i_0 - T_0(s_3 - s_0) = i_1 - i_0 \\ &- (i_2 - i_3) - T_0(s_3 - s_0) = i_1 - i_0 - T_0(s_2 - s_3) - T_0(s_3 - s_0) = i_1 - i_0 - T_0(s_2 - s_0) \end{aligned}$$

или окончательно, поскольку $s_2 = s_1$,

$$l_{T(1-0)}^{\text{макс}} = i_1 - i_0 - T_0(s_1 - s_0).$$

В обоих случаях получено одинаковое выражение для максимальной работы потока, отнесенной к 1 кг рабочего тела, иначе говоря, для удельной работоспособности потока. Эта величина называется *эксергией потока*. Обозначая ее буквой e получаем в общем виде выражение для эксергии потока при параметрах рабочего тела p и T :

$$e = i - i_0 - T_0(s - s_0), \quad (9.11)$$

где i_0 и s_0 – энтальпия и энтропия рабочего тела при состоянии теплого и механического равновесия с окружающей средой.

Эксергия потока имеет простую графическую интерпретацию, поскольку в $p-v$ диаграмме она изображается площадью.

Если рабочим телом является газ, то в зависимости от того, лежит ли точка 0 левее или правее адиабаты 1-2, график обратимого процесса 1-0 и соответственно этому эксергия потока изображаются по-разному.

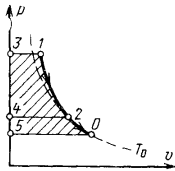


Рисунок 9.7

сумму указанных площадей.

Во втором случае (рис. 9.8) техническая работа процесса 1-2 положительна и изображается площадью 1-2-5-3-1, техническая работа процесса 2-0 отрицательна и изображается площадью 2-0-4-5-2, следовательно, эксергия потока изобразится заштрихованной площадью 1-2-0-4-3-1, представляющей собой разность этих площадей.

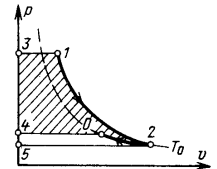


Рисунок 9.8

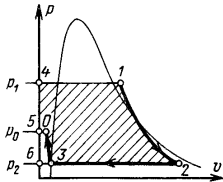


Рисунок 9.9

Если рабочим телом является водяной пар (рис. 9.9), то техническая работа процесса 1-2 положительна и изображается площадью 1-2-6-4-1, техническая работа процесса 2-3 равна нулю, а техническая работа процесса 3-0 отрицательна и изображается площадью 0-5-6-3-0, следовательно, эксергия потока изобразится заштрихованной площадью 1-2-3-0-5-4-1, представляющей собой разность указанных площадей.

Следует еще раз подчеркнуть, что все вышеизложенное относится к тому случаю, когда рабочее тело в исходном состоянии (т. е. перед аппаратом) находится в состоянии покоя (начальная скорость потока ω_1) была принята равной нулю). Поэтому при заданных параметрах окружающей среды эксергия потока исчерпывающе характеризует работоспособность самого рабочего тела в рамках ограничений, накладываемых на тепломеханические процессы первым и вторым законами термодинамики.

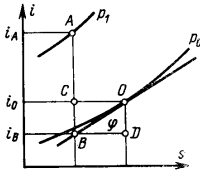


Рисунок 9.10

Особенно удобно определять эксергию e с помощью is -диаграммы, в которой она изображается отрезком прямой (рис. 9.10).

Действительно, для изобары $p_o = const$

$$dq = Tds = di$$

поэтому

$$\frac{di}{ds} = T.$$

Следовательно, в точке O , для которой $T = T_0$

$$tgj = \frac{di}{ds} = T_0.$$

С другой стороны,

$$tgj = \frac{OD}{BD} = \frac{i_0 - i_B}{s_0 - s_A},$$

следовательно,

$$i_0 - i_B = tgj (s_0 - s_1) = T_0(s_0 - s_A).$$

Тогда эксергия потока, параметры которого характеризуются точкой A , составит

$$e_A = i_A - i_0 - T_0(s_A - s_0) = i_A - i_0 + T_0(s_0 - s_A) = AC + CB = AB,$$

т. е. она изображается длиной отрезка вертикальной прямой от точки A до пересечения с касательной к изобаре, проведенной через точку O , характеризующую состояние равновесия потока с окружающей средой.

Указанная касательная называется прямой окружающей среды. Нанеся ее на i_s -диаграмму, мы получим возможность весьма просто определять эксергию потока при любых параметрах рабочего тела.

Рассмотрим вопрос об изменении эксергии потока в обратимых процессах, не завершающихся установлением теплового и механического равновесия между рабочим телом и окружающей средой.

Поскольку в таких процессах всегда имеет место конечная разность температур между рабочим телом и окружающей средой, единственно возможными обратимыми процессами такого рода могут быть лишь процессы адиабатного расширения или сжатия. Для этих процессов, как установлено выше,

$$l_T = i_1 - i_2.$$

С другой стороны, значения начальной и конечной эксергии потока составляют

$$e_1 = i_1 - i_0 - T_0(s_1 - s_0), \quad e_2 = i_2 - i_0 - T_0(s_2 - s_0),$$

а с учетом того, что для адиабатного процесса $s_2 = s_1$,

$$e_2 = i_2 - i_0 - T_0(s_1 - s_0).$$

Тогда, изменение эксергии в процессе

$$\Delta e = e_2 - e_1 = i_2 - i_0 - T_0(s_1 - s_0) - i_1 + i_0 + T_0(s_1 - s_0) = i_2 - i_1.$$

Таким образом, в обратимых процессах адиабатного расширения или сжатия

$$\Delta e = -l_T \quad \text{или} \quad e_1 - e_2 = l_T, \quad (9.12)$$

т. е. бесполезной потери эксергии нет. В обратимых процессах расширения эксергия потока полностью затрачивается на совершение технической работы, в обратимых процессах сжатия вся техническая работа полностью затрачивается на увеличение эксергии потока.

9.4 Потеря эксергии потока в необратимых процессах

Предположим, что при прохождении потока рабочего тела через аппарат проходит произвольный процесс 1-2, причем как начальные, так и конечные параметры рабочего тела p_1, T_1 и p_2, T_2 отличаются от параметров окружающей среды p_0, T_0 .

В общем случае в этом процессе имеет место подвод тепла к рабочему телу, а поскольку поток вместе с окружающей средой образует термически изолированную систему, это тепло может быть получено телом только от окружающей среды. Температура окружающей среды T_0 не изменяется, поэтому теплообмен происходит при конечной разности температур и процесс принципиально необратим.

При отводе тепла q_{oc} от окружающей среды ее энтропия (отнесенная к 1 кг рабочего тела) уменьшается от s_{01} до s_{02} . поэтому отводимое тепло составляет

$$q_{oc} = T_0 (s_{02} - s_{01})$$

и, очевидно, будет величиной отрицательной.

В то же время по отношению к рабочему телу это тепло будет теплом подводимым, поэтому в уравнение баланса энергии потока оно входит как величина положительная, т. е.

$$q = -T_0 (s_{02} - s_{01}).$$

Тогда техническая работа потока в процессе составит

$$l_T = i_1 - i_2 + q = i_1 - i_2 - T_0 (s_{02} - s_{01})$$

При подводе теплоты к рабочему телу его энтропия увеличивается от s_1 до s_2 , а поскольку процесс 1-2 необратим, суммарная энтропия системы возрастает, т. е.

$$s_{02} - s_{01} + (s_2 - s_1) > 0$$

или

$$s_{02} - s_{01} = s_1 - s_2 + \Delta s .$$

При этом уравнение баланса энергии потока принимает вид

$$l_T = i_1 - i_2 - T_0(s_1 - s_2 + \Delta s) = i_1 - i_2 - T_0(s_1 - s_2) - T_0\Delta s$$

$$\text{или } l_T = e_1 - e_2 - T_0\Delta s \quad (9.13)$$

Сравнивая полученное выражение с аналогичным выражением для технической работы обратимого процесса (9.12), можно сделать вывод, что в необратимых процессах происходит потеря эксергии потока и величина этой потери равна произведению абсолютной температуры окружающей среды на увеличение энтропии системы, обусловленное необратимостью процесса.

Это положение вместе с аналогичным выводом, полученным ранее применительно к эксергии тепла, и составляет сущность теоремы Гуй–Стодолы.

В заключение отметим следующее существенное обстоятельство. Выше было показано, что формула (9.11) характеризует техническую работоспособность самого рабочего тела независимо от того, движется ли оно в потоке или находится в состоянии покоя. Существенно лишь то, что оно не находится в равновесии с окружающей средой и образует с ней термически изолированную систему.

Поэтому термин «эксергия потока» вполне правомерно может быть заменен термином «эксергия рабочего тела», что обычно и практикуется в современных методах термодинамического анализа энергетических установок.

9.5 Адиабатное течение газов в каналах

Выше был подробно рассмотрен тот случай, когда энергия потока используется только для совершения технической работы. Не меньший интерес представляет и противоположный случай, когда поток движется в канале переменного сечения без совершения технической работы. Если при этом геометрическая высота центров тяжести сечений канала не изменяется, то общее выражение (9.8) принимает вид

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = - \int_{p_1}^{p_2} J dp \quad (9.14)$$

или в дифференциальной форме

$$w dw = -J dp \quad (9.15)$$

Полученное соотношение показывает, что изменение скорости потока в канале всегда обратно по знаку изменению давления, т. е. если давление рабочего тела в канале уменьшается, то скорость его увеличивается, и наоборот, если давление увеличивается, то скорость уменьшается. Это соотношение в принципе справедливо для любого обратимого процесса, однако, в дальнейшем рассматривается тот частный случай, когда теплообмен между потоком рабочего тела и окружающей средой отсутствует и, следовательно, в канале происходит адиабатный процесс изменения состояния рабочего тела. При этом условии понижение давления рабочего тела неизменно сопровождается расширением его, а повышение давления – сжатием.

Каналы переменного сечения, в которых происходит расширение рабочего тела и скорость рабочего тела увеличивается, называются соплами. Сопла широко применяются в технике, в частности они являются неотъемлемым элементом конструкции паровых и газовых турбин, а также реактивных двигателей. Используются они и для получения высокоскоростных газовых и паровых струй ударного действия (например, в обдувочных аппаратах).

Каналы, в которых происходит обратный процесс и за счет уменьшения кинетической энергии потока производится сжатие рабочего тела, следовательно, давление его повышается, называются диффузорами. Диффузоры также широко применяются в технике, например в насосах, вентиляторах, струйных аппаратах и других нагнетателях, а также являются существенным элементом конструкции реактивных двигателей.

Основой для вывода общих закономерностей движения рабочего тела в соплах и диффузорах является уравнение неразрывности потока

$$M = \frac{f w}{J} = const, \quad (9.16)$$

где M – массовый расход рабочего тела;

f – площадь произвольного сечения канала.

Это уравнение показывает, что при стационарном режиме движения потока расход газа во всех сечениях канала одинаков. Логарифмируя его, получаем

$$\ln f + \ln w - \ln J = \text{const},$$

а после дифференцирования

$$\frac{df}{f} + \frac{dw}{w} - \frac{dJ}{J} = 0. \quad (9.17)$$

Полученное выражение является уравнением неразрывности потока в дифференциальной форме. Преобразуем его применительно к тому случаю, когда рабочим телом является идеальный газ, для которого справедливо уравнение состояния (2.3) и все вытекающие из него закономерности.

Так, логарифмируя уравнение адиабаты (4.14), получаем

$$\ln p + k \ln J = \text{const},$$

а после дифференцирования

$$\frac{dp}{p} + k \frac{dJ}{J} = 0,$$

откуда

$$\frac{dJ}{J} = -\frac{dp}{kp}.$$

С другой стороны, разделив на ω^2 соотношение (9.15), получим

$$\frac{dw}{w} = -\frac{J}{w^2} dp.$$

Подставляя полученное выражение в уравнение неразрывности потока (9.17), находим

$$\frac{df}{f} = \frac{dJ}{J} - \frac{dw}{w} = -\frac{dp}{kp} + \frac{J}{w^2} dp$$

$$\text{или } \frac{df}{f} = \frac{kpJ - w^2}{kpw^2} dp.$$

Из физики известно, что скорость распространения звука в газовой среде выражается формулой

$$a = \sqrt{kpJ}, \quad (9.18)$$

следовательно, произведение kpJ в правой части полученного равенства представляет собой квадрат местной скорости звука в произвольном сечении канала. Тогда

$$\frac{df}{f} = \frac{a^2 - w^2}{kpw^2} dp. \quad (9.19)$$

Весьма наглядной характеристикой" состояния потока в любом сечении канала является отношение его скорости в данном сечении w к местной скорости звука a . Это отношение называется *числом Маха* и обозначается буквой M . Значения $M < 1$ соответствуют движению потока с дозвуковыми скоростями, а значения $M > 1$ – со сверхзвуковыми скоростями.

Вводя число Маха в уравнение (9.19), получаем окончательно

$$\frac{df}{f} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{M^2} - 1 \right) \frac{dp}{p}. \quad (9.20)$$

Данное выражение устанавливает зависимость изменения давления от геометрической формы канала и показывает, что при дозвуковых скоростях ($M < 1$) для понижения давления ($dp < 0$) канал должен суживаться, а для повышения его – расширяться; при движении потока со сверхзвуковыми скоростями ($M > 1$) картина получается обратной: чтобы давление понижалось, канал должен расширяться, для повышения давления – наоборот, суживаться.

Рассмотренное показывает, что изменение давления и скорости потока создается противоположным воздействием геометрической формы канала на поток в зависимости от того, происходит ли движение его в дозвуковой или сверхзвуковой области. Это положение носит название *закона геометрического обращения воздействия*.

Физическое истолкование этого закона и приложение его к расчету сопел и диффузоров содержатся в следующих двух параграфах.

9.6 Истечение газов через суживающиеся сопла

Поскольку назначением сопла является преобразование потенциальной энергии рабочего тела в кинетическую, для анализа происходящего в

нем процесса начальная скорость потока является несущественной и можно принять $\omega_1 = 0$. Тогда уравнение первого закона термодинамики при адиабатном истечении рабочего тела через сопло принимает вид

$$l_k = \frac{w_0^2}{2} = - \int_{p_1}^{p_2} J dp = i_1 - i_2, \quad (9.21)$$

где w_0 – теоретическая скорость, потока в выходном сечении сопла;

p_1 – начальное давление рабочего тела;

p_2 – давление среды, в которую, происходит истечение.

Как видно из закона геометрического обращения воздействия, это уравнение справедливо для суживающихся сопел в таком диапазоне давлений, при котором скорость истечения остается меньшей, чем местная скорость звука в выходном сечении сопла, или, в крайнем случае, достигает ее.

Разность энтальпий $i_1 - i_2$ при истечении через сопла также называется располагаемым теплопадением: и обозначается через h_0 . Она соответствует тому максимуму кинетической энергии, который может быть получен лишь в идеальных условиях истечения, а фактически из-за неизбежных потерь, связанных с необратимостью процесса, никогда не достигается.

Как и техническая работа адиабатного потока в идеальном двигателе (когда $\omega_1 = \omega_2 = 0$), располагаемое теплопадение в данном случае (когда $l_T = 0$) изображается в $p-v$ – диаграмме площадью, расположенной между линией адиабатного расширения тела в сопле 1-2 и осью ординат (рис. 9.11).

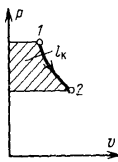


Рисунок 9.11

Исходя из равенства $w_0^2 / 2 = h_0$, теоретическую скорость истечения рабочего тела через сопло в рассматриваемом случае можно определить по формуле

$$w_0 = \sqrt{2h_0} = 1,41\sqrt{h_0}, \quad \text{м/сек.} \quad (9.22)$$

Здесь h_0 выражено в Дж/кг. Если его выразить в кДж/кг, то формула принимает вид

$$w_0 = \sqrt{2 \cdot 1000 h_0} = 44,72\sqrt{h_0}, \quad \text{м/сек} \quad (9.23)$$

Это соотношение справедливо для любого рабочего тела. Ограничиваясь же рассмотрением идеальных газов, подчиняющихся уравнению состояния (2.3) и всем вытекающим из него закономерностям, мы получаем формулу для теоретической скорости истечения в ином виде. В самом деле

$$h_0 = i_1 - i_2 = u_1 - u_2 + (p_1 J_1 - p_2 J_2),$$

а поскольку для идеального газа при адиабатном процессе

$$u_1 - u_2 = \frac{1}{k-1} (p_1 J_1 - p_2 J_2),$$

о получаем

$$i_1 - i_2 = \frac{1}{k-1} (p_1 J_1 - p_2 J_2) + (p_1 J_1 - p_2 J_2) = \frac{k}{k-1} (p_1 J_1 - p_2 J_2).$$

Тогда

$$w_0 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} (p_1 J_1 - p_2 J_2)} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 J_1 \left(1 - \frac{p_2 J_2}{p_1 J_1}\right)}.$$

Основной характеристикой процесса истечения является отношение конечного давления к начальному, т.е. величина

$$n = \frac{p_2}{p_1}. \quad (9.25)$$

Выразим теоретическую скорость истечения w_0 как функцию величины n . Для этого выполним следующие преобразования

$$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/k} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{-1/k} = n^{-1/k}$$

$$\frac{p_2 J_2}{p_1 J_1} = n \cdot n^{-1/k} = n^{1-1/k} = n^{\frac{k-1}{k}}.$$

Тогда

$$w_0 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 J_1 \left(1 - n^{\frac{k-1}{k}} \right)}, \text{ м/сек (9.26)}$$

Обозначив площадь выходного сечения канала через f_2 , в соответствии с (9.16) получим

$$M = \frac{f_2 w_0}{J_2}, \text{ кг/сек, (9.27)}$$

или

$$M = f_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{J_1} \frac{J_1^2}{J_2^2} \left(1 - n^{\frac{k-1}{k}} \right)}.$$

Далее

$$\begin{aligned} \left(\frac{J_1}{J_2} \right)^2 &= \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} = n^{\frac{2}{k}} \\ \left(\frac{J_1}{J_2} \right)^2 \cdot \left(1 - n^{\frac{k-1}{k}} \right) &= n^{\frac{2}{k}} - n^{\frac{2}{k} + \frac{k-1}{k}} = n^{\frac{2}{k}} - n^{\frac{k+1}{k}} \end{aligned}$$

тогда

$$M = f_2 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{J_1} \left(n^{\frac{2}{k}} - n^{\frac{k+1}{k}} \right)}, \text{ кг/сек (9.28)}$$

Анализ данного выражения показывает, что при $n = p_2 / p_1 = 1$, т.е. когда $p_2 = p_1$, расход газа $M = 0$, т.е. истечение газа не происходит. При уменьшении v расход газа возрастает, но при $v = 0$ он опять становится нулевым.

Математически это объясняется тем, что при $p_2 = 0$, удельный объем газа $J_2 = \infty$, скорость же истечения остается конечной. Действительно, если в формулу (9.26) подставить $v = 0$, то получим

$$w_0 = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 J_1}.$$

Очевидно, что сопло ограниченного сечения не может пропустить с конечной скоростью газ, имеющий бесконечно большой удельный объем. Из формулы (9.27) для этого случая получаем $M = 0$.

Из сказанного вытекает, что при некотором значении $1 > n > 0$ расход газа M достигает максимума. Чтобы найти значение n , соответствующее этому максимуму, следует приравнять нулю первую производную функции

$$y = n^{\frac{2}{k}} - n^{\frac{k+1}{k}},$$

т.е.

$$\frac{dy}{dn} = \frac{2}{k} n^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k+1}{k} n^{\frac{k+1}{k}-1} = 0$$

или

$$\frac{2}{k} n^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} n^{\frac{1}{k}} = 0.$$

Для решения этого уравнения относительно n разделим его на величину

$$\frac{k+1}{k} n^{\frac{2-k}{k}},$$

после чего получим

$$\frac{2}{k} \frac{k}{k+1} - n^{\frac{1}{k} - \frac{2-k}{k}} = 0$$

или, после сокращения

$$\frac{2}{k+1} - n^{\frac{k-1}{k}} = 0,$$

откуда

$$n = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Значение v , при котором расход газа достигает максимума, называется критическим и обозначается через $v_{кр}$. Таким образом,

$$n_{кр} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (9.29)$$

Как и показатель адиабаты, величина $v_{кр}$ является физической константой газа, т.е. одной из характеристик его физических свойств.

В действительности после достижения максимума расхода газа с уменьшением v не уменьшается, как это вытекает из формулы (9.28), а остается постоянным (рис. 9.12). Физическое объяснение этому дано ниже.

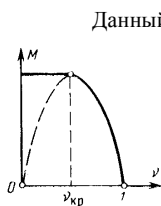


Рисунок 9.12

Данный анализ показывает, что при уменьшении давления газа за соплом p_2 (при неизменном давлении p_1) расход газа сначала увеличивается, а затем, когда за соплом устанавливается критическое давление $p_{кр} = n_{кр} p_1$, увеличение расхода газа прекращается и, как бы ни уменьшалось давление p_2 , в выходном сечении будет иметь место постоянное давление $p_{кр}$. Расширение газа, связанное с понижением давления от $p_{кр}$ до p_2 , будет происходить уже вне сопла и потому не дает дополнительного возрастания скорости. Освобождающаяся при этом энергия будет затрачиваться на завихрения вокруг газовой струи.

Таким образом, если $n < n_{кр}$, то при истечении газа из суживающегося сопла имеет место потеря энергии, бесполезно рассеиваемой в пространстве за соплом. Нетрудно видеть, что эта потеря в pJ -диаграмме (рис. 9.13) при расширении газа по линии 1-2 изображается

площадью, расположенной под изобарой $p_{кр}$, кинетическая же энергия выходящей из сопла струи изображается заштрихованной площадью над этой изобарой.

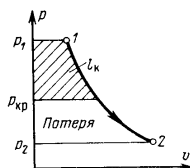


Рисунок 9.13

Соответствующая этому случаю скорость истечения называется критической скоростью. Значение ее можно получить из формулы (9.26)

$$w_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 J_1 \left(1 - n_{кр}^{\frac{k-1}{k}} \right)}.$$

Подставим сюда значение $v_{кр}$ из формулы (9.29), выполнив одновременно следующие преобразования

$$\begin{aligned} n_{кр}^{\frac{k-1}{k}} &= \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{2}{k+1} \\ 1 - n_{кр}^{\frac{k-1}{k}} &= 1 - \frac{2}{k+1} = \frac{k+1-2}{k+1} = \frac{k-1}{k+1} \end{aligned}$$

Тогда получим

$$w_{кр} = \sqrt{2 \frac{k}{k-1} p_1 J_1 \frac{k-1}{k+1}} = \sqrt{2 \frac{k}{k+1} p_1 J_1}, \text{ м/сек.}$$

Найдем зависимость между величиной $\omega_{кр}$ и параметрами газа

в выходном сечении $p_{кр}$ и $v_{кр}$, выразив через них произведение $p_1 J_1$.

При адиабатном истечении

$$\begin{aligned} \frac{J_1}{J_{кр}} &= \left(\frac{p_{кр}}{p_1} \right)^{1/\kappa} = n_{кр}^{1/\kappa}; \\ J_1 &= J_{кр} n_{кр}^{1/\kappa} = J_{кр} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = J_{кр} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}; \\ \frac{p_{кр}}{p_1} &= n_{кр}^\kappa; p_1 = p_{кр} n_{кр}^{-1} = p_{кр} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}} \end{aligned}$$

Тогда

$$p_1 J_1 = p_{кр} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{-\frac{\kappa}{\kappa - 1}} J_{кр} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} = p_{кр} J_{кр} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1} - \frac{\kappa}{\kappa - 1}} = p_{кр} J_{кр} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{-1}$$

и

$$w_{кр} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa + 1} p_{кр} J_{кр} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{-1}} = \sqrt{\kappa p_{кр} J_{кр}} \cdot (9.30)$$

Полученная формула показывает, что критическая скорость истечения газа из сопла равна скорости распространения звуковой волны в этом газе при его параметрах $p_{кр}$ и $v_{кр}$, т. е. местной скорости звука в выходном сечении сопла.

В этом содержится физическое объяснение тому, что при снижении внешнего давления p_2 ниже $p_{кр}$, скорость истечения не изменяется, а остается равной $\omega_{кр}$.

Действительно, если $p_2 > p_{кр}$, то $\omega < \omega_{кр}$ или $\omega < a$ и всякое понижение давления p_2 передается вдоль сопла в направлении, обратном движению потока, со скоростью $a - \omega$. При этом происходит перераспределение давлений и скоростей по всей длине сопла: в каждом промежуточном сечении устанавливается новая скорость, соответствующая большему расходу газа. Если же p_2 снизится до $p_{кр}$, то дальнейшее понижение его уже не сможет распространяться вдоль сопла, поскольку скорость его распространения навстречу потоку снизится до нуля ($a - \omega_{кр} = 0$). Поэтому в промежуточных сечениях сопла расход газа не изменится, не изменится он и в выходном сечении, т. е. скорость истечения останется постоянной и равной $\omega_{кр}$.

9.7 Истечение газа через комбинированные сопла и диффузоры

При рассмотрении работы суживающегося сопла возникает естественный вопрос – как получить сверхкритическую скорость истечения газа и избежать потери энергии при большом перепаде давлений

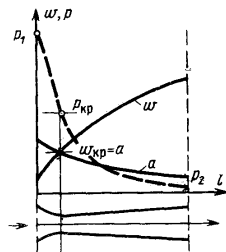


Рисунок 9.14

нии, когда $n < n_{кр}$. Ответ на этот вопрос даёт закон геометрического обращения воздействия. Он показывает, что после снижения давления до $p_{кр}$ и достижения скоростью значения $\omega_{кр}$ дальнейшее расширение газа и возрастание скорости его возможно, но лишь в том случае, если проходное сечение сопла начнет увеличиваться. Это означает, что при $n < n_{кр}$ сопло должно быть комбинированным – сначала суживаться, а затем расширяться. Такое сопло, названное по имени его изобретателя соплом Лавала, показано схематически на рисунке 9.14.

На этом же рисунке изображены кривые изменения давления газа p и скорости его ω вдоль такого комбинированного сопла, а также соответствующая кривая изменения местной скорости звука $a = \sqrt{крJ}$ при нормальном (расчетном) режиме истечения, когда $n < n_{кр}$.

Эти кривые показывают, что давление газа вдоль сопла непрерывно снижается, проходя в наиболее узком сечении сопла (горловине) через критическое значение $p_{кр}$ и достигая давления внешней среды p_2 в выходном сечении сопла. Соответственно этому скорость газа, непрерывно возрастает, при чем на всем суживающемся участке она меньше местной скорости звука, достигает ее в горловине и на расширяющемся участке повышается уже в сверхзвуковой области. Таким образом, весь располагаемый перепад давления полностью используется на создание кинетической энергии газа и потери энергии не происходит.

Очевидно, что такую же форму, как и сопло Лавала, должен иметь и диффузор, если начальная скорость газа выше критической. На суживающемся участке такого комбинированного диффузора скорость снижается, а давление соответственно повышается до критических значений, достигая их в горловине. На расширяющемся участке преобразование кинетической энергии в потенциальную продолжается и в выходном сечении достигается конечное давление, равное в данном случае частному от деления $p_{кр}$ на величину $v_{кр}$.

Возвращаясь к рассмотрению сопла Лавала, следует еще раз подчеркнуть, что вышеописанное изменение давления и скорости по длине его имеет место лишь при расчетном режиме, когда $n < n_{кр}$. Если по каким-либо причинам давление среды повысится против расчетного, то работа сопла нарушится. Экспериментальные исследования показывают, что при незначительном увеличении противодавления среды газ сначала расширяется до неко-

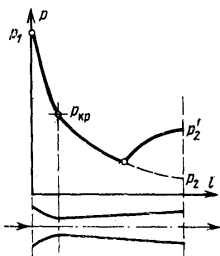


Рисунок 9.15

того давления, меньшего, чем противодействие среды p'_2 , а затем давление его скачкообразно повышается до p'_2 . Это наглядно иллюстрируется графиком, приведенным на рисунке 9.15. Положение сечения, в котором возникает скачок давления зависит от величины противодействия p'_2 . С увеличением последнего величина скачка возрастает, а начало возникновения его удаляется от выходного сечения в глубь сопла, приближаясь к горловине.

Если $p'_2 > p_{кр}$, то комбинированное в своей суживающейся части работает с понижением давления газа, т. е. именно как сопло, а в расширяющейся части – с повышением давления, т.е. как диффузор. При этом скорость газа в горловине будет меньше критической.

9.8 Истечение водяного пара

С достаточной точностью все формулы и закономерности теории истечения, полученные выше для идеальных газов, можно применить и к водяному пару, причем для перегретого пара следует считать $k=1,3$, а для насыщенного при небольшой влажности $k=1,135$.

Используя (9.29), получаем для перегретого пара $v_{кр} = 0,546$, а для насыщенного пара $v_{кр} = 0,577$.

Зная величину $v_{кр}$ для водяного пара, можно определять в каждом конкретном случае критическое давление $p_{кр} = n_{кр} p_1$ и соответствующую ему энтальпию $i_{кр}$, а затем и критическую скорость истечения

$$w_{кр} = \sqrt{2(i_1 - i_{кр})}.$$

В ответственных расчетах значение k для водяного пара следует уточнить методом последовательного приближения. Для этого в зависимости от начального состояния пара задаются значением $v_{кр}$ (для перегретого пара 0,546, для влажного пара 0,577), затем определяют величину $p_{кр} = n_{кр} p_1$ и, пользуясь таблицами, находят величину $v_{кр}$ (для этого можно использовать неизменность энтропии в адиабатном процессе $s_1 = s_{кр}$ и, следовательно, $v_{кр}$ определить по известным значениям $p_{кр}$ и $s_{кр}$). Затем находят уточненное значение показателя адиабаты по формуле

$$k = \frac{\lg \frac{p_1}{p_{кр}}}{\lg \frac{J_{кр}}{J_1}}$$

Если полученное значение k отличается от принятого первоначально, то по нему находят новое значение $v_{кр}$ по формуле (9.29), затем определяют уточненные значения $p_{кр}$ и $v_{кр}$, по которым находят новое значение k .

Этот пересчет повторяют до тех пор, пока не будет достигнуто приемлемое совпадение значения k с предыдущим.

Следует указать, что такой расчет требует большой точности вычислений, которая может быть обеспечена лишь применением подробных таблиц водяного пара. Необходимость двойного интерполирования при определении $v_{кр}$ делает его весьма громоздким.

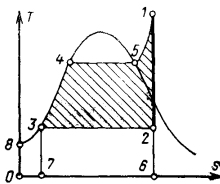


Рисунок 9.16

В Ts – диаграмме (рис. 9.16) адиабатное истечение водяного пара изображается линией 1-2, а располагаемое тепловое падение (кинетическая энергия пара на выходе из сопла – площадью 1-2-3-4-5-1, поскольку $h_0 = i_1 - i_2 = n\lambda 8 - 4 - 5 - 1 - 6 - 0 - 8 - n\lambda 8 - 3 - 2 - 6 - 0 - 8 = n\lambda 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 1$.

Особенно просто величина h_0 определяется с помощью is – диаграммы (рис. 9.17). Процесс адиабатного истечения пара здесь изображается вертикальной линией 1-2. Как видно из графика, располагаемое тепловое падение $h_0 = i_1 - i_2$ измеряется в этой диаграмме длиной линии адиабатного процесса.

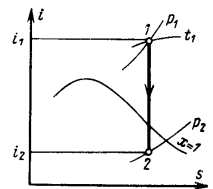


Рисунок 9.17

Действительный процесс истечения всегда связан с наличием трения между рабочим телом и стенками сопла, а также внутреннего трения в самом потоке рабочего тела. Поэтому он сопровождается потерей кинетической энергии и действительная скорость истечения всегда меньше теоретической, т. е.

$$w_D < w_0$$

или

$$w_D = j w_0, (9.31)$$

где коэффициент φ , меньший единицы и обычно равный примерно 0,95, называется *скоростным коэффициентом сопла*.

Соответственно этому потеря энергии на трение составляет

$$h_c = \frac{w_0^2}{2} - \frac{w_{\text{Д}}^2}{2} = (1 - j^2) \frac{w_0^2}{2} = \chi h_0, \quad (9.32)$$

где h_0 – располагаемое теплопадение, равное кинетической энергии истечения из идеального сопла;

$\chi = 1 - j^2$ – величина, называемая коэффициентом потери энергии в сопле.

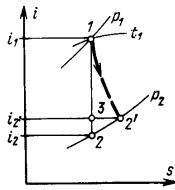


Рисунок 9.18

Действительный процесс истечения необратим, поэтому он сопровождается увеличением энтропии. В частности, в $i-s$ диаграмме водяного пара (рис. 9.18) он изображается не вертикальным отрезком 1-2, как в обратимом процессе адиабатного истечения, а некоторой условной линией 1-2', конечная точка которой 2' лежит на изобаре p_2 , причем положение ее может быть найдено исходя из условия, что

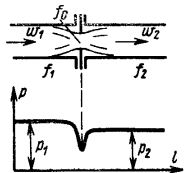
$$i_{2'} - i_2 = h_c = \chi h_0.$$

Таким образом, отрезок 2-3 изображает собой потерю на трение, а отрезок 1-3 – использованное теплопадение, равное по величине действительной кинетической энергии истечения.

Проводя графический расчет процесса, определяют по начальным параметрам пара p_1 и t_1 и точку 1 и проводят вертикальную линию до пересечения с изобарой p_2 в точке 2. Этим определяется располагаемое теплопадение h_0 . Затем находят коэффициент потери энергии $\chi = 1 - j^2$ и определяют потерю $h_c = \chi h_0$, после чего, отложив вверх отрезок 2-3, равный h_c , проводят горизонталь до пересечения с изобарой p_2 в точке 2', которая и характеризует действительное состояние пара по выходе из сопла. Изохора, проходящая через эту точку, дает значение конечного удельного объема v_2 , необходимого для расчета выходного сечения сопла. Очевидно, что знания действительного характера кривой 1-2, т. е. положения ее промежуточных точек, для расчета сопла не требуется.

9.9 Дросселирование газов и паров

Если на пути движения потока газа или пара имеется местное сопротивление, т. е. резкое сужение проходного сечения (например, диафрагма с относительно небольшим отверстием в центре, как показано на рис. 9.19),



то в месте сужения скорость резко возрастает, а следовательно, давление понижается. При последующем понижении скорости давление из-за потерь на завихрения восстанавливается не полностью, как показано на графике. Перепад давления $\Delta p = p_1 - p_2$ тем больше, чем меньше отношение f_o/f_1 .

Рисунок 9.19

Понижение давления газа или пара при прохождении его через какое-либо местное сопротивление называется *дросселированием*.

Процесс дросселирования идет без теплообмена с окружающей средой и не сопровождается производством технической работы, поэтому для горизонтального потока аналитическое выражение первого закона термодинамики (9.6) принимает вид

$$i_2 - i_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = 0$$

или

$$i_1 + \frac{w_1^2}{2} = i_2 + \frac{w_2^2}{2}. \quad (9.33)$$

Изменение скорости при дросселировании может быть весьма значительным, но даже при очень больших скоростях кинетическая энергия потока столь незначительна по сравнению с его энтальпией, что вторыми слагаемыми можно пренебречь. Тогда получаем

$$i_1 = i_2, \quad (9.34)$$

т.е. при дросселировании газа или пара его энтальпия практически не изменяется.

Идеализуя процесс адиабатного дросселирования, представим себе, что местное сопротивление выполнено в виде пористой пробки, т. е. представляет собой систему мельчайших каналов с бесконечно большим количеством чередующихся расширений и сужений. По одну сторону от пробки давление выше, чем по другую, поэтому рабочее тело просачивается через пробку при нулевой скорости потока с обеих сторон. В этих условиях равенство $i_1 = i_2$ из приближенного становится точным и может рассматриваться как основная характеристика процесса адиабатного дросселирования. В дальнейшем рассматривается именно такой идеальный процесс.

При дросселировании идеального газа, для которого $i = c_p T$ причем $c_p = \text{const}$, получаем

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{i_2 - i_1}{c_p} = 0,$$

а в дифференциальной форме

$$dT = \frac{di}{c_p} = 0,$$

т.е. температура идеального газа при дросселировании не изменяется.

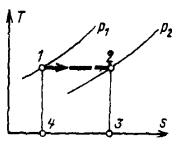


Рисунок 9.20

В связи с этим, если в Ts – диаграмме (рис. 9.20) точка 1 соответствует состоянию идеального газа до дросселирования, то точка 2, соответствующая состоянию его после дросселирования, лежит с ней на одной горизонтали и, следовательно, располагается несколько правее (поскольку изобара p_2 находится правее изобары p_1).

График показывает, что дросселирование идеального газа сопровождается ростом его энтропии, несмотря на то, что процесс идет без теплообмена с окружающей средой. Это и понятно, поскольку этот процесс является необратимым.

Энтропия является функцией состояния и, следовательно, ее изменение не зависит от пути, по которому газ переходит из состояния 1 в со-

стояние 2. Это означает, что оно будет таким же, как при обратимом изотермическом процессе 1-2, т. е. может быть определено по формуле

$$s_2 - s_1 = -R \ln \frac{P_2}{P_1} = R \ln \frac{P_1}{P_2}.$$

Следует заметить, что горизонтальную прямую 1-2 можно рассматривать как линию процесса дросселирования лишь в идеальном случае (когда местное сопротивление выполнено в виде пористой пробки), да и то лишь условно, поскольку в принципе графическому изображению поддаются лишь обратимые процессы и фактически линия 1-2 изображает не дросселирование, а обратимое изотермическое расширение газа. Легко видеть, что эти два процесса, изображающиеся одной и той же линией, в принципе совершенно различны: в изотермическом процессе площадь 1-2-3-4-1, лежащая под линией процесса, представляет собой внешнее тепло, за счет которого и совершается работа расширения газа; в процессе же дросселирования эта площадь представляет собой внутреннее тепло, получаемое газом за счет превращения в тепловую энергию работы расширения, полностью затрачиваемой на вихреобразование.

В реальном же процессе, например при однократном сужении потока, какое показано на рисунке 9.19, лишь точки 1 и 2 дают действительные равновесные состояния газа – начальное и конечное, а промежуточные точки линии 1-2 действительному процессу не соответствуют. Увеличение скорости в узком сечении происходит за счет уменьшения энтальпии газа, а, следовательно, сопровождается понижением температуры. Лишь в дальнейшем, по мере перехода кинетической энергии потока в потенциальную, температура газа восстанавливается. Равным образом нельзя рассматривать реальный процесс дросселирования и как изоэнтальпический, т. е. протекающий при $i = \text{const}$.

Поведение реальных газов при дросселировании отличается от поведения газов идеальных. В 1852г. опытами Джоуля и Томсона было обнаружено явление, получившее название эффекта Джоуля – Томсона и состоящее в том, что у реальных газов при дросселировании температура не остается постоянной, а уменьшается или увеличивается в зависимости от природы и начальных параметров газа.

Эта важнейшая особенность реальных газов открыла возможность широкого использования процесса дросселирования в технике, в частности для получения низкой температур и сжижения газов.

Величиной, характеризующей закономерность изменения температуры реального газа при дросселировании, является дифференциальный дроссель- эффект

$$a_i = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i, \quad (9.35)$$

представляющий собой относительное изменение температуры с понижением давления на бесконечно малую величину в любой точке идеального процесса адиабатного расширения.

Соответственно этому весь процесс в целом при снижении давления на конечную величину Δp характеризуется интегральным дроссель – эффектом

$$\frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{\int_{p_1}^{p_2} a_i dp}{p_2 - p_1} = \frac{\int_{p_1}^{p_2} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_i dp}{p_2 - p_1}, \quad (9.36)$$

т.е. средним относительным изменением температуры в этом процессе.

Очевидно, что знак дифференциального дроссель – эффекта определяет собой характер изменения температуры газа при дросселировании. Поскольку в этом процессе давление всегда понижается, т.е. $dp < 0$, положительный знак у a_i соответствует охлаждению газа, а отрицательный – его нагреванию.

Следует заметить, что иногда дифференциальным и интегральным дроссель – эффектом называют не относительное, а абсолютное изменение температуры при дросселировании, т. е. величины

$$dT = a_i dp \quad \text{и} \quad \Delta T = \int_{p_1}^{p_2} a_i dp,$$

что нужно учитывать при использовании приведенного здесь правила знаков.

В общем виде выражение для дифференциального дроссель – эффекта может быть получено следующим образом.

При наличии зависимости $i = f(p, T)$ справедливо тождество

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_i \left(\frac{\partial p}{\partial i}\right)_T \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p = -1,$$

откуда

$$a_i = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_i = -\frac{\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T}{\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p}.$$

Как числитель, так и знаменатель полученного выражения можно преобразовать. Так, при постоянном давлении $dq=c_p \cdot dT = di$, поэтому

$$\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_p = c_p.$$

С другой стороны, дифференцируя формулу $i = u + pJ$, получаем $di = du + pdJ + Jdp$ или $di = Tds + Jdp$, откуда

$$\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T = T \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T + J.$$

Используя далее уравнение Максвелла (6.14), находим

$$\left(\frac{\partial i}{\partial p}\right)_T = J - T \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p.$$

Подставляя теперь в числитель и знаменатель формулы для дифференциального дроссель – эффекта полученные выражения, находим окончательно

$$a_i = \frac{T \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p - J}{c_p}. \quad (9.37)$$

Полученная формула показывает, что α_i меняет знак, когда выполняется условие

$$T\left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p - J = 0.$$

Отсюда ясно, что если, пользуясь уравнением состояния, представить термический коэффициент $(\partial J / \partial T)_p$ и удельный объем J в виде функций от p и T , а затем подставить полученные выражения в последнюю формулу, то мы получим зависимость вида

$$f(p, T) = 0,$$

которая в pT – диаграмме представит собой геометрическое место точек инверсии α_i , т. е. тех состояний газа, при которых дифференциальный дроссель – эффект равен нулю и меняет знак. Эти точки образуют непрерывную кривую, называемую *кривой инверсии*.

Если использовать для этой цели уравнение состояния ван-дер-ваальсовского газа в приведенном виде (6.27), то можно получить зависимость $p = f(t)$, удовлетворяющую условию $\alpha_i = 0$, а потому и представляющую собой уравнение кривой инверсии A , изображенной на рис. 9.21.

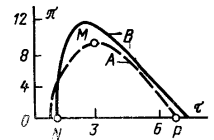


Рисунок 9.21

График показывает, что кривая инверсии имеет максимум в точке M , в которой $t_m = 9$, $\tau_m = 3$ и которая пересекает ось абсцисс в точках N при $\tau_N = 0,75$ и P при $\tau_P = 6,75$. Это означает, что при всех давлениях $p > p_{кр}$ дифференциальный дроссель – эффект отрицателен, т.е. дросселирование сопровождается возрастанием температуры газа. При любом давлении $p < p_{кр}$ имеются две точки инверсии, ограничивающих температурную область положительного дифференциального дроссель – эффекта, в которой дросселирование газа сопровождается его охлаждением. Например, при $p=0$ (практически при весьма большом разрежении газа) это имеет место для температурной области между значениями

$$T_N = 0,75T_{кр} \text{ и } T_P = 6,75T_{кр}.$$

В целом кривая инверсии отделяет область начальных температур и давлений, при которых дросселирование газа сопровождается его охлаждением, от области, в которой оно сопровождается его нагреванием.

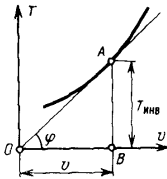
Кривая A качественно правильно описывает процесс дросселирования, но дает расхождение с экспериментальными данными. Последние для каждого газа дают свою кривую инверсии, в той или иной мере отличную от нее (как, например, кривая B , полученная экспериментальным путем для кислорода).

Для физического истолкования возможности понижения или повышения температуры реального газа при дросселировании, может быть использовано равенство $i_1 = i_2$ или, что то же, $u_1 - u_2 = p_2 J_2 - p_1 J_1$. Это равенство показывает, что внутренняя энергия реального газа может уменьшаться или увеличиваться, в зависимости от того, какой знак будет иметь работа проталкивания газа через дроссельную пробку $l_n = p_2 J_2 - p_1 J_1$.

Если сжимаемость реального газа больше, чем у газа идеального, то $p_2 J_2 > p_1 J_1$, следовательно, полная внутренняя энергия при дросселировании уменьшается. А поскольку дросселирование связано с расширением газа, потенциальная составляющая ее увеличивается, поэтому кинетическая составляющая уменьшается еще больше, чем полная внутренняя энергия. В этом случае температура газа, которая прямо пропорциональна внутренней кинетической энергии, также уменьшается.

Если же сжимаемость реального газа меньше, чем у газа идеального, то $p_2 J_2 < p_1 J_1$ и полная внутренняя энергия при дросселировании увеличивается, а изменение температуры может быть различным, в зависимости от величины работы проталкивания. Если она меньше увеличения потенциальной составляющей, то кинетическая составляющая уменьшается, а значит, уменьшается и температура газа. Если увеличение потенциальной составляющей равно увеличению полной внутренней энергии, то кинетическая составляющая и температура газа, равная в этом случае температуре инверсии, остаются неизменными. Наконец, если увеличение внутренней энергии больше, чем увеличение ее потенциальной составляющей, то кинетическая составляющая и температура газа увеличиваются.

Температура инверсии, при которой α меняет знак, может быть наглядно представлена в Tv – диаграмме (рис. 9.22).



Проведя из начала координат касательную к изобаре

$p = \text{const}$, а затем опустив перпендикуляр из точки касания A на ось абсцисс, получим, что температура в точке касания удовлетворяет уравнению

$$T \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p - J = 0,$$

Рисунок 9.22

и, следовательно, является температурой инверсии при данном давлении p . В самом деле

$$AB = OB \cdot \text{tg } \varphi,$$

или

$$T = J \left(\frac{\partial T}{\partial J} \right)_p,$$

или, наконец,

$$T \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p - J = 0.$$

Аналогичная диаграмма позволяет определить знак дифференциального дросселя – эффекта при любой заданной температуре. Действительно, пусть требуется определить знак α_i , т. е. увеличивается или уменьшается температура газа при дросселировании, если начальное состояние его характеризуется точкой R на изобаре $p = \text{const}$ (рис. 9.23).

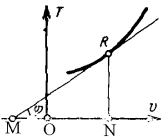


Рисунок 9.23

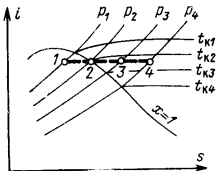
Для этого опустим из точки R на ось абсцисс перпендикуляр RN и проведем к заданной изобаре касательную MR . Тогда из графика получим

$$MN = \frac{RN}{\text{tg} \alpha_i} = \frac{T}{\left(\frac{\partial T}{\partial J} \right)_p} = T \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p$$

и

$$MN - ON = T \left(\frac{\partial J}{\partial T} \right)_p - J.$$

Полученное равенство означает, что если точка M лежит левее начала координат, т. е. $MN > ON$, то $\alpha_i > 0$, т. е. температура газа при дросселировании уменьшается. Наоборот, если точка M лежит правее начала координат, то $MN < ON$ и $\alpha_i < 0$, т. е. температура газа при дросселировании увеличивается. Наконец, как показывает график на рис. 9.22, если точка M совпадает с началом координат, то температура в точке R равна температуре инверсии, при которой дифференциальный дроссель–эффект равен нулю и меняет знак.



Рассматривая процесс дросселирования водяного пара, можно сделать весьма интересные выводы на основании графика этого процесса в i - s диаграмме

Рисунок 9.24

(рис. 9.24).

Из него видно, что влажный пар в области умеренных давлений (точка 1) при дросселировании подсушивается, сухой насыщенный пар (точка 2) перегревается, а перегретый (точка 3) увеличивает свой перегрев.

Однако в области высоких давлений, близких к критическому, картина получается иной (рис. 9.25). В связи с тем, что верхняя пограничная кривая вблизи критической точки сначала поднимается вверх, а затем снижается, перегретый пар (точка 1) сначала переходит в сухой насыщенный (точка 2), затем увлажняется, затем снова подсушивается, становясь сухим насыщенным (точка 3), и, наконец, вновь становится перегретым (точка 4).

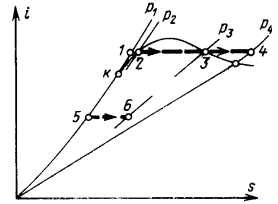


Рисунок 9.25

Из рисунка 9.25 видно также, что кипящая вода (точка 5) при дросселировании частично испаряется и переходит в смесь воды с насыщенным паром (точка 6).

В области перегретого пара понижение температуры при дросселировании меньше, чем в области влажного пара. Например, как видно из рисунка 9.24, при дросселировании сухого насыщенного пара с начальным давлением p_2 (точка 2) до давления p_3 (точка 3), его температура понижается до значения, промежуточного между t_2 и t_3 . Если же процесс дросселирования происходил бы в том же диапазоне давлений в области влажного пара, то температура его понизилась бы от t_2 до t_3 . Приблизительно оценивая температурный эффект дросселирования перегретого пара, следует иметь в виду, что при дросселировании его на Δp бар понижение температуры составляет в зависимости от начальных параметров:

$$\Delta t = (0,3 \div 3)\Delta p, ^\circ\text{C}.$$

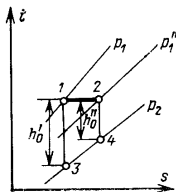


Рисунок 9.26

С помощью is -диаграммы можно наглядно показать, что дросселирование сопряжено с потерей располагаемой работы. Так, из рис. 9.26 видно, что если до дросселирования пар имел давление p_1' (точка 1), то располагаемое теплопадение было равно $h'_{0'}$, после

дросселирования же, когда его давление снизилось до p_1'' (точка 2), располагаемое теплопадение стало равным h''_o . А так как точка 4 располагается выше точки 3, очевидно, что $h_0'' < h_0'$.