3. Худякова П. А. *Об обобщённом кинематическом подобии матричнозначных функций с вещественным параметром-множителем* // Матер. Междунар. мат. конф. "Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям". Минск, 7–10 декабря 2015 г.: в 2 ч. Ч. 1. Минск, 2015. С. 48–50.

4. Алдибеков Т. М. *О приводимости и обобщённой приводимости линейных дифференциальных систем с вещественным параметром-множителем* // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56. № 1. С. 4–9.

ПРИМЕР ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ОБЛАДАЮЩЕЙ ЛЯПУНОВСКОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ, НО ПЕРРОНОВСКОЙ И ВЕРХНЕПРЕДЕЛЬНОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТЬЮ

А.А. Бондарев

Настоящий доклад посвящён недавно введённому [1] понятию качественной теории дифференциальных уравнений, а именно, *устойчивости по Перрону.* Он является продолжением цикла работ автора [2–4], усиливая их результаты:

1) работа [2] исправляла недостаток, указанный в замечании 4 к теореме 1 [5], но построенная в ней система обладала *ограниченным* на всей полуоси времени (хотя и ненулевым) линейным приближением вдоль нулевого решения;

2) в работе [3] построена система, обладающая теми же свойствами, но уже с *нулевым* линейным приближением;

3) в работе [4] этот результат был ещё более усилен тем, что построенная в ней система обладала как *перроновской*, так и *верхнепредельной полной неустойчивостью* (а значит, и *ляпуновской глобальной неустойчивостью*) и одновременно с этим даже *массивной частной устойчивостью* (в отличие от всех примеров, рассмотренных выше).

Нижеследующее усиление перечисленных результатов состоит в построении системы, обладающей ляпуновской глобальной неустойчивостью, но при этом как *перроновской*, так и *верхнепредельной глобальной устойчивостью.*

Для числа $n \in \mathbb{N}$ в пространстве $\mathbb{R}^n$ с евклидовой нормой $|\cdot|$ рассматриваем дифференциальные системы

$$\dot{x} = f(t,x), \quad t \in \mathbb{R}_+ \equiv [0,+\infty), \quad x \equiv (x_1,\ldots,x_n)^T, \tag{1}$$

правые части которых удовлетворяют условиям

$$f : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n, \quad f, f'_x \in C(\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n), \qquad f(t,0) = 0, \quad t \in \mathbb{R}_+, \tag{2}$$

а значит, обеспечивают существование и единственность решений задач Коши и допускают *нулевое* решение.

Теорема. *При $n = 2$ существует система (1), которая имеет правую часть, удовлетворяющую условиям (2) и*

$$f'_x(t,0) = 0, \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

и обладающая следующими двумя свойствами:

1) для всех решений x системы (1) справедливо равенство

$$\lim_{t\to+\infty} |x(t)| = 0;$$

2) для каждого ненулевого решения x *системы (1) существует такой момент* $t_0 \in \mathbb{R}_+$, *что*

$$|x(t_0)| > 1.$$

Таким образом, все решения описанной системы при $t \to +\infty$ стремятся по норме к нулю, но при этом фазовая кривая каждого ненулевого решения хотя бы однажды покидает 1-окрестность начала координат.

Заметим, что полученный результат не распространяется на *автономные* системы, для которых свойства глобальной неустойчивости сразу всех перечисленных типов (и перроновского, и верхнепредельного, и ляпуновского), согласно теореме 5 из работы [6], *неразличимы.*

Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (проект 21-8-2-4-1).

Литература

1. Сергеев И. Н. *Определение устойчивости по Перрону и ее связь с устойчивостью по Ляпунову* // Дифференциальные уравнения. 2018. Т. 54. № 6. С. 855–856.

2. Бондарев А. А. *Один пример неустойчивой системы* // Дифференциальные уравнения. 2019. Т. 55. № 6. С. 899.

3. Бондарев А. А. *Пример полной, но не глобальной неустойчивости по Перрону* // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика. 2021. № 2. С. 43–47.

4. Бондарев А. А. *Существование вполне неустойчивой по Ляпунову дифференциальной системы, обладающей перроновской и верхнепредельной массивной частной устойчивостью* // Дифференциальные уравнения. 2021. Т. 57. № 6. С. 858–859.

5. Сергеев И. Н. *Определение и некоторые свойства устойчивости по Перрону* // Дифференциальные уравнения. 2019. Т. 55. № 5. С. 636–646.

6. Сергеев И. Н. *Ляпуновские, перроновские и верхнепредельные свойства устойчивости автономных дифференциальных систем* // Известия Института математики и информатики Удмуртского государственного университета. 2020. Т. 56. № 2. С. 63–78.

ТОЧНЫЙ БЭРОВСКИЙ КЛАСС АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ЭНТРОПИИ НЕАВТОНОМНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, НЕПРЕРЫВНО ЗАВИСЯЩИХ ОТ ПАРАМЕТРА

А.Н. Ветохин

Пусть (X, d) – компактное метрическое пространство, а $\mathcal{F} \equiv (f_1, f_2, \dots)$ – последовательность непрерывных отображений из X в X. Для каждого натурального n обозначим через F_n подпоследовательность $(f_n, f_{n+1}, \dots)$ последовательности $\mathcal{F}$. Наряду с исходной метрикой d, определим на X дополнительную систему метрик

$$d_k^{F_n}(x,y) = \max_{0 \leqslant i < k} d(f^{\circ i}(x), f^{\circ i}(y)), \quad f^{\circ i} \equiv f_{n+(i-1)} \circ \dots \circ f_{n+0} \circ \mathrm{id}_X, \quad x, y \in X, \quad k, n \in \mathbf{N}.$$

Для всяких $k, n \in \mathbf{N}$ и $\varepsilon > 0$ обозначим через $N_d(F_n, \varepsilon, k)$ максимальное число точек в X, попарные $d_k^{F_n}$-расстояния между которыми больше, чем ε. Тогда *топологическая энтропия, верхняя асимптотическая топологическая энтропия* и *нижняя асимптотическая топологическая энтропия* неавтономной динамической системы $\mathcal{F}$ определяют формулами [1]

$$h_{\mathrm{top}}(\mathcal{F}) = \lim_{\varepsilon \to 0} \overline{\lim_{k \to +\infty}} \frac{1}{k} \ln N_d(F_1, \varepsilon, k), \tag{1}$$