*удовлетворяет необходимым условиям наличия свойства Пенлеве.*

Доказана

**Теорема.** *1) Уравнение (1) с коэффициентами (3) при* $\nu = -k,\ \ k \in \mathbb{N} \setminus \{1,2\}$, *обладает свойством Пенлеве.*

*2) Общее решение уравнения (1) с коэффициентами (3) при* $\nu \in \mathbb{N}$ *и с коэффициентами (4) содержит подвижные логарифмические точки ветвления.*

**Литература**

1. Мартынов И. П. *Аналитические свойства решений одного дифференциального уравнения третьего порядка* // Дифференциальные уравнения. 1985. Т. 21. № 5. С. 764–771.

2. Мартынов И. П. *Об уравнениях третьего порядка без подвижных критических особенностей* // Дифференциальные уравнения. 1985. Т. 21. № 6. С. 937–946.

3. Мартынов И. П., Пронько В. А. *Об одном уравнении третьего порядка типа Пенлеве* // Дифференциальные уравнения. 1988. Т. 24. № 9. С. 1640–1641.

4. Андреева Т. К., Мартынов И. П., Пронько В. А. *Аналитические свойства решений одного класса уравнений третьего порядка* // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47. № 9. С. 1219–1224.

5. Андреева Т. К., Мартынов И. П., Пронько В. А. *Об одном классе дифференциальных уравнений третьего порядка без подвижных многозначных особых точек* // Респ. науч.-практ. конф., посвящ. 450-летию со дня рождения Г. Галилея: материалы конф. Брест, 17–18 апреля 2014 г. Брест: БрГУ, 2014. С. 11–13.

# О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ ПРОИЗВОДНЫЕ ВО ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

**Е.Р. Бабич, И.П. Мартынов**

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} xy'^2 - 2x'^2 = xy^4 - 6x^2y^2 + 4x^3 + ax, \\ x'^2y - 2xx'y' = 4x^3y - x^2y^3 + bx, \end{cases} \tag{1}$$

где $a, b$ – постоянные, причем резонансы этой системы равны $r_1 = -1,\ \ r_2 = -2$.

Подставляя ряды

$$x = \frac{1}{t^2} + \frac{\alpha}{t} + \sum_{k=0}^{\infty} a_k t^k, \qquad y = \frac{\pm 2}{t} + \sum_{k=0}^{\infty} b_k t^k, \quad t = z - z_0, \tag{2}$$

в уравнения системы (1), найдем

$$\alpha = a_0 = a_1 = a_4 = a_5 = b_0 = b_1 = b_2 = b_5 = b_6 = 0,$$

$$a_2 = -\frac{1}{20}a,\ a_3 = \mp\frac{1}{28}b,\ a_6 = \frac{1}{1200}a^2,\ a_7 = \pm\frac{17}{12320}ab,\ a_8 = \frac{39}{68992}b^2,$$

$$b_3 = \mp\frac{1}{20}a,\ b_4 = -\frac{1}{14}b,\ b_7 = \pm\frac{1}{4800}a^2,\ b_8 = \frac{3}{3080}ab,\ b_9 = \pm\frac{25}{34496}b^2,$$

а остальные коэффициенты можно найти по рекуррентным формулам. Ряды (2) сходятся в области $0 \neq |z - z_0| < \delta,\ \ \delta > 0$.

Исключая из системы (1) $a$ и $b$, получим систему

$$\begin{cases} x'' = \dfrac{1}{2}\dfrac{x'^2}{x} - 2x^2 + \dfrac{3}{2}xy^2, \\ y'' = -6xy + 2y^3, \end{cases} \tag{3}$$

резонансы которой равны $-1$, $-2$, $4$, $5$. Легко проверить, что уравнения системы (1) являются первыми интегралами системы (3). При этом коэффициенты $a$ и $b$ будут произвольными постоянными интегрирования системы (3), отвечающими соответственно резонансам $4$, $5$.

Из работы [1] следует, что верна

**Теорема 1.** *Общее решение системы (1) является мероморфным.*

Имеет место

**Теорема 2.** *Упрощенная для (1) система*

$$\begin{cases} xy'^2 - 2x'^2 = xy^4 - 6x^2y^2 + 4x^3, \\ x'^2y - 2xx'y' = 4x^3y - x^2y^3 \end{cases} \tag{4}$$

*имеет общее решение*

$$x = \frac{1}{(t-c_1)(t-c_2)}, \qquad y = \pm\left(\frac{1}{t-c_1} + \frac{1}{t-c_2}\right), \tag{5}$$

*где* $c_1, c_2$ *– произвольные постоянные.*

**Лемма.** *Функции (5) удовлетворяют условию*

$$\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{4}{x} = C, \ \ C = (c_1 - c_2)^2, \tag{6}$$

*а значит, (6) является интегралом системы (4).*

**Литература**

1. Бибило Е. Р., Мартынов И. П. *Мероморфность решений одного класса систем дифференциальных уравнений* // Весн. Гродз. дзярж. ун-та імя Я. Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2014. № 3(180). С. 54–58.

## СВОЙСТВО ПЕНЛЕВЕ ДЛЯ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА

**Т.Н. Ванькова, Е.Е. Кулеш, В.М. Пецевич**

Целью данной работы является поиск необходимых и достаточных условий наличия свойства Пенлеве у решений системы двух дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} x'^2 &= (\alpha_1 x + \alpha_2)x(y + \alpha_3)^2, \\ y'^2 &= x(y^2 + \beta_1 y + \beta_2), \end{aligned} \tag{1}$$

где $|\alpha_1| + |\alpha_2| \neq 0$, $\alpha_i$, $\beta_j$ – аналитические функции переменной $t$ при условии $\beta_2 = \alpha_3^2$.

Запись $P \neq 0$ означает, что $P$ не обращается в нуль в некоторой области $D$.