на втором шаге находится за счет дополнительного применения признака Дюлака-Черкаса, или признака Дюлака, или их обобщений [2, 3].

С помощью этих методов для некоторых конкретных систем вида (3) доказано существование точно одного предельного цикла во всей фазовой плоскости.

Литература

1. Черкас Л. А. *Функция Дюлака полиномиальных автономных систем на плоскости* // Дифференциальные уравнения. 1997. Т. 42. № 5. С. 208–211.

2. Гринь А. А. *Трансверсальные кривые для установления точного числа предельных циклов автономных систем на плоскости* // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56. № 4. С. 427–437.

3. Гринь А. А., Кузьмич А. В. *Признак Дюлака-Черкаса для точной оценки числа предельных циклов автономных систем на плоскости* // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 2. С. 174–182.

РЕШЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ АРГУМЕНТОМ

О.О. Курбанбаев

В работе исследуется на разрешимость задач для линейного обыкновенного дифференциального уравнения n го порядка с отклоняющимся аргументом на симметричном отрезке. Результаты исследования таких задач находят широкое практические применение в технике, экономике и других областях науки $[1,2]$.

Рассмотрим на симметричном отрезке $[-l,l]$ дифференциальное уравнение с отклоняющимся аргументом и с постоянными коэффициентами вида

$$\sum_{k=0}^{n}\left(a_k x^{(n-k)}(t)+b_k x^{(n-k)}(-t)\right)=0, \tag{1}$$

Общее решение уравнения (1) будем искать в виде суммы двух функций

$$x(t)=u(t)+\vartheta(t),$$

где $u(t)$ – решение уравнения

$$\sum_{k=0}^{n} c_k u^{(n-k)}(t)=0 \tag{2}$$

удовлетворяющее условию $u(t)=u(-t)$, а $\vartheta(t)$ – решение уравнения

$$\sum_{k=0}^{n} d_k \vartheta^{(n-k)}(t)=0 \tag{3}$$

удовлетворяющее условию $\vartheta(t)=-\vartheta(-t)$, где $c_k=a_k+b_k$ и $d_k=a_k-b_k$.

Теорема. *Пусть коэффициенты* $a_k,\ b_k,\ k=0,1,\ldots,n$ *таковы, что системы*

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]}(a_{2k}+b_{2k})\lambda^{n-2k}=0, \\ \sum\limits_{k=0}^{\left[\frac{n-1}{2}\right]}(a_{2k+1}+b_{2k+1})\lambda^{n-2k-1}=0 \end{cases} \tag{4}$$

и

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=0}^{\left[\frac{n}{2}\right]} (a_{2k} - b_{2k})\lambda^{n-2k} = 0, \\ \sum\limits_{k=0}^{\left[\frac{n-1}{2}\right]} (a_{2k+1} - b_{2k+1})\lambda^{n-2k-1} = 0 \end{cases} \tag{5}$$

имеет по крайней мере, одно решение в виде $\lambda = \alpha \pm \beta i$, *в котором одно из* α *или* β *равно нулю. Тогда решение задачи (1) существует.*

Действительно, если имеется решение относительно λ. Если $\lambda = \lambda_1$ решение системы (4) и $\lambda = \lambda_2$ решение системы (5), то, как видно из этих систем, $\lambda = -\lambda_1$ и $\lambda = -\lambda_2$ тоже являются соответствующими решениями этих систем. А это обеспечит существование решений (2), удовлетворяющих условию $u(t) = u(-t)$ и (3) удовлетворяющие условию $\vartheta(t) = -\vartheta(-t)$.

Таким образом, получается общее решение уравнения (1) в виде $x(t) = u(t) + \vartheta(t)$.

Например, для уравнения

$$2x''(t) + x''(-t) + x(t) + 2x(-t) = 0 \tag{6}$$

имеем $u(t) = C_1 \cos t$ и $\vartheta(t) = C_2 \left(e^t - e^{-t}\right)$. Тогда общее решение уравнения (6) имеет вид: $x(t) = C_1 \cos t + C_2 \left(e^t - e^{-t}\right)$.

Для уравнения

$$2x'''(t) + x'''(-t) + 2x''(t) + x''(-t) + 2x'(t) + x'(-t) + 2x(t) + x(-t) = 0 \tag{7}$$

имеем $u(t) = C_1 \cos t, \quad \vartheta(t) = C_2 \sin t$. Тогда общее решение уравнения (7) имеет вид:

$$x(t) = C_1 \cos t + C_2 \sin t.$$

Литература

1. Норкин С. Б. *Дифференциальные уравнения второго порядка с запаздывающим аргументом.* М.: Наука. 1965.

2.Абрегов М. Х., Канчукоев В. З., Шарданова М. А. *Краевая задача первого рода для линейного дифференциального уравнения второго порядка с отклоняющимся аргументом на симметричном отрезке* // Международный научно-исследовательский журнал. 2016. В. №5(47). Ч. 5.

ОБ ОДНОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ С УСЛОВИЯМИ ИНТЕГРАЛЬНОГО ТИПА

В.Н. Лаптинский

Изучается задача отыскания $x \in \mathbb{C}^1(I, \mathbb{R}^n)$ из совокупности соотношений

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t), \tag{1}$$

$$\int\limits_0^\omega \Psi_i(\tau)x(\tau)d\tau = \mu_i, \tag{2}$$

где $A \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $f \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^n)$, $\Psi_i \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n\times n})$, $\mu_i \in \mathbb{R}^n$, $i = \overline{1,k}$; $I = [0, \omega]$, $\omega > 0$. Соотношение (2) при $k = \infty$ является интегральным условием типа [1, с. 264];