$$Y_k(t) = \Phi_2^{-1}\Bigg\{\int\limits_0^t \left(\int\limits_0^\tau A_2(\sigma)\,d\sigma\right) G_2(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau))\,d\tau -$$

$$-\int\limits_t^\omega \left(\int\limits_\tau^\omega A_2(\sigma)d\sigma\right) G_2(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau))d\tau +$$

$$+\int\limits_0^t G_2(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) \left(\int\limits_0^\tau B_2(\sigma)d\sigma\right) d\tau -$$

$$-\int\limits_t^\omega G_2(\tau, X_{k-1}(\tau), Y_{k-1}(\tau)) \left(\int\limits_\tau^\omega B_2(\sigma)\,d\sigma\right) d\tau -$$

$$-\int\limits_0^\omega \left[G_2(\tau, X_k(\tau), Y_k(\tau)) - A_2(\tau)Y_k(\tau) - Y_k(\tau)B_2(\tau)\right] d\tau \Bigg\}.$$

Исследованы вопросы сходимости, скорости сходимости предложенного алгоритма, при этом получены соответствующие оценки погрешностей приближённых решений.

Литература

1. Лаптинский В. Н., Роголев Д. В. *Конструктивные методы построения решения периодической краевой задачи для системы матричных дифференциальных уравнений типа Риккати* // Дифференциальные уравнения. 2011. Т. 47. № 10. С. 1412–1420.

2. Лаптинский В. Н., Роголев Д .В. *К конструктивному анализу периодической краевой задачи для системы матричных уравнений Риккати* // Третья междунар. науч. конф. «Математическое моделирование и дифференциальные уравнения»: тез. докл., Брест, 17–22 сент. 2012 г. Брест: БрГУ, 2012. С. 66.

3. Роголев Д. В. *Анализ периодической краевой задачи для системы матричных уравнений типа Риккати* // Веснік Магілёўскага дзярж. ун-та імя А.А.Куляшова. Сер. В. Прыродазнаўчыя навукі (матэматыка, фізіка, біялогія). 2011. № 1(37). Могилёв: МГУ, 2011. С. 4–19.

4. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем.* Мн.: ИМ НАН Беларуси, 1998.

ИНВАРИАНТЫ СИСТЕМЫ $\dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{e}(\mathbf{x})\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{c}(\mathbf{x})\mathbf{y}^2$ И ЕЕ ИЗОХРОННОСТЬ

А.Е. Руденок

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = -e(x)y, \quad \dot{y} = a(x) + c(x)y^2, \tag{1}$$

где $e(x)$, $a(x)$, $c(x)$ – голоморфные в окрестности $x = 0$ функции, $e(0) = 1$, $a(0) = 0$, $a'(0) = 1$. Две системы вида (1) будем называть *эквивалентными*, если существует преобразование вида

$$x \to F(x), \quad y \to yG(x), \tag{2}$$

переводящее системы одну в другую. Для системы (1) введем функции $B(x)$, $h(x)$ по формулам:

$$h(x) = 2\big(-1 + a(x)c(x) + e(x)a'(x)\big), \quad B(x) = a(x)e(x)h'(x). \tag{3}$$

Теорема 1. *Если функции* h, B, *определенные формулами (3), связаны функциональным соотношением*

$$B(x) = K\big(h(x)\big), \tag{4}$$

то функция K *является инвариантом системы (1) при преобразованиях (2).*

Теорема 2. *Если для некоторой изохронной системы (1) функции (3) связаны соотношением (4), то любая другая система вида (1), у которой функции (3) связаны тем же соотношением* K, *изохронная.*

Теорема 3. *Если для системы (1)* $h(x) = 0$, *то система (1) изохронная и имеет вид*

$$\dot{x} = -e(x)y, \quad \dot{y} = a(x) + \frac{1 - e(x)a'(x)}{a(x)} y^2.$$

Теорема 4. *Если для системы (1)*

$$B(x) = \frac{1}{3} h(x)\big(3 + 2h(x)\big), \tag{5}$$

то она изохронная.

Доказательство. Система

$$\dot{x} = -y, \quad \dot{y} = \frac{x(1-kx)\,(1 - 2kx + 2k^2x^2)}{(1-2kx)^3},$$

$k \in \mathbb{R}$, изохронная [1], и ее функции (3) связаны соотношением (5).

Теорема 5. *Система*

$$\dot{x} = -y, \quad \dot{y} = \frac{r(x)\big(1 + r(x)\big)^3}{r'(x)} + \left(-\frac{3r'(x)}{1 + r(x)} + \frac{r''(x)}{r'(x)}\right) y^2, \tag{6}$$

$r(x) = k\,x + \ldots$, $k \in \mathbb{R}$, *изохронная.*

Доказательство. Система

$$\dot{x} = -(1 + kx)^3 y, \quad \dot{y} = x$$

$k \in \mathbb{R}$, изохронная [2], а функции (3) этой системы и функции (3) системы (6) связаны одним и тем же соотношением (4).

Литература

1. Руденок А. Е. *Системы Льенара с центром и изохронным центром* // Дифференциальные уравнения. 2020. Т. 56. № 1. С. 70–83.

2. Волокитин Е. П, Иванов В. В. *Изохронность и коммутируемость полиномиальных векторных полей* // Сиб. матем. журн. 1999. Т. 40. № 1. С. 30–48.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЦИКЛЫ «НОРМАЛЬНОГО РАЗМЕРА» КУБИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЛЬЕНАРА

И.Н. Сидоренко

Рассмотрим каноническую систему Льенара

$$\frac{dx}{dt} = y, \;\; \frac{dy}{dt} = x\big(1 - x\big)\big(1 - (Lx)\big) - \varepsilon\big(a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3\big)y, \tag{1}$$