Теорема 3. [3, 4] *Пусть* $a_k(n) \geqslant 0$, $h_k(n) \geqslant 0$ *при любом* $k = \overline{1, K}$, *а* $h(n) \leqslant H$. *Если*

$$\varlimsup_{n\to\infty} \sum_{i=n-h(n)}^{n} a(i) < \frac{3}{2} + \frac{1}{2(H+1)}, \tag{7}$$

то для функции Коши уравнения (2) при некоторых N, $\alpha > 0$ *справедлива оценка (6).*

Дальнейшее усиление оценки (7) возможно, если рассматривать «полуавтономные» уравнения вида (2), т. е. такие, в которых $a_k(n) \equiv a_k \geqslant 0$. Обозначим $a = \sum\limits_{k=1}^{K} a_k$,

$$\omega(H) = \begin{cases} \dfrac{12(H+1)}{5H+3+\sqrt{9H^2+6H+9}}, & H \equiv 0 \,(\mathrm{mod}\, 3), \\ \dfrac{3}{2}\left(1 + \dfrac{1}{2H+1}\right), & H \equiv 1 \,(\mathrm{mod}\, 3), \\ \dfrac{12(H+1)}{5H+2+\sqrt{9H^2+12H+12}}, & H \equiv 2 \,(\mathrm{mod}\, 3). \end{cases}$$

Все три ветви функции ω асимптотически эквивалентны функции $\dfrac{3}{2}\left(1 + \dfrac{1}{2H+1}\right)$.

Теорема 4. [5] *Если* $0 < (H+1)a < \omega(H)$, *то уравнение (2) экспоненциально устойчиво.*

Постоянные, определяющие области устойчивости в теоремах 3 и 4, также являются точными. Заметим, что для уравнения (1) сужение класса уравнений до полуавтономных сохраняет постоянную $3/2$ и ее неулучшаемость.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, госзадание FSNM-2020-0028.

Литература

1. Малыгина В. В. *Некоторые признаки устойчивости уравнений с запаздывающим аргументом* // Дифференциальные уравнения. 1992. Т. 28. № 10. С. 1716–1723.

2. Куликов А. Ю., Малыгина В. В. *Об устойчивости неавтономных разностных уравнений с несколькими запаздываниями* // Известия вузов. Математика. 2008. № 3. С. 18–26.

3. Yu J. S. *Asymptotic stability for a linear difference equation with variable delay* // Comp. Math. Appl. 1998. V. 36. № 10–12. P. 203–210.

4. Куликов А. Ю. *Устойчивость линейного неавтономного разностного уравнения с ограниченными запаздываниями* // Известия вузов. Математика. 2010. № 11. С. 22–30.

5. Куликов А. Ю., Малыгина В. В. *Об устойчивости полуавтономных разностных уравнений* // Известия вузов. Математика. 2011. № 5. С. 25–34.

ОЦЕНКИ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ НЕАВТОНОМНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

И.И. Матвеева

Рассматриваются некоторые классы систем неавтономных уравнений с запаздыванием, при этом запаздывание может быть неограниченным. Используя функционалы Ляпунова–Красовского специального вида, установлены оценки решений этих систем на правой полуоси. Полученные оценки позволяют сделать вывод об устойчивости

решений. В случае асимптотической устойчивости указаны оценки на области притяжения и оценки, характеризующие скорость стабилизации решений на бесконечности. Работа продолжает наши исследования устойчивости решений неавтономных уравнений с запаздыванием (см., например, [1–9]).

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

Литература

1. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Устойчивость решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и периодическими коэффициентами в линейных членах* // Сибирский математический журнал. 2007. Т. 48. № 5. С. 1025–1040.

2. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Об оценках решений систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с периодическими коэффициентами* // Сибирский математический журнал. 2014. Т. 55. № 5. С. 1059–1077.

3. Матвеева И. И. *Об экспоненциальной устойчивости решений периодических систем нейтрального типа* // Сибирский математический журнал. 2017. Т. 58. № 2. С. 344–352.

4. Матвеева И. И. *Об экспоненциальной устойчивости решений периодических систем нейтрального типа с несколькими запаздываниями* // Дифференциальные уравнения. 2017. Т. 53. № 6. С. 730–740.

5. Демиденко Г. В., Матвеева И. И., Скворцова М. А. *Оценки решений дифференциальных уравнений нейтрального типа с периодическими коэффициентами в линейных членах* // Сибирский математический журнал. 2019. Т. 60. № 5. С. 1063–1079.

6. Матвеева И. И. *Оценки экспоненциального убывания решений линейных систем нейтрального типа с периодическими коэффициентами* // Сибирский журнал индустриальной математики. 2019. Т. 22. № 3. С. 96–103.

7. Matveeva I. I. *Exponential stability of solutions to nonlinear time-varying delay systems of neutral type equations with periodic coefficients* // Electronic Journal of Differential Equations. 2020. V. 2020. № 20. P. 1–12.

8. Матвеева И. И. *Оценки экспоненциального убывания решений одного класса нелинейных систем нейтрального типа с периодическими коэффициентами* // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60. № 4. С. 612–620.

9. Матвеева И. И. *Оценки решений класса неавтономных систем нейтрального типа с неограниченным запаздыванием* // Сибирский математический журнал. 2021. Т. 62. № 3. С. 583–598.

О НАБЛЮДАТЕЛЯХ С ФИНИТНОЙ ПОГРЕШНОСТЬЮ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

А.В. Метельский, В.Е. Хартовский

Пусть задана линейная автономная дифференциально-разностная система нейтрального типа с соизмеримыми запаздываниями

$$\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^{m} D_i \dot{x}(t-ih) = \sum_{i=0}^{m} A_i x(t-ih), \quad t > 0, \tag{1}$$

$$y(t) = \sum_{i=0}^{m} C_i x(t-ih), \quad t \geqslant 0, \tag{2}$$

где $D_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $C_i \in \mathbb{R}^{l\times n}$, x – вектор решения, y – вектор выходных величин, доступных наблюдению (выход), $h = \mathrm{const} > 0$. Решение уравнения (1)