Во всех примерах, где удалось построить асимптотически субоптимальную обратную связь оказалось, что даже применение асимптотически субоптимальных обратных связей нулевого порядка приводит к тому, что невязки в системе становятся равны нулю. Поэтому зачастую нет необходимости использовать асимптотические приближения первого порядка к оптимальной обратной связи.

Литература

1. Калинин А. И. *Асимптотические методы оптимизации возмущенных динамических систем.* Минск: Экоперспектива, 2000.
2. Калинин А. И., Лавринович Л. И. *Применение метода возмущений к задаче оптимизации переходного процесса в квазилинейной динамической системе* // Доклады НАН Беларуси. 2022. Т. 66. № 1. С. 21–25.
3. Красовский Н. Н. *Теория управления движением.* М.: Наука, 1968.

О РАСПОЛОЖЕНИИ НУЛЕЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ОДНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С РАСПРЕДЕЛЁННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Т.Л. Сабатулина

Рассмотрим линейное автономное дифференциальное уравнение с распределённым запаздыванием

$$\dot{x}(t) + ax(t) + k \int\limits_{t-h}^{t} x(s)\,ds = f(t), \quad t \geqslant 0, \tag{1}$$

где $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{C}$, $h \in \mathbb{R}_+$, функция $f\colon \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ локально суммируема.

Следуя [1, с. 9-10], назовём *решением* уравнения (1) локально абсолютно непрерывную функцию, удовлетворяющую (1) почти всюду. При отрицательных значениях аргумента полагаем, что функция x доопределена суммируемой начальной функцией.

Характеристическая функция уравнения (1) имеет вид

$$g(p) = p + a + k\frac{1 - e^{-ph}}{p}, \quad p \in \mathbb{C}.$$

В силу [2], расположение нулей функции g на комплексной плоскости напрямую влияет на асимптотические свойства решений уравнения (1). В частности (см. [3, с. 102]), для того чтобы уравнение (1) было экспоненциально устойчивым, необходимо и достаточно, чтобы все нули его характеристической функции лежали слева от мнимой оси.

Одним из наиболее эффективных методов исследования асимптотических свойств решений автономных уравнений является метод D-разбиений [4]. Поверхность D-разбиения определяется следующим образом:

$$\operatorname{Re} kh^2 = \frac{y}{2}\left(y - ah\operatorname{ctg}\frac{y}{2}\right), \quad \operatorname{Im} kh^2 = -\frac{y}{2}\left(y\operatorname{ctg}\frac{y}{2} + ah\right), \quad y \in \mathbb{R}.$$

Она содержит три независимых параметра и имеет довольно сложную структуру.

В случаях $a = 0$, $k \in \mathbb{C}$ и $a, k \in \mathbb{R}$ найдены не только области экспоненциальной устойчивости, но и во всех множествах D-разбиения определено число нулей функции g, лежащих справа от мнимой оси (см. рис. 1).

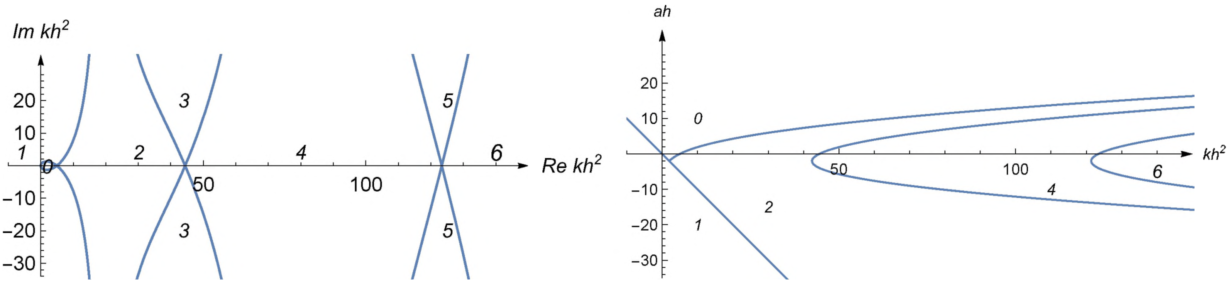

Рис. 1. Множества D-разбиения.

Если в поверхности D-разбиения $y \in (y_0, y_0)$, где y_0 – наименьший положительный корень уравнения $-y \operatorname{ctg} \frac{y}{2} = ah$, то получаем поверхность, которая ограничивает область D (см. рис. 2). Удалось установить, что уравнение (1) экспоненциально устойчиво тогда и только тогда, когда точка $(\operatorname{Re} kh^2, \operatorname{Im} kh^2, ah)$ принадлежит области D.

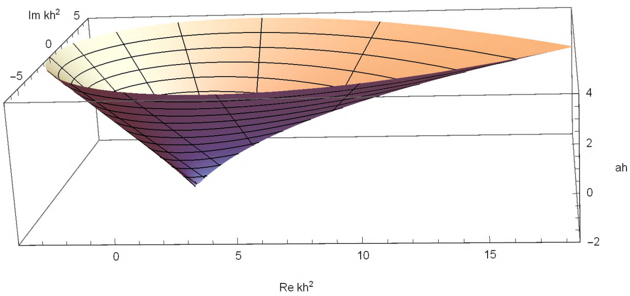

Рис. 2. Область D.

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (задание FSNM-2020-0028).

Литература

1. Азбелев Н. В., Максимов В. П., Рахматуллина Л. Ф. *Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений.* М.: Наука, 1991.

2. Зубов В. И. *К теории линейных стационарных систем с запаздывающим аргументом* // Изв. вузов. Матем. 1958. № 6. С. 86–95.

3. Мышкис А. Д. *Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом.* М.: Наука, 1972.

4. Неймарк Ю. И. *Устойчивость линеаризованных систем (дискретных и распределённых).* Л.: ЛКВВИА, 1949.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ В ОДНОЙ БИОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

М.А. Скворцова

В работе рассматривается модель иммунной реакции растений, описываемая