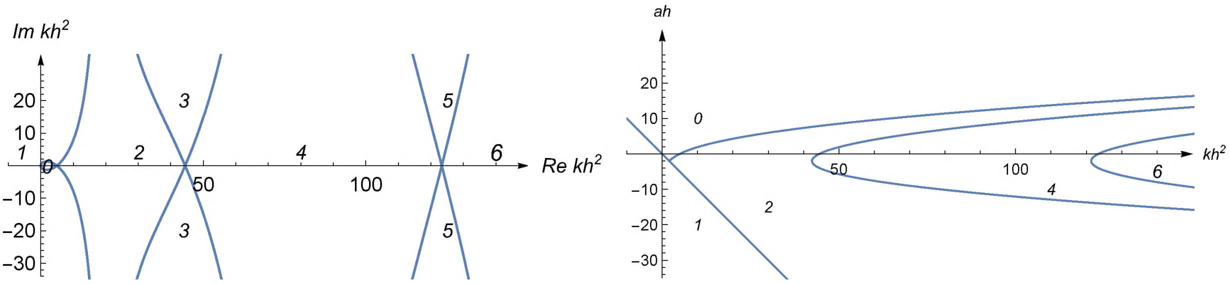

Рис. 1. Множества D-разбиения.

Если в поверхности D-разбиения $y \in (y_0, y_0)$, где y_0 – наименьший положительный корень уравнения $-y \operatorname{ctg} \frac{y}{2} = ah$, то получаем поверхность, которая ограничивает область D (см. рис. 2). Удалось установить, что уравнение (1) экспоненциально устойчиво тогда и только тогда, когда точка $(\operatorname{Re} kh^2, \operatorname{Im} kh^2, ah)$ принадлежит области D.

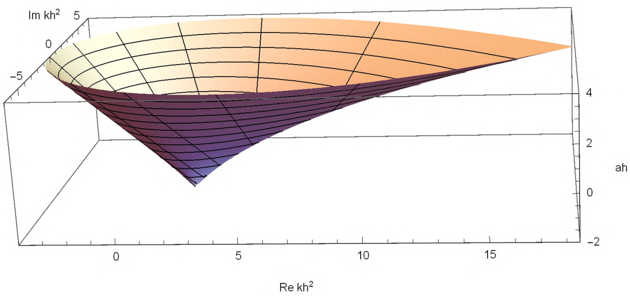

Рис. 2. Область D.

Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (задание FSNM-2020-0028).

Литература

1. Азбелев Н. В., Максимов В. П., Рахматуллина Л. Ф. *Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений.* М.: Наука, 1991.

2. Зубов В. И. *К теории линейных стационарных систем с запаздывающим аргументом* // Изв. вузов. Матем. 1958. № 6. С. 86–95.

3. Мышкис А. Д. *Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом.* М.: Наука, 1972.

4. Неймарк Ю. И. *Устойчивость линеаризованных систем (дискретных и распределённых).* Л.: ЛКВВИА, 1949.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ В ОДНОЙ БИОЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

М.А. Скворцова

В работе рассматривается модель иммунной реакции растений, описываемая системой дифференциальных уравнений с двумя запаздываниями [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}P(t) = k\Big(S(t) + W(t)\Big) - ke^{-\varepsilon\tau_1}\Big(S(t-\tau_1) + W(t-\tau_1)\Big) - \varepsilon P(t), \\ \dfrac{d}{dt}S(t) = ke^{-\varepsilon\tau_1}\Big(S(t-\tau_1) + W(t-\tau_1)\Big) - S(t)\Big(\lambda I(t) + \delta I(t-\tau_2) + \varepsilon S(t)\Big), \\ \dfrac{d}{dt}I(t) = I(t)\Big(\lambda S(t) - (z+\sigma) - \delta\phi I(t-\tau_2)\Big), \\ \dfrac{d}{dt}R(t) = \sigma I(t) + \delta\phi I(t)I(t-\tau_2) - \varepsilon R(t), \\ \dfrac{d}{dt}W(t) = \delta S(t)I(t-\tau_2) - \varepsilon W(t). \end{cases}$$

Здесь $P(t)$ – численность незрелых клеток, $S(t)$ – численность восприимчивых клеток, $I(t)$ – численность инфицированных клеток, $R(t)$ – численность восстановленных клеток, $W(t)$ – численность невосприимчивых клеток. Параметр запаздывания $\tau_1 \geqslant 0$ отвечает за время созревания клетки, параметр запаздывания $\tau_2 \geqslant 0$ – за время задержки реакции иммунной системы на заражение вирусами.

В работе изучается асимптотическая устойчивость двух положений равновесия, соответствующих состоянию системы в случае заражения и состоянию системы в случае выздоровления. Установлены оценки, характеризующие скорости стабилизации решений к положениям равновесия на бесконечности. Получены оценки для множеств притяжения данных положений равновесия. Все величины, присутствующие в оценках, выражены в явном виде через коэффициенты системы. При получении результатов использовались различные функционалы Ляпунова–Красовского [2].

Работа выполнена в рамках государственного задания Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН (проект № FWNF-2022-0008).

Литература

1. Neofytou G., Kyrychko Y. N., Blyuss K. B. *Time-delayed model of immune response in plants* // Journal of Theoretical Biology. 2016. V. 389. P. 28–39.

2. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом* // Вестник НГУ. Серия: математика, механика, информатика. 2005. Т. 5. № 3. С. 20–28.

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ И НАБЛЮДЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В.Е. Хартовский

Объект исследования – линейная автономная вполне регулярная дифференциально-алгебраическая система с последействием Σ:

$$\frac{d}{dt}\left(Dx(t)\right) = \sum_{i=0}^{m}\left(A_i x(t-ih) + B_i u(t-ih)\right), \quad t > 0, \tag{1}$$