

УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ ОДНОЙ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Л.Н. Бондарь, С.Б. Мингноров

В докладе рассматривается задача Коши для одной системы дифференциальных уравнений, не разрешенной относительно старшей производной по времени:

$$\begin{pmatrix} (I - \alpha D_x^2) & \varepsilon D_x^2 \\ \varepsilon D_x^2 & (I - \beta D_x^2) \end{pmatrix} D_t^2 U + c^2 \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1 \end{pmatrix} D_x^4 U - \delta^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} D_x^2 U = F(t, x) \quad (1)$$

в полуплоскости $\mathbb{R}_+^2 = \{t > 0, x \in \mathbb{R}\}$, где $\alpha, \beta > 1, c > 0, 0 < \varepsilon < 1, \delta \in \mathbb{R}$.

Системы дифференциальных уравнений вида (1) часто называют *уравнениями соболевского типа*, поскольку именно работы С.Л. Соболева (см., например, в [1, с. 333–447]) послужили началом систематического изучения таких уравнений.

Система (1) относится к классу псевдогиперболических уравнений, введенных Г.В. Демиденко в [2]. Системы такого вида возникают при описании волновой динамики в стержне (см., например, [3, 4]).

В вырожденном случае, когда $\varepsilon = 0$, система (1) распадается на два псевдогиперболических уравнения:

$$(I - \alpha D_x^2) D_t^2 u + c^2 D_x^4 u - \delta^2 D_x^2 u = f_1(t, x), \quad (2)$$

$$(I - \beta D_x^2) D_t^2 v + c^2 D_x^4 v = f_2(t, x).$$

Уравнение (2) в литературе называется *уравнением Власова* (см. [3, 4]), а также – *уравнением Рэлея–Билиона* (см. [5, 6]). Теоремы о разрешимости задачи Коши для псевдогиперболических уравнений см., например, [2, 7–9].

В работе доказывается однозначная разрешимость задачи Коши для псевдогиперболической системы (1) в соболевских пространствах.

Литература

1. Соболев С.Л. *Избранные труды. Т. 1. Уравнения математической физики. Вычислительная математика и кубатурные формулы*. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, Филiaal “Гео” изд-ва СО РАН, 2003.
2. Демиденко Г.В., Успенский С.В. *Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной*. Новосибирск: Научная книга, 1998.
3. Власов В.З. *Тонкостенные упругие стержни*. Стройиздат, 1940.
4. Герасимов С.И., Ерофеев В.И. *Задачи волновой динамики элементов конструкций*. Саров: ФГУП “РФЯЦ-ВНИИЭФ”, 2014.
5. Bishop R. E. D. *Longitudinal waves in beams* // Aeronautical Quarterly. 1952. V. 3. I. 4. P. 280–293.
6. Rao J. S. *Advanced Theory of Vibration*. John Wiley & Sons, 1992.
7. Demidenko G. V. *On solvability of the Cauchy problem for pseudohyperbolic equations* // Sib. Adv. Math. 2001. V. 11. № 4. P. 25–40.
8. Fedotov I., Volevich L. R. *The Cauchy problem for hyperbolic equations not resolved with respect to the highest time derivative* // Russ. J. Math. Phys. 2006. V. 13. № 3. P. 278–292.
9. Демиденко Г.В. *Условия разрешимости задачи Коши для псевдогиперболических уравнений* // Сиб. мат. журн. 2015. Т. 56. № 6. С. 1289–1303.