Считаем, что в замыкании рассматриваемой области G плоскости (x, y) выполняются включения $a_i \in C^2$, $b_i, c_i, f_i \in C^1$, $i = \overline{1,2}$. Решение системы (1) класса $u, v \in C^1(G)$, $u_{xx}, v_{yy} \in C(G)$ назовем *регулярным в* G.

Задача D**:** найти в области $D_0\colon\ 0 < y < x < T$ регулярное решение системы (1), удовлетворяющее граничным условиям

$$\begin{aligned} u(y,y) = \varphi_1(y), &\quad (u_x - a_1 v)(y,y) = \varphi_2(y), \\ v(x,0) = \psi_1(x), &\quad (v_y - a_2 u)(x,0) = \psi_2(x), \end{aligned}$$

где $\varphi_1(y), \varphi_2(y), \psi_1(x), \psi_2(x) \in C^1([0,T])$.

Методом интегральных уравнений доказаны существование и единственность решения задачи D, предложен способ определения матрицы Римана–Адамара задачи D (которая играет здесь ту же роль, что и матрица Римана–Адамара при решении задачи Дарбу [9]), опирающийся на определение матрицы Римана [4–6]. Построено решение задачи D в терминах предложенной матрицы Римана–Адамара.

Литература

1. Бицадзе А. В. *О структурных свойствах решений гиперболических систем уравнений с частными производными* // Математическое моделирование. 1994. Т. 6. № 6. С. 22–31.
2. Чекмарев Т. В. *Формулы решения задачи Гурса для одной линейной системы уравнений с частными производными* // Дифференциальные уравнения. 1982. Т. 18. № 9. С. 1614–1622.
3. Плещинская И. Е. *Об эквивалентности некоторых классов эллиптических и гиперболических систем первого порядка и уравнений второго порядка с частными производными* // Дифференциальные уравнения. 1987. Т. 23. № 9. С. 1634–1637.
4. Миронова Л. Б. *О методе Римана в* $\mathbb{R}^n$ *для одной системы с кратными характеристиками* // Известия вузов. Математика. 2006. № 1. С. 34–39.
5. Миронова Л. Б. *О характеристических задачах для одной системы с двукратными старшими частными производными* // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки. 2006. № 43. С. 31–37.
6. Жегалов В. И., Миронова Л. Б. *Об одной системе уравнений с двукратными старшими частными производными* // Известия вузов. Математика. 2007. № 3. С. 12–21.
7. Созонтова Е. А. *О характеристических задачах с нормальными производными для системы гиперболического типа* // Известия вузов. Математика. 2013. № 10. С. 43–54.
8. Андреев А. А., Яковлева Ю. О. *Задача Коши для системы дифференциальных уравнений гиперболического типа порядка* n *с некратными характеристиками* // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки. 2017. Т. 21. № 4. С. 752–759.
9. Mironova L. B. *Boundary-value Problems with Data on Characteristics for Hyperbolic Systems of Equations* // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2020. V. 41. № 3. P. 400–406.

ЛОКАЛЬНОЕ СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НЕЛОКАЛЬНЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ НЕЙМАНА

А.И. Никитин, Д.А. Булыно

Рассмотрим начально-краевую задачу для системы полулинейных параболических уравнений с нелинейными нелокальными граничными условиями Неймана:

$$\begin{cases} u_t = \Delta u - c_1(x,t)v^p, \quad v_t = \Delta v - c_2(x,t)u^q, & x \in \Omega, \quad t > 0, \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu} = \displaystyle\int_\Omega \phi(x,y,t)u^m(y,t)\,dy, & x \in \partial\Omega, \quad t > 0, \\ \dfrac{\partial v}{\partial \nu} = \displaystyle\int_\Omega \psi(x,y,t)v^n(y,t)\,dy, & x \in \partial\Omega, \quad t > 0, \\ u(x,0) = u_0(x), \quad v(x,0) = v_0(x), & x \in \Omega, \end{cases} \tag{1}$$

где $p,\ q,\ m,\ n$ – положительные постоянные, Ω – ограниченная область в $\mathbb{R}^N$ $(N \geqslant 1)$ с гладкой границей $\partial\Omega$, ν – единичная внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Относительно данных задачи (1) будем предполагать следующее:

$$c_i(x,t) \in C^{\alpha}_{loc}\big(\bar\Omega \times [0,+\infty)\big), \quad 0 < \alpha < 1, \quad c_i(x,t) \geqslant 0, \quad i = 1,2;$$

$$\phi(x,y,t) \in C\big(\partial\Omega \times \bar\Omega \times [0,+\infty)\big), \quad \phi(x,y,t) \geqslant 0;$$

$$\psi(x,y,t) \in C\big(\partial\Omega \times \bar\Omega \times [0,+\infty)\big), \quad \psi(x,y,t) \geqslant 0;$$

$$u_0(x), v_0(x) \in C^1(\bar\Omega), \quad u_0(x) \geqslant 0, \quad v_0(x) \geqslant 0 \text{ в } \Omega;$$

$$\frac{\partial u_0(x)}{\partial \nu} = \int_\Omega \phi(x,y,0)u_0^m(y)\,dy, \quad \frac{\partial v_0(x)}{\partial \nu} = \int_\Omega \psi(x,y,0)v_0^n(y)\,dy \text{ на } \partial\Omega.$$

Пусть $Q_T = \Omega \times (0,T)$. Для данной задачи было доказано локальное существование решения.

Теорема. *Для малых значений T задача (1) имеет единственное решение в Q_T.*

Литература

1. Gladkov A., Guedda M. *Semilinear heat equation with absorption and a nonlocal boundary condition* // Applicable Analysis. 2012. V. 91. № 12. P. 2267-2276.

РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С НЕЛОКАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Ж.А. Отарова, А.Б. Бекиев

В работе рассматривается обратная задача для уравнения четвертого порядка смешанного типа с нелокальными условиями.

В области $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < 1,\ -\alpha < t < \beta\}$ рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv u_{xxxx}(x,t) - \operatorname{sgn} t\, u_{tt}(x,t) = f(x).$$

Задача 1. Найти в области Ω функции $u(x,t), f(x)$, удовлетворяющие условиям:

$$u(x,t) \in C^{2,1}_{x,t}(\bar\Omega) \cap C^{4,2}_{x,t}(\Omega_+ \cup \Omega_-),$$

$$Lu(x,t) \equiv f(x), \ (x,t) \in \Omega_+ \cup \Omega_-,$$

$$u(0,t) = 0, \ u_x(0,t) = u_x(1,t), \ u_{xx}(1,t) = 0, \ u_{xxx}(0,t) = u_{xxx}(1,t), \ -\alpha \leqslant t \leqslant \beta,$$

$$u(x,\beta) = \varphi(x), \ 0 \leqslant x \leqslant 1,$$

$$u(x,-\alpha) = \eta(x), \ u_t(x,-\alpha) = \xi(x), \ 0 \leqslant x \leqslant 1,$$