СИСТЕМА РАЗНОСТНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НЕНАДЕЖНОЙ СЕТИ С АБСОЛЮТНЫМ ПРИОРИТЕТОМ В ОБСЛУЖИВАНИИ РАЗНОТИПНЫХ ЗАЯВОК

С.Э. Статкевич

Исследование сети массового обслуживания (МО) с очередями разнотипных заявок и абсолютным приоритетом их обслуживания приведено в [1]. Сети с ненадежными системами обслуживания и ограниченным временем ожидания разнотипных заявок исследованы в переходном режиме в [2].

В докладе рассматривается методика нахождения вероятностей состояний сети с ненадежными системами и абсолютным приоритетом в обслуживании нетерпеливых разнотипных заявок в переходном режиме. Доказано, что вероятности состояний такой сети удовлетворяют системе разностно-дифференциальных уравнений вида

$$
\begin{gathered}
\frac{dP_i(d,k,t)}{dt} = -\Bigg[\sum_{i=1}^{n}\sum_{c=1}^{r}[\lambda(t)p_{0cic}\phi_{ic}(t) + \mu_{ic}\min(d_i,k_{ic})u(k_{ic})\alpha_{ic}(t)+ \\
+\theta_{ic}(k_{ic}-d_i)u(k_{ic}-d_i)\nu_{ic}(t)] + \sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{\substack{c,s=1\\ c\neq s}}^{r}\mu_{js}(t)\min(d_j,k_{js})u(k_{js})\eta_{jsic}(t)+ \\
+\sum_{i=1}^{n}[\beta_i(t)d_i) + \gamma_i(t)(m_i-d_i)]\Bigg]P(d,k,t)+ \\
+\lambda(t)\sum_{i=1}^{n}\sum_{c=1}^{r}P(d,k-I_{ic},t)\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{r}p_{osjs}\psi_{jsic}(t)+ \\
+\sum_{i=1}^{n}\sum_{c=1}^{r}[\mu_{ic}\min(d_i,k_{ic})u(k_{ic})\alpha_{ic}(t)+\theta_{ic}(k_{ic}+1-d_i)u(k_{ic}+1-d_i)\nu_{ic}(t)]P(d,k+I_{ic},t)+ \\
+\Bigg[\sum_{i=1}^{n}\sum_{c=1}^{r}\mu_{ic}(t)\min(d_i,k_{ic})u(k_{ic})\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{r}\eta_{icjs}(t)+ \\
+\sum_{i=1}^{n}\sum_{c=1}^{r}\theta_{ic}(t)(k_{ic}+1-d_i)u(k_{js})\sum_{j=1}^{n}\sum_{s=1}^{r}\nu_{icjs}(t)+\Bigg]P(d,k+I_{ic}-I_{js},t)+ \\
+\sum_{i=1}^{n}\beta_i(t)(d_i+1)P(d+I_i,k,t) + \sum_{i=1}^{n}\gamma_i(t)(m_i-d_i+1)u(d_i)P(d-I_i,k,t),\ \ i=\overline{1,n},
\end{gathered}
$$

где $(d,k,t) = (d_1,...d_n,k_{11},...,k_{1r},...,k_{n1},...,k_{nr},t)$ – вектор состояний сети; d_i – количество исправных линий обслуживания в системе S_i в момент времени t; m_i – общее число линий обслуживания в системе S_i; k_{ic} – количество заявок типа c в системе S_i в очереди и на обслуживании в момент времени t, $t \in [0;+\infty)$; $\mu_{ic}^{-1}(t)$, $\theta_{ic}^{-1}(t)$ – среднее время обслуживания и среднее время ожидания в очереди на обслуживание заявок типа c в системе S_i; β_i^{-1}, $\gamma_i^{-1}(t)$ – среднее время исправной работы и среднее время восстановления неисправных линий обслуживания соответственно в системе S_i; I_i – n-вектор с нулевыми компонентами, за исключением компоненты с номером i, равной 1; I_{ic} – вектор нулевых компонент, размерности $n \times r$, за исключением компоненты $r(i-1)+c$, равной 1; $\phi_{ic}(k,t)$ – условная вероятность того, что заявка типа c, которая поступает в i-ую СМО в момент времени t, при условии, что сеть находится в состоянии (d,k,t), не будет обслужена ни одной из СМО; $\psi_{icjs}(k,t)$ – условная вероятность того, что заявка типа c, которая поступает из внешней среды в i-ую СМО в момент времени t, когда сеть находится в состоянии (d,k,t), впервые получит обслуживание в j-ой СМО, получив при этом тип s; $\alpha_{ic}(k,t)$ – условная вероятность того, что заявка типа c, обслуженная в i-ой СМО в момент времени t, когда сеть находится в состоянии (d,k,t), не будет больше обслужена ни в одной из СМО; $\eta_{icjs}(k,t)$ – условная вероятность того, что заявка типа c, обслуженная в i-ой СМО в момент времени t, когда сеть находится в состоянии (d,k,t), впервые после этого получит обслуживание в j-ой СМО, как заявка типа s; $\nu_{ic}(k,t)$ – условная вероятность того, что заявка типа c, находящаяся в очереди i-ой СМО в момент времени t, когда сеть находится в состоянии (d,k,t), не покинет очередь этой СМО, $i,j=\overline{1,n}$, $c=\overline{1,r}$.

Для решения данной системы предлагается использовать метод многомерных производящих функций.

Литература

1. Маталыцкий М. А., Науменко В. В. *Стохастические сети с нестандартными перемещениями заявок: моногр.* Гродно: ГрГУ, 2016.

2. Статкевич С. Э. *Исследование в переходном режиме сети с ненадежными системами обслуживания и ограниченным временем ожидания разнотипных заявок* // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. 2021. Т. 11. № 3. С. 124–137.

О СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ГЕЛЬМГОЛЬЦА ДЛЯ СИСТЕМ С НЕГОЛОНОМНЫМИ СВЯЗЯМИ

М.И. Тлеубергенов, Г.К. Василина, Д.С. Кулахметова

В работе по заданной стохастической системе строится эквивалентное почти наверное уравнение лагранжевой структуры в предположении, что на исходную систему наложены неголономные связи.

Известно, что в классической механике разработаны различные математические методы исследования консервативных систем. Гельмгольцем поставлена задача расширения области применения аналитических методов механики на случай непотенциальных сил. Им в классе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) получены [1] необходимые и достаточные условия построения обобщенного кинетического потенциала.

Вместе с тем в механике важным в приложении классом являются неголономные системы. Необходимые и достаточные условия справедливости принципа Гамильтона при наличии неголономных связей в потенциальном поле сил получены В.В. Румянцевым [2]. Исследованию задачи Гельмгольца с учетом неголономных связей в классе ОДУ посвящены также работы В.Р. Новоселова [3], А.С. Сумбатова [4] и др. авторов. Отметим работы [5-7], в которых помимо собственных исследований авторов, в основном, в классе ОДУ и ДУЧП, приводится исторический обзор научных работ по развитию и обобщению задачи Гельмгольца.