Начиная с 1998 года мы начали перестраивать изложение курса на основе использования индексной формы записи. В 2012 году в издательстве РИВШ вышло учебное пособие Л. Л. Березкиной «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» с грифом Министерства образования Республики Беларусь. Основной целью пособия была идея перехода к изложению линейной алгебры в тензорных обозначениях, что особенно важно для физических и радиофизических факультетов. В настоящее время готовится четвертое издание этой книги.

В своем докладе авторы планируют рассказать и о других особенностях преподавания вышеназванного курса. Так, например, при изложении теории кривых и поверхностей второго порядка приводится определение канонического уравнения второй степени, которое отсутствует в классических учебниках по аналитической геометрии. Это определение позволяет корректно обосновать классификацию кривых и поверхностей второго порядка. Для решения многих задач приведены четкие алгоритмы. В частности, при изложении темы «Собственные векторы» с полным обоснованием приводится метод алгебраических дополнений, который позволяет в случае простых корней легко находить собственные векторы, а для матриц третьего порядка – практически устно.

Для большей доступности изложения приводятся многочисленные примеры, причем многие из них являются нестандартными. Например, в теории линейных операторов предлагается вычисление интегралов вида

$$\int e^{\alpha t}\sin\beta t\,dt = \frac{1}{\alpha^2+\beta^2}(\alpha e^{\alpha t}\sin\beta t - \beta e^{\alpha t}\cos\beta t) + C_1,$$

$$\int e^{\alpha t}\cos\beta t\,dt = \frac{1}{\alpha^2+\beta^2}(\beta e^{\alpha t}\sin\beta t + \alpha e^{\alpha t}\cos\beta t) + C_2,$$

а также решение некоторых интегральных уравнений.

Будут обсуждены актуальные вопросы, связанные с особенностями чтения лекций и проведения практических занятий на факультете радиофизики и компьютерных технологий с использованием ИКТ в условиях дистанционного обучения.

ОБ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ФАКУЛЬТЕТА РАДИОФИЗИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ БЕЛГОСУНИВЕРСИТЕТА

Л.Л. Березкина, А.А. Егоров

Дисциплина «Методы математической физики» традиционно преподается на факультете радиофизики и компьютерных технологий Белорусского государственного университета и является последней в перечне общих математических дисциплин, читаемых на факультете. В связи с изменениями в учебных планах в следующем учебном году планируется существенное увеличение количества часов, отводимых как на лекции, так и на проведение практических занятий. Это дает возможность включить в программу дисциплины некоторые дополнительные темы. В частности, в работе [1] было указано на целесообразность рассмотрения на практических занятиях ряда математических моделей, связанных с явлением резонанса в задачах колебаний струн и стержней. В развитии этой идеи в настоящем сообщении обсуждается возможность дополнительного включения в учебную программу вопросов, связанных с построением по методу Фурье некоторых частных решений уравнения Гельмгольца, играющего важную роль в радиофизических приложениях.

Рассмотрим задачу Дирихле для уравнения Гельмгольца в сферических координатах

$$\Delta u \equiv \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial u}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}+k^2u=0,\quad 0\leqslant r<a,$$
$$u(a,\theta,\varphi)=f(\theta,\varphi),$$

предполагая, что число k не является собственным значением однородной краевой задачи

$$\Delta u+k^2u=0,\quad 0\leqslant r<a,\quad u(a,\theta,\varphi)=0.$$

Разделяя переменные в дифференциальном уравнении, приходим к ограниченным 2π-периодическим по φ частным решениям

$$u_{nm}(r,\theta,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{r}}J_{n+\frac12}(kr)Y_n^{(m)}(\theta,\varphi),\quad n=0,1,\ldots,\quad m=\overline{-n,n},$$

где $Y_n^{(m)}(\theta,\varphi)=P_n^{(m)}(\cos\theta)\cos m\varphi$, $Y_n^{(-m)}(\theta,\varphi)=P_n^{(m)}(\cos\theta)\sin m\varphi$ – сферические функции, $J_{n+\frac12}(x)$ – цилиндрические функции Бесселя полуцелого порядка.

Решение краевой задачи запишем в виде разложения по этим частным решениям

$$u(r,\theta,\varphi)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}A_{nm}\frac{1}{\sqrt{r}}J_{n+\frac12}(kr)Y_n^{(m)}(\theta,\varphi),$$

$$A_{nm}=\frac{\sqrt{a}}{J_{n+\frac12}(ka)}\frac{1}{\|Y_n^{(m)}\|^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{\pi}f(\theta,\varphi)Y_n^{(m)}(\theta,\varphi)\sin\theta\,d\theta,$$

$$\|Y_n^{(m)}\|^2=\frac{2\pi}{2n+1}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!}.$$

Пусть теперь дана внутренняя краевая задача для уравнения Гельмгольца в цилиндрических координатах

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}+k^2u=0,\quad 0\leqslant r<a,$$
$$u(a,\varphi)=f(\varphi),$$

где функция $u=u(r,\varphi)$ не зависит от переменной z. Ограниченное 2π-периодическое по φ решение этой задачи имеет вид

$$u(r,\varphi)=\frac{A_0}{2}J_0(kr)+\sum_{n=1}^{\infty}\big(A_n\cos n\varphi+B_n\sin n\varphi\big)J_n(kr),$$

где коэффициенты A_n и B_n ряда вычисляются по формулам

$$A_n=\frac{1}{\pi J_n(ka)}\int_{-\pi}^{\pi}f(\varphi)\cos n\varphi\,d\varphi,\quad n=0,\,1,\,\ldots,$$

$$B_n = \frac{1}{\pi J_n(ka)} \int\limits_{-\pi}^{\pi} f(\varphi) \sin n\varphi \, d\varphi, \ n = 1, 2, \ldots .$$

Аналогично можно сформулировать краевые задачи для уравнения Гельмгольца в шаровом слое или кольцевой области и построить их решения в случае граничных условий второго и третьего рода.

Литература

1. Деревяго А. Н., Егоров А. А. *О дополнении к методике проведения практических занятий по дисциплине «Методы математической физики» на факультете радиофизики и компьютерных технологий Белорусского государственного университета* // Международная математическая конференция «Седьмые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям». Минск: ИМ НАН Беларуси, 2021. С. 239–242.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗЛОЖЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» НА ФИЗИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

А.Н. Деревяго, Н.Г. Абрашина-Жадаева

Методические подходы в преподавании математических дисциплин на физическом факультете имеют свою специфику, поскольку ориентируемы на приложения в научно-технических сферах. В этой связи особая роль принадлежит таким дисциплинам как «Методы математической физики» и «Математическое моделирование физических процессов».

Основная особенность курса «Методы математической физики» – широкое использование задач классической математической физики [1–5] и исследование этих задач с помощью теории дифференциальных уравнений, функционального анализа и теории функций и приближенных методов, вычислительной математики и основ теории поля [6–8]. При этом немаловажно введение понятий обобщенной функции Дирака и обобщенных решений краевых задач, что позволяет часто формальным вычислениям придавать строгий математический смысл [5].

В своем сообщении мы также отмечаем некоторые важные особенности изложения для студентов-физиков темы решения задач Коши для уравнений гиперболического типа. Так, при изучении основных понятий и утверждений для дифференциальных уравнений второго порядка, мы обращаем особое внимание студентов не только на умение различать типы, но и важность выделять канонические переменные и характеристики или характеристические поверхности. Для каждого из типов дифференциальных уравнений в частных производных для выяснения характера решения учим использовать плоскость состояния или фазовую плоскость. При этом излагаем методику применения метода характеристик как переход к каноническим переменным в основном уравнении и нахождение общего решения через две произвольные функции $u = f_1(\xi) + f_2(\eta)$, где (ξ, η) – канонические переменные, и, используя начальные условия, находим аналитический вид этих функций в исходных переменных. Это стандартный прием [1–5], в котором мы на конкретных примерах акцентируем пошаговое