$$B_n = \frac{1}{\pi J_n(ka)} \int\limits_{-\pi}^{\pi} f(\varphi) \sin n\varphi \, d\varphi, \; n = 1,\, 2,\, \ldots .$$

Аналогично можно сформулировать краевые задачи для уравнения Гельмгольца в шаровом слое или кольцевой области и построить их решения в случае граничных условий второго и третьего рода.

Литература

1. Деревяго А. Н., Егоров А. А. *О дополнении к методике проведения практических занятий по дисциплине «Методы математической физики» на факультете радиофизики и компьютерных технологий Белорусского государственного университета* // Международная математическая конференция «Седьмые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям». Минск: ИМ НАН Беларуси, 2021. С. 239–242.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗЛОЖЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ» НА ФИЗИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

А.Н. Деревяго, Н.Г. Абрашина-Жадаева

Методические подходы в преподавании математических дисциплин на физическом факультете имеют свою специфику, поскольку ориентируемы на приложения в научно-технических сферах. В этой связи особая роль принадлежит таким дисциплинам как «Методы математической физики» и «Математическое моделирование физических процессов».

Основная особенность курса «Методы математической физики» – широкое использование задач классической математической физики [1–5] и исследование этих задач с помощью теории дифференциальных уравнений, функционального анализа и теории функций и приближенных методов, вычислительной математики и основ теории поля [6–8]. При этом немаловажно введение понятий обобщенной функции Дирака и обобщенных решений краевых задач, что позволяет часто формальным вычислениям придавать строгий математический смысл [5].

В своем сообщении мы также отмечаем некоторые важные особенности изложения для студентов-физиков темы решения задач Коши для уравнений гиперболического типа. Так, при изучении основных понятий и утверждений для дифференциальных уравнений второго порядка, мы обращаем особое внимание студентов не только на умение различать типы, но и важность выделять канонические переменные и характеристики или характеристические поверхности. Для каждого из типов дифференциальных уравнений в частных производных для выяснения характера решения учим использовать плоскость состояния или фазовую плоскость. При этом излагаем методику применения метода характеристик как переход к каноническим переменным в основном уравнении и нахождение общего решения через две произвольные функции $u = f_1(\xi) + f_2(\eta)$, где (ξ, η) – канонические переменные, и, используя начальные условия, находим аналитический вид этих функций в исходных переменных. Это стандартный прием [1–5], в котором мы на конкретных примерах акцентируем пошаговое внимание на характеристиках и на фазовой плоскости. Указываем, например, важные для физиков, замечания.

1. Поверхность $a^2(t-t_0)^2-|x-x_0|^2=0$ называется характеристическим конусом с вершиной в точке (x_0,t_0). Этот характеристический конус является границей конусов

$$\Gamma^+(x_0,t_0)=\Big[a(t-t_0)>|x-x_0|\Big],\quad \Gamma^-(x_0,t_0)=\Big[-a(t-t_0)>|x-x_0|\Big],$$

которые называются конусами будущего и прошлого с вершиной в точке (x_0,t_0) [5].

2. Волновое уравнение имеет и другое семейство характеристических поверхностей, а именно, семейство касательных плоскостей к характеристическим конусам $at+(x,b)=c$, где $b=(b_1,\ldots,b_n)$ и b_i, c – любые вещественные числа, причем $|b|=1$ [5].

3. Если рассматриваем уравнение с постоянными коэффициентами, то можно не приводить уравнение к каноническому виду, а искать решение в виде $u=\omega(x+\lambda y)$, где λ – некоторое число, подлежащее определению. Для этого в исходное уравнение подставляем

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\omega'_x,\quad \frac{\partial u}{\partial y}=\lambda\omega'_y,$$
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\omega''_{xx},\quad \frac{\partial^2 u}{\partial xy}=\lambda\omega''_{xy},\quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\lambda^2\omega''_{yy}.$$

Замечание 3 демонстрируем на примере, при этом выделяя случаи, когда а) λ_1 и λ_2 различны и принадлежат $\mathbb{R}$, б) $\lambda_1=\lambda_2\in\mathbb{R}$, тогда решение записывается в виде

$$u=\omega(x+\lambda_1 y)+y\omega(x+\lambda_1 y).$$

Кроме того, отмечаем пригодность этого метода для дифференциальных уравнений в частных производных выше второго порядка. Так, например, для уравнения

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 u}{\partial y^4}=0$$

имеем $\lambda_1=\lambda_2=i$, $\lambda_3=\lambda_4=-i$, и решение принимает вид

$$u_1=\omega_1(x+iy)+\omega_2(x-iy)+y\omega_3(x+iy)+y\omega_4(x-iy).$$

Важным дополнением при изложении уравнений параболического типа являются модели аномальной диффузии. Такие процессы вызывают интерес в связи с обнаружением аномальных свойств у ряда наноматериалов и наносистем и др. Рассматриваем макроскопический подход, который основан на использовании дробно-дифференциального уравнения, например,

$$\frac{\partial^\beta u}{\partial t^\beta}=D(x)\frac{\partial^\alpha u}{\partial t^\alpha}+f(x,t),\quad 0<\beta<1,\quad 1<\alpha<2,$$

которое получается из классического путем замены производных на дробные. Здесь, как и в классике, $D(x)$, $f(x,t)$ имеют такой же физический смысл и ставятся обычные начальные и граничные условия. Дробные производные определяются различным образом (Вейля, Марше и др), например,

$$\frac{\partial^\alpha v}{\partial x^\alpha}=\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\frac{d^n}{dx^n}\int\limits_L^x\frac{v(\xi)d\xi}{(x-\xi)^{\alpha+1-n}},\quad n-1<\alpha\leqslant n,$$

где $L = 0$ – производная Римана-Лиувилля, $L = \infty$ – производная Лиувилля, $\Gamma(p)$ – Гамма-функция (см., например, [9, 10]).

Литература

1. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. *Уравнения в частных производных математической физики.* М.: Высшая школа, 1970.
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. *Уравнения математической физики.* М.: МГУ, 1999.
3. Несис Е. И. *Методы математической физики.* М.: Просвещене, 1977.
4. Петровский И. Г. *Лекции об уравнениях с частными производными.* М.: Физматлит, 2009.
5. Владимиров В. С., Жаринов В. В. *Уравнения математической физики.* М.: Физматлит, 2000.
6. Абрашина-Жадаева Н. Г., Тимощенко И. А. *Векторный и тензорный анализ в примерах и задачах = Vector and Tensor Analysis through Examples and Exercises.* Минск: БГУ, 2019.
7. Ахраменко В. К. [и др.] *Высшая математика. Сборник задач: учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Анализ функций многих переменных.* Минск: БГУ, 2014.
8. Жадаева Н. Г. *Многокомпонентный вариант метода переменных направлений для эволюционных задач* // Дифференциальные уравнения. 1992. Т. 28. № 7. С. 1218–1230.
9. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. *Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения.* Минск: Наука и техника, 1987.
10. Abrashina-Zhadaeva N. G., Timoshchenko I. A. *Finite-difference schemes for a diffusion equation with fractional derivatives in a multidimensional domain* // Differential Equations. 2013. V. 49. № 7. P. 789–795.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ЭКЗАМЕНА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА» У СТУДЕНТОВ-ПЕРВОКУРСНИКОВ ФГДЭ БНТУ

Е.Л. Ерошевская

Объективные изменения в системе высшего образования приводят к изменениям промежуточных форм и видов контроля и оценки знаний, умений и навыков студентов в техническом университете.

Одной из таких форм контроля является использование тестов. Переход от традиционных методов проведения контроля знаний, умений и навыков остается актуальным на сегодняшний день.

Курс математики для студентов-первокурсников на факультете горного дела и экологии БНТУ является одним из значимых, как по объему часов, так и по использованию при изучении специальных дисциплин в последующем обучении и составляет четыре семестра.

После окончания изучения тем первого семестра у студентов, согласно учебному плану изучения дисциплины, проводится экзамен. В качестве эксперимента экзамен нами был проведен с использованием тестовых заданий. В эксперименте участвовали все группы потока. Количество студентов составило 92 человека.

Тестовые задания в каждом из вариантов предлагаются в количестве десяти, и содержат, как практические задачи, так и теоретические вопросы. Каждое задание теста содержит по пять ответов, их которых только один является правильным. Варианты заданий распечатываются для каждого студента в бумажном варианте.

Студенты выполняют тест, после чего вводят полученные ответы в соответствующую их варианту Google-форму, используя компьютеры. Далее компьютерная программа производит проверку результатов и выдает количество правильно отмеченных ответов.