Поэтому при чтении лекций по курсу «Уравнения математической физики» и «Дифференциальные уравнения с частными производными» в качестве материала, иллюстрирующего возможности математического моделирования в различных ситуациях, активно используются примеры из практики обработки данных в процессе исследований в предметной области. Основная задача состоит в том, чтобы научить студента умению применять на практике методы решения задач, возникающих в прикладных вопросах, связанных с математическими модулями, которые описываются дифференциальными уравнениями с частными производными.

Задача, решаемая с помощью дифференциального уравнения, может быть кратко сформулирована как задача нахождения поведения объекта исследования в прошлом или предсказания его поведения в будущем, зная его положение в настоящий момент.

С другой стороны, большое внимание уделяется и решению такой проблемы, как помощь современных средств компьютерной математики в более глубоком понимании студентами изучаемых ими классических математических тем. Например, курс «Уравнения математической физики», имеющий дело с постановкой, исследованием и решением краевых задач для уравнений с частными производными эффективно дополнен лабораторными занятиями с использованием Wolfram Mathematica, что позволяет:

во-первых, студентам ознакомиться с графическими возможностями пакета Mathematica, позволяющими визуализировать векторные и скалярные поля;

во-вторых, с помощью Wolfram Mathematica эффективно проиллюстрировать решение одномерных уравнений и систем уравнений в частных производных;

в-третьих, имеющийся в пакете Wolfram Mathematica специализированный инструментарий позволяет решать двумерные задачи математической физики в режиме графического интерфейса.

Инструментарий включает в себя готовые средства решения задач диффузии, теплопроводности, электростатики, строительной механики и других областей математической физики. На лабораторных работах по курсу «Уравнения математической физики» пакет Wolfram Mathematica, в частности, используется для решения уравнений с частными производными методом характеристик и анимации полученного решения с помощью функций Plot и Manipulate при различных значениях параметров; для решения задач Коши и Гурса для уравнений с частными производными второго порядка и визуализации решения с помощью функции Plot3D; для визуализации процесса распространения тепла в стержне в зависимости от различных внешних условий; для построения эквипотенцальных поверхностей электромагнитных полей.

Использование указанного пакета повышает значимость курса уравнений математической физики как инструмента математического моделирования и демонстрирует современные принципы в программировании сложных научно-технических задач.

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» НА ФИЗИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

О.А. Кононова, И.И. Рушнова, О.С. Кабанова

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" является базовой в структуре образовательного процесса на физическом факультете Белорусского государственного университета (БГУ). Цель преподавания данной дисциплины заключается в формировании систематизированных знаний в области математического моделирования практико-ориентированных задач и их решение на основе классических методов и приемов решения дифференциальных уравнений [1].

На физическом факультете БГУ дисциплина "Дифференциальные уравнения" читается во втором семестре и составляет математическую основу общей и теоретической физики, а также физических спецкурсов, изучаемых на профильных кафедрах факультета. Курс включает в себя тематику, которая отражена в действующей учебной программе [2].

Преподавание дисциплины ведется с учетом межпредметного согласования и использования материала в других математических и физических дисциплинах. Изложение обыкновенных дифференциальных уравнений предполагает неразрывную связь между данной дисциплиной и задачами, описывающими эволюционные процессы в различных областях естествознания. На лекционных и практических занятиях подбираются и решаются типовые задачи, которые разъясняют основные идеи, понятия, теоретические факты и их практические применения. Ниже приведен типовой пример составления математической модели прикладной физической задачи.

Задача. Движение материальной точки. Рассмотрим материальную точку массой m, которая движется прямолинейно с начальной скоростью $\vec{v}_0$. На точку действует сила сопротивления $\vec{F}$, направленная в сторону, противоположную направлению движения, и равная по модулю $k\sqrt[3]{v}$, где k– размерный постоянный коэффициент. Нужно определить время t_1 от начала движения до момента остановки, а также соответствующий путь, пройденный материальной точкой.

Решение. Примем за ось OX прямую, вдоль которой происходит движение материальной точки, а начало координат – за исходное положение точки. Используя второй закон Ньютона $\vec{F} = m\vec{a}$, запишем дифференциальное уравнение, описывающее движение материальной точки:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k\sqrt[3]{v}.$$

Тогда, поскольку справедливо соотношение $\dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{dv}{dt}$, имеем цепочку равенств

$$m\frac{dv}{dt} = -k\sqrt[3]{v}, \quad mdv \cdot v^{-\frac{1}{3}} = -kdt, \quad \frac{3}{2}mv^{\frac{2}{3}} = -kt + C_1. \tag{1}$$

Поскольку материальная точка начала движение в момент времени $t = 0$ с начальной скоростью $v = v_0$, то

$$C_1 = \frac{3}{2}mv_0^{\frac{2}{3}}.$$

В этой связи скорость точки в момент времени t определяется уравнением

$$v^{\frac{2}{3}} = v_0^{\frac{2}{3}} - \frac{2kt}{3m}. \tag{2}$$

Из условия равенства нулю скорости материальной точки при остановке, найдем время ее движения: $t_1 = \frac{3mv_0^{\frac{2}{3}}}{2k}$. Из уравнения (2) выразим скорость материальной точки:

$$v = \frac{dx}{dt} = \left(v_0^{\frac{2}{3}} - \frac{2kt}{3m}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{3}$$

Выразим из дифференциального уравнения (3) координату x:

$$x = \left(v_0^{\frac{2}{3}} - \frac{2kt}{3m}\right)^{\frac{5}{2}} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{3m}{2k}\right) + C_2. \tag{4}$$

Таким образом, закон движения материальной точки примет вид:

$$x = -\frac{3m}{5k}\left(v_0^{\frac{2}{3}} - \frac{2kt}{3m}\right)^{\frac{5}{2}} + C_2. \tag{5}$$

Поскольку материальная точка начала свое движение в момент времени $t = 0$ из начала координат $x = 0$, то получим, что

$$C_2 = \frac{3mv_0^{\frac{5}{3}}}{5k}.$$

Окончательный вид закона движения:

$$x = \frac{3mv_0^{\frac{5}{3}}}{5k} - \frac{3m}{5k}\left(v_0^{\frac{2}{3}} - \frac{2kt}{3m}\right)^{\frac{5}{2}}. \tag{6}$$

Таким образом, путь, пройденный материальной точкой в момент остановки $t = t_1$, будет равен

$$x_{t=t_1} = \frac{3m}{5k}v_0^{\frac{5}{3}}, \tag{7}$$

Для повышения качества усвоения материала студентами лекционный материал сопровождается мультимедийным сопровождением, проводятся коллоквиумы, контрольные работы, компьютерное тестирование и онлайн-консультирование.

Литература

1. Шилин А.П. *Дифференциальные уравнения: Подробный разбор решений типовых примеров. 1800 примеров, собранных в многовариантные задания по важнейшим темам курса. Коллекция важнейших типов решений алгоритмического характера.* М.: ЛЕНАНД, 2017.

2. *Дифференциальные и интегральные уравнения*: учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине для специальностей: 1-31 04 06 Ядерные физика и технологии, 1-31 04 07 Физика наноматериалов и нанотехнологий, 1-31 04 01 Физика (по направлениям), 1-31 04 01-01 Физика (научно-исследовательская деятельность). УД-9985/уч.

АДКРЫТЫ КАЛЁКВІЎМ ЯК ШМАТФУНКЦЫЯНАЛЬНАЯ ФОРМА КАНТРОЛЮ ВЕДАЎ У БУДУЧЫХ ФІЗІКАЎ

Н.С. Магонь, І.І. Рушнова, Н.Г. Абрашына-Жадаева

Для эфектыўнай ацэнкі вучэбна-пазнавальнай дзейнасці студэнтаў у вышэйшай школе выкарыстоўваюцца розныя метады кантролю ведаў: вусны кантроль, пісьмовы, тэставы, практычная праверка, метад назіранняў, а таксама метады самакантролю, самаацэнкі. Аднак, нягледзячы на шматгадовую апрабацыю, ужо сталыя традыцыйнымі метады і формы кантролю ведаў характарызуюцца некаторай недасканаласцю ў