по собственным функциям $\lambda_n = \sin\dfrac{n\pi x}{l}$, $n = 1, 2, \ldots,$ задачи Штурма–Лиувилля

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0, \quad X(0) = X(l) = 0,$$

где функции $T_n(t)$, $n = 1, 2, ...,$ определяются из уравнений

$$T_n{}''(t) + \omega_2^n T_n(t) = f_n(t), \quad t \neq t_k, \tag{6}$$

при начальных условиях

$$T_n(0) = \varphi_{0n}, \quad T_n{}'(0) = \varphi_{1n}, \tag{7}$$

и условиях импульсного воздействия

$$\Delta T_n{}'(t)\,|_{t=t_k} = I_{kn}\,, \tag{8}$$

Здесь k, $n \in \mathbb{N}$ и введены следующие обозначения

$$\varphi_{0n} = \frac{2}{l}\int\limits_0^l \varphi_0(x)\sin\frac{n\pi}{l}x\,dx; \;\; \varphi_{1n} = \frac{2}{l}\int\limits_0^l \varphi_1(x)\sin\frac{n\pi}{l}x\,dx; \;\; I_{kn} = \frac{2}{l}\int\limits_0^l I_k(x)\sin\frac{n\pi}{l}x\,dx.$$

Решение задачи (6)-(8) имеет вид

$$T_n(t) = \varphi_{01}\cos\omega_n t + \frac{\varphi_{1n}}{\omega_n}\sin\omega_n t + \frac{1}{\omega_n}\int\limits_{t_0}^{t} f_n(\tau)\sin\omega_n(t-\tau)\,d\tau + \sum_{0\leqslant t_i<t}\frac{I_{in}}{\omega_n}\sin\omega_n(t-t_i).$$

Подставив найденные выражения для $T_n(t)$ в ряд (5), получим решение задачи (1)–(4). Показано, что такая сходимость рядов будет обеспечена, если потребовать равномерную по n ограниченность частичных сумм ряда $\sum_{k=1}^{\infty} I_{kn}$ и чтобы непрерывная функция $f(x,t)$ имела непрерывные частные производные по x до второго порядка и при всех значениях t выполнялись условия $f(0,t) = f(l,t) = 0$, $I_k(0) = I_k(l) = 0$, $\forall k \in \mathbb{N}$.

Литература

1. Samoilenko A. M., Perestyuk N. A. *Impulsive differential equations* // World Scientific Series on Non-linear Sciences. Ser. A. V. 14. Singapore: World Scientific, 1995.

2. Самойленко В. Г., Елгондиев К. К. *Исследование линейных дифференциальных уравнений в* $\mathbb{R}^2$. / Препринт/АН УССР, Ин-т математики; 89.59. Киев, 1989. 32 с.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Б.Ж. Кадиркулов, М.А. Жалилов

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1-\operatorname{sign} x}{2}\,\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{1+\operatorname{sign} x}{2}\,{}_C D_{0y}^{\alpha}\right) = 0, \tag{1}$$

где ${}_C D_{0y}^{\alpha}\varphi(t) = I_{0+}^{1-\alpha}\varphi'(t)$ – оператор интегро-дифференцирования в смысле Капуто [1].

Определение. Функцию $u(x,y)$ будем называть *регулярным решением* уравнения (1), если она обладает непрерывными производными, входящими в это уравнение и удовлетворяет ему.

Пусть Ω – односвязная область плоскости независимых переменных x, y, ограниченная отрезками AB, BB_0, B_0A_0 прямых $x=1$, $y=0$, $y=1$ соответственно и характеристиками $AC: x+y=0$ и $A_0C: x-y=-1$ уравнения (1), выходящими из точек $A\,(0,0)$, $A_0\,(0,1)$, и пусть

$$\Omega_1 = \Omega \cup A_0B_0 \cap \{x>0\}\,, \quad \Omega_2 = \Omega \cap \{x<0\}\,.$$

Для уравнения (1) в области Ω рассмотрим следующую задачу:

Задача. Требуется найти функцию $u(x,y)$, непрерывную в замкнутой области $\bar{\Omega}$, которая:

1) является регулярным решением уравнения (1) в области Ω при $x \neq 0$;

2) удовлетворяет граничным условиям

$$u|_{y=0} = \varphi\,(x)\,,\ \ 0 \leqslant x \leqslant 1,$$

$$u|_{x=1} = f\,(y)\,,\ \ 0 \leqslant y \leqslant 1,$$

$$u|_{A_0C} = \psi_1\,(y)\,,\ \ \left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{A_0C} = \psi_2\,(y)\,,\quad \frac{1}{2} \leqslant y \leqslant 1,$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{AC} = \psi_3\,(y)\,,\ 0 \leqslant y \leqslant \frac{1}{2},$$

где φ, f, ψ_1, ψ_2, ψ_3 – заданные функции.

При определенных условиях на заданные функции, используя метод функции Грина, доказаны теоремы о единственности и существовании решения рассматриваемой задачи.

Литература

1. Kilbas A. A., Sirivastava H. M., Turijilo J. J. *Theory and applications of fractional differential equations.* / North-Holland Mathematics studies, 204. Elsevier Science B. M. Amsterdam: 2006.

2. Жураев Т. Д., Сапуев А. *О краевых задачах для уравнений третьего порядка параболо-гиперболического типа. Краевые задачи механики сплошных сред.* / Ташкент: изд-во ФАН, 1982.

3. Kadirkulov B. J. *Boundary problems for mixed parabolic-hyperbolic equations with two lines of changing type and fractional derivative* // EJDE, 2014. № 57. P. 1–7.

КОРРЕКТНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ГРАФАХ

Б.Е. Кангужин

Колебательные процессы конструкций, состоящих из стержней и соединенных в узлах, моделируются системами обыкновенных дифференциальных уравнений на предельных геометрических графах. Причем на каждой дуге графа возникает система дифференциальных уравнений, имеющих разные порядки. Дифференциальные системы с подобным эффектом на геометрических графах мало исследованы. Поэтому актуальным представляется изучение корректных постановок краевых задач для таких