Определение. Функцию $u(x,y)$ будем называть *регулярным решением* уравнения (1), если она обладает непрерывными производными, входящими в это уравнение и удовлетворяет ему.

Пусть Ω – односвязная область плоскости независимых переменных x, y, ограниченная отрезками AB, BB_0, B_0A_0 прямых $x=1$, $y=0$, $y=1$ соответственно и характеристиками $AC: x+y=0$ и $A_0C: x-y=-1$ уравнения (1), выходящими из точек $A\,(0,0)$, $A_0\,(0,1)$, и пусть

$$\Omega_1 = \Omega \cup A_0B_0 \cap \{x>0\}\,, \quad \Omega_2 = \Omega \cap \{x<0\}\,.$$

Для уравнения (1) в области Ω рассмотрим следующую задачу:

Задача. Требуется найти функцию $u(x,y)$, непрерывную в замкнутой области $\bar{\Omega}$, которая:

1) является регулярным решением уравнения (1) в области Ω при $x \neq 0$;

2) удовлетворяет граничным условиям

$$u|_{y=0} = \varphi\,(x)\,,\ \ 0 \leqslant x \leqslant 1,$$

$$u|_{x=1} = f\,(y)\,,\ \ 0 \leqslant y \leqslant 1,$$

$$u|_{A_0C} = \psi_1\,(y)\,,\ \ \left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{A_0C} = \psi_2\,(y)\,, \quad \frac{1}{2} \leqslant y \leqslant 1,$$

$$\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{AC} = \psi_3\,(y)\,,\ 0 \leqslant y \leqslant \frac{1}{2},$$

где φ, f, ψ_1, ψ_2, ψ_3 – заданные функции.

При определенных условиях на заданные функции, используя метод функции Грина, доказаны теоремы о единственности и существовании решения рассматриваемой задачи.

Литература

1. Kilbas A. A., Sirivastava H. M., Turijilo J. J. *Theory and applications of fractional differential equations.* / North-Holland Mathematics studies, 204. Elsevier Science B. M. Amsterdam: 2006.

2. Жураев Т. Д., Сапуев А. *О краевых задачах для уравнений третьего порядка параболо-гиперболического типа. Краевые задачи механики сплошных сред.* / Ташкент: изд-во ФАН, 1982.

3. Kadirkulov B. J. *Boundary problems for mixed parabolic-hyperbolic equations with two lines of changing type and fractional derivative* // EJDE, 2014. № 57. P. 1–7.

КОРРЕКТНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НА ГРАФАХ

Б.Е. Кангужин

Колебательные процессы конструкций, состоящих из стержней и соединенных в узлах, моделируются системами обыкновенных дифференциальных уравнений на предельных геометрических графах. Причем на каждой дуге графа возникает система дифференциальных уравнений, имеющих разные порядки. Дифференциальные системы с подобным эффектом на геометрических графах мало исследованы. Поэтому актуальным представляется изучение корректных постановок краевых задач для таких систем на графах. При этом возникает вопрос, во-первых, выбор условий согласований во внутренних вершинах графа и, во-вторых, определение условий закреплений в граничных вершинах графа.

Для исследования собственных частот колебаний конструкций, состоящих из множества стержней, возникают задачи на собственные значения для систем указанного выше вида на геометрических графах.

В докладе обсуждаются теоремы о локализации спектров указанных задач.

ОБ АППРОКСИМАЦИИ ОДНОГО КРАЕВОГО УСЛОВИЯ В СТЕРЖНЕВОМ ТЕЧЕНИИ

С.С. Каянович

Рассмотрим задачу (1)–(6) [1]

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \nu \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_k^2} - \sum_{k=1}^{2} u_k \frac{\partial u_1}{\partial x_k} - \frac{\partial p}{\partial x_1}, \quad (x,t) \in \tilde{\Omega}_T, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = 0, \quad (x,t) \in \Omega_{iT}, \ i = 1,2, \quad \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_2} = 0, \quad (x,t) \in \Omega'_T, \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial^2 p}{\partial x_k^2} + \sum_{k=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = 0, \quad (x,t) \in \tilde{\Omega}_T, \tag{3}$$

$$u_1 \big|_{t=0} = \bar{b}(x), \ x \in \bar{\Omega}, \quad u_1 \Big|_{\tilde{S}_T} = \tilde{\psi}_1(s,t), \ (s,t) \in \tilde{S}_T, \quad u_2 \Big|_{S_{\bigcup T}} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2}\bigg|_{S'_{1T}} = - \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\bigg|_{S'_{1T}}, \quad u_2|_{S'_{2T}} = - \int\limits_{H}^{H-\varepsilon_1} \frac{\partial u_1(x_1,z,t)}{\partial x_1}\, dz, \tag{5}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{n}} \big|_{\tilde{S}_T} = \zeta(s) \sum_{j=1}^{2} \omega_j(s,t) \cos\alpha_j, \ \ \omega_i = \nu \sum_{k=1}^{2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} - \sum_{k=1}^{2} u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial t}, \ \ i = 1,2, \ \ (s,t) \in \tilde{S}_T, \tag{6}$$

где $\dfrac{\partial p}{\partial \bar{n}} \big|_{\tilde{S}_T}$ – производная по направлению вектора $\bar{n}$ внешней нормали к поверхности $\tilde{S}_T$. Все обозначения в (1)–(6) содержатся в [1]. В работах [1, 2] доказано, что система уравнений стержневого течения имеет единственное решение при любом $t = t_m = m\tau$ (при достаточно малом τ), причём $u_{1,m} \in C_{l,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}_m\right)$, $p \in C_{l-1,\alpha}\left(\bar{\tilde{\Omega}}_m\right)$. Встаёт вопрос о численном нахождении решения. Для этого будет применён метод конечных разностей, при котором задача (1)–(6) заменяется разностной задачей, её аппроксимирующей. Порядок точности разностной задачи совпадает с порядком аппроксимации [3] (обозначения теории разностных схем см. в [3]).

Разностная схема для задачи (1), (4) на равномерной по шагам h, τ сетке рассматривалась в [4]. Поэтому сразу переходим к уравнению (3) и условиям (6). Уравнение (3) содержит частные производные, аналогичные производным из (1), поэтому их аппроксимация будет аналогичной. Остановимся на описании в разностном виде условий (6). Учитывая нулевые условия для функций u_1 и u_2 на частях границы

$$l_1 \cup l_2 \colon \Big[\frac{\delta}{2} \leqslant x_1 \leqslant L - \frac{\delta}{2}; x_2 = 0 \cup x_2 = H\Big],$$