

МУЛЬТИДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЙ ТЕНЗОР РАНГА S ТИПА (0,S)**A MULTIDIFFERENTIAL TENSOR OF RANK S OF TYPE (0,S)****ПАСТУХОВ Ю.Ф.,***кандидат физико-математических наук, доцент,**Полоцкий государственный университет***ПАСТУХОВ Д.Ф.,***кандидат физико-математических наук, доцент,**Полоцкий государственный университет***КАРЛОВ М.И.,***кандидат физико-математических наук, доцент,**Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)***PASTUKHOV Y.F,***candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,**Polotsk state university.***PASTUKHOV D.F.,***candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,**Polotsk state university.***KARLOV M.I.,***candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,**Moscow institute of physics and technology (national research university)*

В данной статье рассматриваются свойства гладких функций в расслоенных пространствах скоростей конечного порядка n . Рассмотрены преобразования набора частных производных по старшим производным в локальной записи гладкой функции. Сформулирован и доказан следующий результат: Пусть X_m – гладкое многообразие размерности m ; $T^n X_m$ ($n \geq 1$) – гладкое расслоенное пространство скоростей порядка n с базой расслоения X_m ; $L: T^n X_m \rightarrow \mathbb{R}$ – гладкая функция в точке $v_x^n \in T^n X_m$. В данной работе доказано: матрица частных производных порядка s ($s \geq 1$) по старшим производным локальной

записи $L\left(x, \overset{\bullet}{x}, \dots, x^{(n)}\right)$ в гладкой функции $L: T^n X_m \rightarrow \mathfrak{R}$ ($n \geq 1$) преобразуется как тензор ранга s типа $(0, s)$.

$$\frac{\partial^s \bar{L}(x, \overset{\bullet}{x}, \dots, x^{(n)})}{\binom{(n)}{k_1} \binom{(n)}{k_2} \dots \binom{(n)}{k_s} \partial x \partial x \dots \partial x} = \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=1}^m \dots \sum_{i_s=1}^m \frac{\partial^2 L(x, \dots, x^{(n)})}{\binom{(n)}{i_1} \binom{(n)}{i_2} \dots \binom{(n)}{i_s} \partial x \partial x \dots \partial x} \frac{\partial x^{i_1}(\bar{x})}{\partial x^{-k_1}} \frac{\partial x^{i_2}(\bar{x})}{\partial x^{-k_2}} \dots \frac{\partial x^{i_s}(\bar{x})}{\partial x^{-k_s}} \quad k_\alpha = \overline{1, m}, \alpha = \overline{1, s}$$

Ключевые слова: гладкие многообразия, расслоенное пространство скоростей, база расслоения, гладкие функции, тензор, частные производные.

Keywords: smooth manifolds, stratified velocity space, bundle base, smooth functions, tensor, partial derivatives.,

Теорема 1 [35]. Пусть $x^i = S^i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)$ $S: (\bar{x}) \rightarrow x(\bar{x})$ – невырожденное гладкое преобразование координат в базе гладкого многообразия X_m расслоенного пространства скоростей порядка $T^p X_m$, $i = \overline{1, m}$, тогда

$$\frac{\partial x^{(l)i}(\bar{x}, \overset{\bullet}{x}, \dots, x^{(p)})}{\binom{(s)}{j} \partial x} = \begin{cases} C_l^s \cdot D_t^{l-s} \left(\frac{\partial x^i(\bar{x})}{\partial x^{-j}} \right), & l \geq s, C_l^s = \frac{l!}{s!(l-s)!}, l! = \prod_{k=1}^l k = \sigma_l^s C_l^s \cdot D_t^{l-s} \left(\frac{\partial x^i(\bar{x})}{\partial x^{-j}} \right), \sigma_l^s = \begin{cases} 1, & l \geq s \\ 0, & l < s \end{cases} \\ 0, & l < s. \end{cases} \quad (1)$$

D_t^l – оператор l -кратного полного дифференцирования по переменной t

Теорема 2. Пусть $L: T^n X_m \rightarrow \mathfrak{R}$ ($n \geq 1$) – гладкая функция в точке $v_x^n \in T^n X_m$, $L\left(x, \overset{\bullet}{x}, \dots, x^{(n)}\right)$ – локальная запись L в системе координат (x) в базе X_m , $L\left(\bar{x}, \overset{\bullet}{x}, \dots, x^{(n)}\right)$ – локальная запись функции L в системе координат (\bar{x}) . Тогда матрица частных производных порядка s по старшим производным $L\left(x, \overset{\bullet}{x}, \dots, x^{(n)}\right)$ преобразуется как тензор ранга s типа $(0, s)$:

$$\frac{\partial^s \bar{L}(x, \overset{\bullet}{x}, \dots, x^{(n)})}{\binom{(n)}{k_1} \binom{(n)}{k_2} \dots \binom{(n)}{k_s} \partial x \partial x \dots \partial x} = \sum_{i_1=1}^m \sum_{i_2=1}^m \dots \sum_{i_s=1}^m \frac{\partial^2 L(x, \dots, x^{(n)})}{\binom{(n)}{i_1} \binom{(n)}{i_2} \dots \binom{(n)}{i_s} \partial x \partial x \dots \partial x} \frac{\partial x^{i_1}(\bar{x})}{\partial x^{-k_1}} \frac{\partial x^{i_2}(\bar{x})}{\partial x^{-k_2}} \dots \frac{\partial x^{i_s}(\bar{x})}{\partial x^{-k_s}} \quad , k_\alpha = \overline{1, m}, \alpha = \overline{1, s} \quad (2)$$

Работа написана для Российской научной библиотеки. Полный текст доказательства теорем можно прочитать(скопировать) в Российской научной

библиотеке eLibrary.ru, в которой статье присвоен номер eLIBRARY ID: 48587930 EDN HPAZZK.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волосова Н.К., Волосов К.А., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Решение уравнения Пуассона в целых числах по модулю p с кусочно разрывной правой частью // Евразийское Научное Объединение. – 2019. № 1-1 (47). С. 4-9.
2. Пастухов Ю.Ф., Пастухов А.Ю., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Волосова Н.К., Чернов С.В. Поиск наилучшего приближения в метрике квадратичного отклонения ступенчатыми функциями для обратной функции плотности распределения Лапласа (определение уровней восстановления для плотности распределения Лапласа) // Евразийское Научное Объединение. – 2021. № 1-1 (71). С. 49-54.
3. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. О роли профиля скорости на верхнем отрезке в гидродинамической задаче для прямоугольной каверны // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 5-1 (63). С. 11-17.
4. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Модифицированное разностное уравнение К.Н. Волкова для уравнения Пуассона на прямоугольнике с четвертым порядком погрешности // Евразийское Научное Объединение. – 2019. № 6-1 (52). С. 4-11.
5. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Вычисление поля давления по полю скорости в гидродинамической задаче для прямоугольной каверны // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 9-1 (67). С. 1-8.
6. Волосова Н.К. О нестационарном уравнении диффузии с полной производной по времени на прямоугольнике // Евразийское Научное Объединение. – 2021. № 1-1 (71). С. 9-14.
7. Волосова Н.К. О решении уравнения Пуассона на прямоугольнике с шестым порядком погрешности за конечное число элементарных операций // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 3-1 (61). С. 20-27.
8. Волосова Н.К. Нестационарная гидродинамическая задача в открытой прямоугольной каверне // Евразийское Научное Объединение. – 2021. № 3-1 (73). С. 16-21.
9. Волосова Н.К. Конечные методы решения уравнения Пуассона на произвольном прямоугольнике с краевым условием Дирихле // Евразийское Научное Объединение. – 2020. № 5-1 (63). С. 17-28.
10. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. МОДИФИЦИРОВАННАЯ ФОРМУЛА НЬЮТОНА - КАСАТЕЛЬНЫХ ПАРАБОЛ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 6-1 (76). С. 21-27.

11. Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф., Карлов М.И., Пастухов А.Ю. ТЕНЗОР МНОГОМЕРНОГО ОБОБЩЕННОГО 0-ИМПУЛЬСА 1-ОГО РАНГА // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 2-1 (72). С. 43-48.
12. Пастухов Ю.Ф., Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов А.Ю. ТЕОРЕМА О СВЯЗИ ЧИСЕЛ КАРМАЙКЛА С ФУНКЦИЕЙ КАРМАЙКЛА // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 6-1 (76). С. 50-53.
13. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ДРОБНОГО ПОРЯДКА ЯВНОЙ КВАДРАТУРНОЙ ФОРМУЛОЙ ГАУССА С ДВУМЯ УЗЛАМИ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 1-1 (71). С. 14-19.
14. Волосова Н.К. МЯГКИЕ КРАЕВЫЕ УСЛОВИЯ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ В ОТКРЫТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЕ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 5-1 (75). С. 9-14.
15. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Карлов М.И., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. МОДИФИЦИРОВАННАЯ ФОРМУЛА НЬЮТОНА - КАСАТЕЛЬНЫХ ПАРАБОЛ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 6-1 (76). С. 21-27.
16. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С ВЫСОКОЙ СТЕПЕНЬЮ ТОЧНОСТИ // Евразийское Научное Объединение. 2020. № 11-1 (69). С. 1-9.
17. Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф. ТЕНЗОР ЭЙЛЕРА-ЛАГРАНЖА В РАССЛОЕНИИ (ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МНОГОМЕРНОГО ОБОБЩЕННОГО 0-ИМПУЛЬСА) // Евразийское Научное Объединение. 2020. № 11-1 (69). С. 27-32.
18. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. ВОЗМОЖНЫЕ ВИДЫ ТЕЧЕНИЯ В ЗАКРЫТОЙ КАВЕРНЕ И

- ПРОТИВОРЕЧИЯ В ЗАДАЧЕ С ПОДВИЖНОЙ КРЫШКОЙ // Евразийское Научное Объединение. 2020. № 12-1 (70). С. 4-14.19. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. О РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА НА ПРЯМОУГОЛЬНИКЕ С ЧЕТВЕРТЫМ ПОРЯДКОМ ПОГРЕШНОСТИ ЗА КОНЕЧНОЕ ЧИСЛО ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ОПЕРАЦИЙ // Евразийское Научное Объединение. 2020. № 2-1 (60). С. 11-17.
20. Пастухов Ю.Ф., Пастухов А.Ю., Пастухов Д.Ф. НАИЛУЧШЕЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ СТУПЕНЧАТЫМИ ФУНКЦИЯМИ В МЕТРИКЕ КВАДРАТИЧНОГО ОТКЛОНЕНИЯ ДЛЯ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЛАПЛАСА // Евразийское Научное Объединение. 2020. № 3-1 (61). С. 39-44.
21. Пастухов Ю.Ф. ПОИСК НАИЛУЧШЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В МЕТРИКЕ КВАДРАТИЧНОГО ОТКЛОНЕНИЯ СТУПЕНЧАТЫМИ ФУНКЦИЯМИ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОШИ // Евразийское Научное Объединение. 2019. № 10-1 (56). С. 10-15.
22. Волосова Н.К. ЭТАП КОНСТРУИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АНЕВРИЗМЫ. ТЕЧЕНИЯ В КАВЕРНЕ И ПРОТИВОРЕЧИЯ В ЗАДАЧЕ В "ЗАКРЫТОЙ" КЮВЕТЕ
В сборнике: НЕКОТОРЫЕ АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ. Материалы 74-й научной КОНФЕРЕНЦИИ «ГЕРЦЕНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ 2021». Российская Академия Образования; Академия информатизации образования; Российский государственный педагогический университет им. А. И. Герцена, Кафедра математического анализа, Кафедра компьютерной инженерии и программной техники. Санкт-Петербург, 2021. С. 208-213.
23. Пастухов Ю.Ф. “ Необходимые условия в обратной вариационной задаче ”, *Фундаментальная и прикладная математика*, 7:1(2001), 285-288
24. Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф., Чернов С.В., Пастухов А.Ю. Условия сохранения обобщенной энергии на экстремальных системах уравнений Эйлера-Лагранжа /Пастухов Ю.Ф. [и др.]. // Евразийское Научное Объединение. 2020. Т. 1. № 3(61). С. 32- 39.

25. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф., Сперанская О.А. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД ДЛЯ КАЧЕСТВЕННОГО ПОИСКА КОНВЕКТИВНЫХ ЯЧЕЕК ПО ТЕМПЕРАТУРНОМУ ПОЛЮ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 8-1 (78). С. 10-18.
26. Волосова Н.К., Басараб М.А., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ОТКРЫТОЙ КАВЕРНЫ ДЛЯ АНЕВРИЗМЫ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 8-1 (78). С. 18-23.
27. Пастухов Ю.Ф., Пастухов Д.Ф., Чернов С.В., Карлов М.И., Пастухов А.Ю. РЕКУРРЕНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ ИМПУЛЬСОВ. ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ СОХРАНЕНИЯ ОБОБЩЕННЫХ ИМПУЛЬСОВ К-ОГО ПОРЯДКА НА РЕШЕНИЯХ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ОБОБЩЕННЫХ ИМПУЛЬСОВ (К-1)-ОГО ПОРЯДКА // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 8-1 (78). С. 34-38.
28. Волосова Н.К. ПРОСТЕЙШАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ФИБРИНА В АНЕВРИЗМАХ КРОВЕНОСНЫХ КАПИЛЛЯРОВ // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 10-1 (80). С. 17-23.
29. Пастухов Ю.Ф. ПОИСК НАИЛУЧШЕГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В МЕТРИКЕ КВАДРАТИЧНОГО ОТКЛОНЕНИЯ СТУПЕНЧАТЫМИ ФУНКЦИЯМИ ДЛЯ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОШИ. (ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДЛЯ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОШИ) // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 10-1 (80). С. 29-34.
30. Пастухов Д.Ф. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. ЛЕКЦИИ. ЧИСЛЕННЫЙ ПРАКТИКУМ // Учебное пособие к лекционным и практическим занятиям для студентов специальности 1-40 01 01 Программное обеспечение информационных

технологий 1-98 01 01 Компьютерная безопасность / Новополоцк. Москва, 2021. (3-е изд., дополненное)

31. Пастухов Д.Ф. ПОСТРОЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ МОДЕЛЕЙ В ОБОЛОЧКЕ ANSYS FLUENT

// учебное пособие / Москва, 2018.

32. Пастухов Ю.Ф. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ УРОВНЕЙ ВОССТАНОВЛЕНИЯ И КВАНТОВАНИЯ ПЛОТНОСТИ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В МЕТРИКЕ КВАДРАТИЧНОГО ОТКЛОНЕНИЯ ДЛЯ АЛГОРИТМОВ СЖАТИЯ ДАННЫХ // Евразийское Научное Объединение. 2018. № 11-1 (45). С. 16-21.

33. Волосова Н.К. Математическая модель динамики образования фибрина в аневризмах кровеносных капилляров // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 12-1 (82). С. 11-17.

34. Пастухов Ю.Ф. Вывод критерия Корсельта чисел Кармайкла из критерия связи чисел Кармайкла с функцией Кармайкла // Евразийское Научное Объединение. 2021. № 12-1 (82). С. 31-34.

35. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях / Л.Е. Евтушик [и др.] // Итоги науки и техники. Серия «Проблемы геометрии»: ВИНТИ. – 1979. – Т. 9. – С. 5–246.