УДК 514

МАТРИЦА ГЕССЕ ПО СТАРШИМ ПРОИЗВОДНЫМ ЛОКАЛЬНОЙ ЗАПИСИ ГЛАДКОЙ ФУНКЦИИ В РАССЛОЕНИИ СКОРОСТЕЙ – ТЕНЗОР ВТОРОГО РАНГА ТИПА (0,2)

Пастухов Юрий Феликсович, к. ф.-м. н., доцент;
(Полоцкий государственный университет), г. Новополоцк
Волосова Наталья Константиновна (аспирант Московского государственного технического университета МГТУ им. Н.Э. Баумана), г. Москва;
navalosova@yandex.ru
Волосов Константин Александрович, профессор, д.ф. - м.н., научный руководитель;
konstantinvolosov@yandex.ru
Волосова Александра Константиновна, к.ф.- м.н. (МИИТ), г. Москва;
alya01@yandex.ru
Пастухов Дмитрий Феликсович, к. ф.-м. н., доцент; dmitrij.pastuhov@mail.ru
(Полоцкий государственный университет), г. Новополоцк
Карлов Михаил Иванович, к. ф.-м. н., доцент
Московского физико-технического института (национальный исследовательский университет), кафедра высшей математики МФТИ г. Москва;karlov.mipt@gmail.com

Аннотация. *В данной статье исследуются свойства гладких функций в расслоенных пространствах скоростей конечного порядка* $n \geq 1$. *Изучено преобразование матрицы Гессе по старшим производным в локальной записи гладкой функции. Сформулирован и доказан следующий результат: матрица вторых частных производных по старшим производным локальной записи* $L\left(x, \dot{x}, \ldots, x^{(n)}\right)$ *в гладкой функции* $L: T^n X_m \to \Re$ $(n \geq 1)$ *преобразуется как тензор 2-ого ранга типа (0,2).*

Ключевые слова: *гладкие функции, частные производные, матрица Гессе, гладкие многообразия, расслоенное пространство скоростей, база расслоения, тензор.*

The matrix of second partial derivatives with respect to the highest derivatives of the local record of a smooth function in the velocity bundle is a second-rank tensor of type (0,2).

Pastuhov Y.F., N.K. Volosova, K.A. Volosov, A.K. Volosova, Pastuhov D.F., Karlov M.I.

Annotation: *In this paper, we study the properties of smooth smooth functions in finite - order stratified velocity spaces. The transformation of the Hessen matrix by the highest derivatives in the local notation of a smooth function is studied. The following result is formulated and proved: the matrix of second partial derivatives with respect to the highest derivatives of a local entry in a smooth function is transformed as a rank 2 tensor of type (0,2).*

Keywords: *smooth functions, partial derivatives, the Hessen matrix,smooth manifolds, stratified velocity space, bundle base, tensor.*

Введение. Пусть X_m – гладкое многообразие размерности m; $T^n X_m$ $(n \geq 1)$ – гладкое расслоенное пространство скоростей порядка n с базой расслоения X_m; $L: T^n X_m \to \Re$ –

гладкая функция в точке $v_x^n \in T^n X_m$. В данной работе доказано: матрица вторых частных производных по старшим производным локальной записи $L\left(x, \dot{x}, \ldots, x^{(n)}\right)$ в гладкой функции $L : T^n X_m \to \Re$ $(n \geq 1)$ преобразуется как тензор 2-ого ранга типа (0,2)

$$\frac{\partial^2 \bar{L}(\bar{x}, \dot{\bar{x}}, \ldots, \overset{(n)}{\bar{x}})}{\partial \overset{(n)}{\bar{x}}{}^k \partial \overset{(n)}{\bar{x}}{}^l} = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial^2 L(x, \ldots, \overset{(n)}{x})}{\partial \overset{(n)}{x}{}^i \partial \overset{(n)}{x}{}^j} \frac{\partial x^i(\bar{x})}{\partial \bar{x}^k} \frac{\partial x^j(\bar{x})}{\partial \bar{x}^l}.$$

Постановка задачи и основные полученные результаты.

Работа написана для Российской научной библиотеки. Полный текст работы можно прочитать (скопировать) в elibrary.ru, в которой работе присвоен номер eLIBRARY ID: 48632487 EDN: PLVSFG. DOI: 10.18411/trnio-05-2022-57.

Литература:

1. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях / Л.Е. Евтушик [и др.] // Итоги науки и техники. Серия «Проблемы геометрии»: ВИНИТИ. – 1979. – Т. 9. – С. 5–246.
2. Некоторые методы уравнения теплопроводности в параллелепипеде, полученные методом быстрых разложений/А.Д. Чернышев, В.В. Горяйнов, С.В. Кузнецов, О.Ю. Никифорова// Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сборник трудов Международной научной конференции, Воронеж, 07-09 декабря 2020 года/ФБГОУ ВО “Воронежский государственный университет”. – Воронеж: Научно-исследовательские публикации, 2021. – С. 1461-1473.
3. Применение быстрых разложений для построения точных решений задачи о прогибе прямоугольной мембраны под действием переменной нагрузки/ А.Д. Чернышев, В.В. Горяйнов, С.В. Кузнецов, О.Ю. Никифорова//Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2021. №70. – С. 127-142. DOI 10.17223/19988621/70/11.
4. Волосова Н.К., Волосова А.К., Волосов К.А., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Некоторые конечные методы решения уравнения Пуассона на прямоугольнике с шестым порядком погрешности: Учебное пособие к лекционным и практическим занятиям для студентов специальности 1-40 01 01 Программное обеспечение информационных технологий 1-98 01 01 Компьютерная безопасность/Д.Ф. Пастухов, Н.К. Волосова, Ю.Ф. Пастухов [и др.]. -3-е издание. – Москва: Учреждение образования ”Полоцкий государственный университет”,2022. – 33 С. EDN PWLFIQ.
5. Волосова Н.К., Волосова К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Метод последовательных функциональных компенсаций в задачах математической физики: Учебное пособие для практических занятий по курсу Уравнения математической физики/ Н.К. Волосова, К.А. Волосов, А.К. Волосова, Д.Ф. Пастухов, Ю.Ф. Пастухов – Москва: Полоцкий государственный университет, 2022. – 32 С.

6. Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф., Волосова Н.К., Волосова К.А., Волосова А.К. Численные методы. Лекции. Численный практикум. Учебное пособие к лекционным и практическим занятиям для студентов специальности 1- 40 01 01 Программное обеспечение информационных технологий 1-98 01 01 Компьютерная безопасность/ Новополоцк. Москва, 2021. (3-е изд., дополненное).