УДК 624.072

О ПЛОСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ МАССИВНЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ОСНОВАНИЯ

Ю. А. МАМАЕВА
(*Представлено: канд. техн. наук, доц. Л. С. ТУРИЩЕВ*)

Рассматривается влияние учета деформируемости основания на величину опрокидывающей силы при плоском опрокидывании массивных сооружений. Деформируемое основание считается сплошной упругой средой, которое описывается моделью Винклера.

Проверка устойчивости положения массивных сооружений на опрокидывание в плоскости действия нагрузки обычно производится путем определения коэффициента устойчивости, который определяется как отношение удерживающего момента к моменту опрокидывающему. При таком определении коэффициента устойчивости сооружение рассматривается как абсолютно твердое тело и предполагается существование неподвижной оси вращения, что справедливо если основание абсолютно жесткое.

Однако в действительности основание сооружения является деформируемой средой. Поэтому проверка плоской устойчивости сооружения на опрокидывание с помощью коэффициента устойчивости является приближенным, а расчет устойчивости сооружений на опрокидывание на грунтовом основании в строгой постановке должен осуществляться с учетом взаимодействия между сооружением и основанием. Однако точное решение такой задачи, ввиду многообразия и непостоянства физико-механических свойств грунтов, является сложным. Поэтому для её приближенного решения следует использовать модели грунтового основания, упрощенно характеризующие его главные свойства – способность деформироваться и порождать реактивный отпор сооружения.

В зависимости от вида учитываемых деформаций грунта и развивающихся в нем напряжений, различают следующие виды моделей [1]:

- сплошное упругое основание;
- сплошное упругопластическое основание;
- сплошное пластическое основание.

Наибольшее практическое применение при инженерных расчетах строительных сооружений, лежащих на грунтовом основании, имеет сплошное упругое основание.

Существуют различные виды моделей сплошного упругого основания, которые отличаются описанием реактивного отпора конструкции. Основными видами моделей такого основания являются:

1) модель, основанная на гипотезе коэффициента постели, предложенной немецким инженером Винклером, и поэтому носящей его имя;

2) модель, основанная на теории упругого полупространства;

3) модель, основанная на использовании двух коэффициентов постели.

Учет взаимодействия между сооружением и основанием при решении задачи плоской устойчивости сооружения на опрокидывание с использованием некоторых моделей основания рассматривался в работах Н.П. Павлюка [2; 3], Я.Б. Львина [4; 5].

В статье изучается влияние учета деформируемости основания согласно модели Винклера на величину силы, при которой происходит опрокидывание массивного сооружения в плоскости её действия. Сооружение считается абсолютно твердым телом, имеющим произвольную форму (рис. 1).

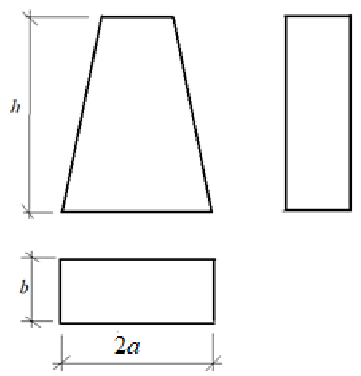

Рисунок 1

Подошва сооружения имеет форму прямоугольника со сторонами, удовлетворяющими соотношению $b < 2a$.

Согласно модели Винклера упругое деформируемое основание представляется в виде системы не связанных друг с другом линейно деформируемых пружин, каждая из которых отдельно работает на растяжение-сжатие. Особенностью использования модели при проверке устойчивости положения сооружения на опрокидывание является не учет деформаций растяжения, т.к. его подошва не связана с основанием и поэтому появление таких деформаций невозможно. Следовательно, реактивное давление на сооружение со стороны основания возможно в зоне деформаций сжатия и в произвольной точке этой зоны оно прямо пропорционально осадке в этой точке и равно

$$\sigma = cy\,.$$

Отклоненное положение сооружения при его опрокидывании в плоскости с учетом деформируемости основания имеет вид, показанный на рис. 2.

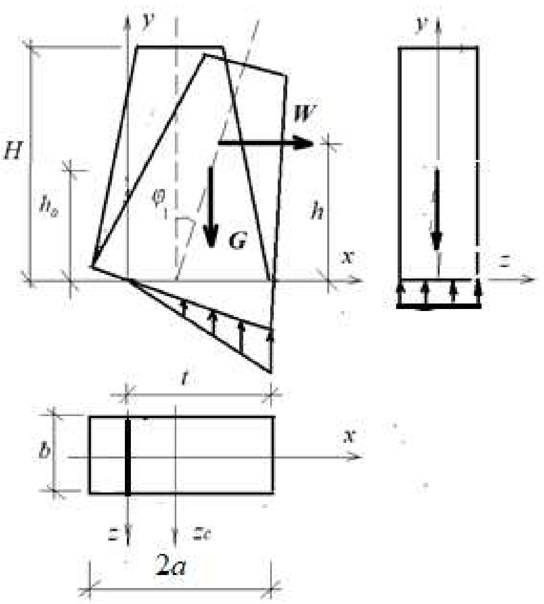

Рисунок 2

Равнодействующая вертикальных сил сооружения *G* проходит через цент тяжести его подошвы при не отклоненном положении. Опрокидывание вызывается горизонтальной силой *W*, лежащей в плоскости *xoy*.

Отклоненное положение сооружения описывается двумя уравнениями равновесия

$$\begin{aligned} &\sum y = 0 \ldots \; -G + \int\limits_{A_к} \sigma dA = 0, \\ &\sum M_z = 0 \ldots \; W \cdot h + G\left(t - a + h_0\varphi_1\right) - \int\limits_{A_к} \sigma x dA = 0, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $A_к$ – площадь сжатой зоны основания подошвой сооружения; t – расстояние от края сжатой зоны основания до средины нейтральной линии эпюры σ Закон распределения нормальных напряжений описывается следующим выражением

$$\sigma = cy = cx\varphi_1 \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), после вычисления интегралов получим

$$\begin{aligned} &\sum y = 0 \ldots \; -G + c\frac{bt^2}{2} \cdot \varphi_1 = 0, \\ &\sum M_z = 0 \ldots \; W \cdot h + G\left(t - a + h_0\varphi_1\right) - c\frac{bt^3}{12} \cdot \varphi_1 = 0. \end{aligned} \qquad (3)$$

Решая систему уравнений (3), получим формулу, связывающую опрокидывающую и удерживающую силы,

$$W = W_0 \left(1 + \frac{2}{3}\frac{t}{a} - 2\frac{Gh_0}{cabt^2}\right) . \tag{4}$$

Здесь $W_0 = G\dfrac{a}{h}$ – значение опрокидывающей силы сооружения без учета деформируемости его основания.

Кроме того, формула (4) описывает опрокидывающую силу как функцию от величины t, характеризующей положение нейтральной линии эпюры σ. Исследуя (4) на экстремум, найдем, что плоское опрокидывание происходит при значении

$$t_0 = 2a \cdot \sqrt[3]{\frac{G}{G_z^{кр}}} . \tag{5}$$

Здесь

$$G_z^{кр} = \frac{cI_{z_c}}{h_0} \tag{6}$$

– критическое значение вертикальной нагрузки, при котором происходит плоское опрокидывание сооружения относительно оси z_c при отсутствии горизонтальных сил.

Тогда значение силы W, при котором происходит плоское опрокидывание сооружения при совместном действии с силой G, будет равно

$$W_{пл} = W_0 \left(1 - \sqrt[3]{\frac{G}{G_z^{кр}}}\right). \tag{7}$$

Так как размеры подошвы сооружения удовлетворяют соотношению $b < 2a$, то формула (6) определяет максимальное критическое значение вертикальной нагрузки при отсутствии горизонтальных сил. Поэтому минимальное критическое значение нагрузки будет равно

$$G_x^{кр} = \frac{cI_x}{h_0} . \tag{8}$$

Подставляя (8) в (7), найдем значение минимальной опрокидывающей силы

$$W_{пл} = W_0 \left(1 - \left(\frac{b}{2a}\right)^{\frac{2}{3}} \sqrt[3]{\frac{G}{G_x^{кр}}}\right). \tag{9}$$

Введем безразмерные параметры

$$\mu = \frac{W}{W_0} , \quad \alpha = \sqrt[3]{\frac{G}{G_x^{кр}}} , \quad \beta = \frac{b}{2a} .$$

С их учетом формула (9) принимает вид

$$W_{пл} = \mu W_0 . \tag{10}$$

где μ – параметр, учитывающий влияние деформируемости основания на величину минимальной опрокидывающей силы при плоском опрокидывании сооружения. Значения параметра μ описываются функциональной зависимостью

$$\mu = 1 - \beta^{\frac{2}{3}}\alpha$$

Графики зависимости параметра μ от параметров α и β приведены на рис. 3.

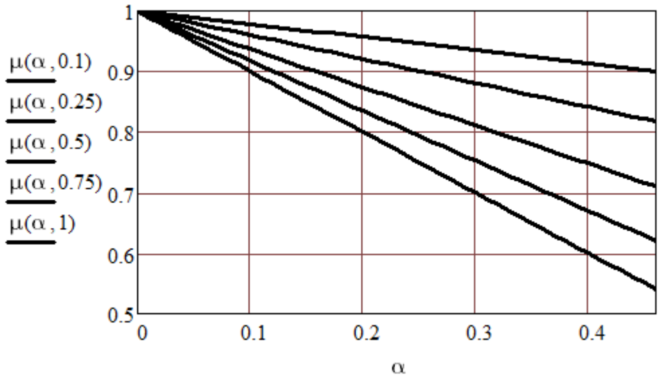

Рисунок 3

Из приведенных графиков видно, что учет деформируемости основания может приводить к существенному уменьшению величины опрокидывающей силы при плоском опрокидывании массивных сооружений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киселев, В.А. Расчет балок на упругом основании: учеб. пособие / В.А. Киселев. – М. : МАДИ, 1981. – 58 с.
2. Павлюк, Н.П. К вопросу о проверке устойчивости стенки на опрокидывание / Н. П. Павлюк // Проект и стандарт. – 1934. – № 8.
3. Павлюк, Н.П. Устойчивость жестких стен и колонн / Н. П. Павлюк // Тр. Ленинград. ин-та инженеров коммунального строительства. – 1935. – Вып. 11.
4. Львин, Я.Б. Устойчивость жестких стен и колонн на упругом и упругопластическом основании / Я.Б. Львин // Инженерный сб. – 1950. – Т. VII.
5. Львин, Я.Б. Об устойчивости жестких стен и массивов на упругом основании при действии произвольно направленных, в том числе поворачивающихся сил / Я.Б. Львин // Тр. Воронеж. инженерно-строит. ин-та. – 1950. – Вып. 2.