УДК 624.072

О ПРОСТРАНСТВЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОЖЕНИЯ МАССИВНЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ ОСНОВАНИЯ

Ю. А. МАМАЕВА
(*Представлено: канд. техн. наук, доц. Л. С. ТУРИЩЕВ*)

Рассматривается влияние учета деформируемости основания на величину опрокидывающей силы при пространственном опрокидывании массивных сооружений. Деформируемое основание считается сплошной упругой средой, которое описывается моделью Винклера.

Задача устойчивости положения массивных сооружений на опрокидывание в плоскости действия сил с учетом деформируемости основания рассматривалась в работах Н.П. Павлюка [1; 2], Я. Б. Львина [3; 4], А.Р. Ржаницына [5]. При этом авторами этих работ изучалась плоская устойчивость положения таких сооружений, т.е. предполагалось, что опрокидывание происходит в плоскости действующих сил.

В статье изучается пространственная устойчивость положения массивных сооружений на опрокидывание при действии плоской системы сил с учетом деформируемости основания. Выясняется возможность бокового опрокидывания сооружения, т.е. опрокидывания в направлении, отличного от плоскости действия нагрузки.

Сооружение считается абсолютно твердым телом, имеющим произвольную форму. Подошва сооружения имеет форму прямоугольника со сторонами. Упругое деформируемое основание описывается моделью Винклера. Принимается, что подошва сооружения не связана с основанием, поэтому растягивающие напряжения в основании подошвы отсутствуют.

Отклоненное положение сооружения при его боковом опрокидывании с учетом деформируемости основания имеет вид, показанный на рис. 1.

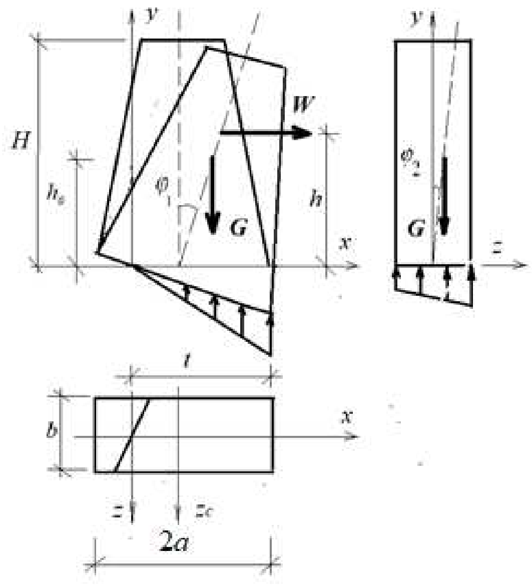

Рисунок 1

Равнодействующая вертикальных сил сооружения G проходит через цент тяжести его подошвы при не отклоненном положении. Опрокидывание вызывается горизонтальной силой W, лежащей в плоскости xoy.

Отклоненное положение сооружения при боковом опрокидывании описывается тремя уравнениями равновесия

$$\begin{aligned} &\sum y = 0 \ldots \; -G + \int_{A_к} \sigma dA = 0 \\ &\sum M_x = 0 \ldots \; -G \cdot h_0 \cdot \varphi_2 + \int_{A_к} \sigma z dA = 0 \\ &\sum M_z = 0 \ldots \; W \cdot h + G\left(t - a + h_0 \varphi_1\right) - \int_{A_к} \sigma x dA = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

где $A_к$ – площадь сжатой зоны основания подошвой сооружения; t - расстояние от края сжатой зоны основания до средины нейтральной линии эпюры σ.

Закон распределения нормальных напряжений описывается следующим выражением

$$\sigma = cy = cx\varphi_1 + cz\varphi_2 . \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1), после вычисления интегралов получим

$$\begin{aligned}
&\sum y = 0 \ldots \; -G + c\frac{bt^2}{2}\cdot\varphi_1 + c\frac{b^3}{12}\cdot\frac{\varphi_2^2}{\varphi_1} = 0 \\
&\sum M_x = 0 \ldots \; \left(12G\cdot h_0 - ctb^3\right)\cdot\varphi_2 = 0 \\
&\sum M_z = 0 \ldots \; W\cdot h + G\left(t - a + h_0\varphi_1\right) - c\frac{bt^3}{12}\cdot\varphi_1 = 0
\end{aligned} \tag{3}$$

Из уравнений (3) видно, что потеря устойчивости положения сооружения может происходить, как опрокидывание в плоскости действия нагрузки (плоское опрокидывание), когда $\varphi_1 \neq 0$, а $\varphi_2 = 0$, так и как опрокидывание в боковом направлении (пространственное опрокидывание), когда $\varphi_1 \neq 0$ и $\varphi_2 \neq 0$.

Таким образом, возможность появления бокового опрокидывания характеризуется условием $\varphi_2 \neq 0$. Из второго уравнения системы (3) следует, что это возможно только при

$$t_б = \frac{12Gh_0}{cb^3} = 2a\frac{G}{G_x^{кр}} . \tag{4}$$

где $G_x^{кр} = \dfrac{cI_x}{h_0}$ – минимальное критическое значение вертикальной нагрузки при отсутствии горизонтальных сил. Подставляя (4) в первое и третье уравнения системы (3) и решая их совместно, найдем значение *W*, при котором наступает боковое опрокидывание

$$W_б = G\frac{a}{h}\left[1 - \frac{2}{3}\frac{G}{G_x^{кр}} - \frac{1}{3}\left(\frac{b}{2a}\right)^2\frac{G_x^{кр}}{G}\right]. \tag{5}$$

Решение (11) имеет практический смысл только в том случае, когда опрокидывание в боковом направлении наступит раньше, чем произойдет опрокидывание в плоскости действия нагрузки. Это возможно при выполнении двух условий для положения нейтральной линии.

Во-первых, когда положение нейтральной линии при боковом опрокидывании будет удовлетворять условию

$$t_б \geq t_0 , \tag{6}$$

где $t_0 = 2a\cdot\sqrt[3]{\dfrac{G}{G_z^{кр}}}$ – положение нейтральной линии, при котором происходит плоское опрокидывание.

Подставляя (4) в (6), получим первое условие, при соблюдении которого становится возможным боковое опрокидывание

$$\frac{G}{G_x^{кр}} \geq \frac{b}{2a} . \tag{7}$$

Во-вторых, когда нейтральная линия при боковом опрокидывании будет оставаться в пределах основания, т.е. ее положение будет удовлетворять соотношению

$$t_б < 2a . \tag{8}$$

При подстановке (4) в (8) получаем, что значения опрокидывающей силы (5) ограничены условием

$$\frac{G}{G_x^{кр}} < 1 . \tag{9}$$

А при значении

$$\frac{G}{G_x^{кр}} = 1 \tag{10}$$

боковое опрокидывание происходит при отсутствии горизонтальной силы.

Объединяя условия (7) и (9), получим область значений горизонтальных нагрузок, при достижении которых будет происходить боковое опрокидывание сооружения

$$\frac{b}{2a} \le \frac{G}{G_x^{кр}} \le 1 . \tag{11}$$

Тогда область значений горизонтальных нагрузок

$$0 \le \frac{G}{G_x^{кр}} \le \frac{b}{2a} \tag{12}$$

определяет те значения таких нагрузок, при которых происходит плоское опрокидывание сооружения.

Введем безразмерные параметры

$$\mu = \frac{Wh}{Ga}\,,\ \alpha = \sqrt[3]{\frac{G}{G_x^{кр}}}\,,\ \beta = \frac{b}{2a}\,.$$

Параметр μ характеризует влияние податливости основания на величину опрокидывающей силы и может принимать значения в интервале

$$0 < \mu \le 1 .$$

Параметр α характеризует относительный уровень нагружения вертикальной нагрузкой в сравнении с ее критическим значением, при котором происходит плоское опрокидывание сооружения, и может принимать значения в интервале

$$0 \le \alpha \le 1 .$$

Параметр β характеризует влияние соотношения размеров подошвы сооружения на величину параметра μ и может принимать значения в интервале

$$0 < \beta \le 1 .$$

С учетом введенных безразмерных параметров формула (5) для определения величины опрокидывающей силы принимает вид

$$W = \frac{Ga}{h} \cdot \mu . \tag{13}$$

Входящий в (13) параметр μ является функцией параметров α и β.

Согласно формуле (5) функциональная зависимость параметра μ от параметров α и β при пространственном опрокидывании имеет вид

$$\mu = 1 - \frac{2}{3}\alpha^3 - \frac{1}{3}\frac{\beta^2}{\alpha^3} . \tag{14}$$

В этом случае согласно условию (11) параметр α может принимать значения в интервале

$$\beta^{\frac{1}{3}} \le \alpha \le 1 . \tag{15}$$

Значения параметра μ, при которых впервые может происходить боковое опрокидывание, описываются функциональной зависимостью

$$\mu = 1 - \alpha^3 . \tag{16}$$

Графики зависимостей параметра μ от параметров α и β согласно формулам (14), (16) приведены на рис. 2.

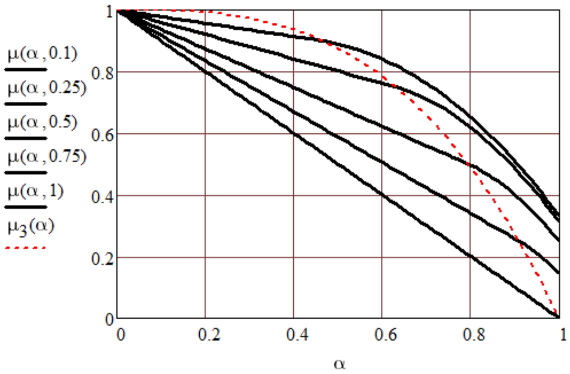

Рисунок 2

На графиках (рис. 2) сплошные линии описывают значения параметра μ, при которых может происходить плоское или боковое опрокидывание, пунктир описывает значения параметра μ, при которых впервые происходит боковое опрокидывание.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлюк, Н.П. К вопросу о проверке устойчивости стенки на опрокидывание / Н. П. Павлюк // Проект и стандарт. – 1934. – № 8.
2. Павлюк, Н.П. Устойчивость жестких стен и колонн / Н. П. Павлюк // Тр. Ленинград. ин-та инженеров коммунального строительства. – 1935. – Вып. 11.
3. Львин, Я.Б. Устойчивость жестких стен и колонн на упругом и упругопластическом основании / Я.Б. Львин // Инженерный сб. – 1950. – Т. VII.
4. Львин, Я.Б. Об устойчивости жестких стен и массивов на упругом основании при действии произвольно направленных, в том числе поворачивающихся сил / Я.Б. Львин // Тр. Воронеж. инженерно-строит. ин-та. – 1950. – Вып. 2.
5. Ржаницын, А.Р. Устойчивость равновесия упругих систем / А.Р. Ржаницын. – М. : Гостехиздат, 1955. – 476 с.