Nomenclature

X, current coordinate along the jet axis; r_c, F_c, nozzle radius and area; U_c, jet velocity at the nozzle outlet; ρ_c, ρ_H, jet and surrounding medium densities; μ_c, μ_H, molecular weight of the jet and air; C, weight concentration of the admixture; i, enthalpy; ξ, η, independent dimensionless variables; F, jet cross-sectional area.

Figure Captions

Fig. 1. Jet diagram.

Fig. 2. Variation of jet expansion coefficient, C_H^u— *I*, starting section length, X_H^u/r_c — *II* (*1—3*, [7]; *4*, [2]; *5*, [1]; *6*, [9]) and the distance from the nozzle cut to the pole $X_{п0}/r_c$ — *III* (*7*, *8*, [7]; *9*, *10*, [2]; *11*, [9]) vs ρ_c/ρ_H (curves, calculation).

Fig. 3. Variation of relative velocity (*1*, $\rho_c/\rho_H=3.2$; *2*, 1; *3*, 0.125; *4*, 0.067; *5*, 0.004), *a* and excessive concentration (*1*, *3*, 3.2; 0.125), excessive temperature (*2*, *4*, 1; 0.067) and enthalpy (*5*, $\rho_c/\rho_H=0.004$), *б* along the jet axis (curves, calculation); in Table 1, points *I—VI*.

Fig. 4. Dependence of the relative attached mass along the jet.

Summary

Using integral moment-of-moment and heat equations, a method is shown to calculate variable density jets with an empirical equation for the coefficient of jet C expansion as a closing condition. Coefficient C is shown to vary in length and is dependent of the initial density ratio ρ_c/ρ_H. Experimental and calculated data are compared.

Литература

1. **Абрамович Г. Н.** Теория турбулентных струй.— М.: Физматгиз, 1960.— 715 с.
2. **Голубев В. А.** К вопросу расчета турбулентной струи с очень высокой температурой.— Инженерный журнал, 1961, т. 1, вып. 4, с. 51—58.
3. **Абрамович Г. Н., Бакулев В. И., Голубев В. А., Смолин Г. Г.** Исследование турбулентных затопленных струй в большом диапазоне изменения температур.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1966, vol. 9, p. 1047—1060.
4. **Голубев В. А.** Расчет затопленных турбулентных струй газа различной плотности.— ИФЖ, 1979, т. 36, № 4, с. 715—720.
5. **Исследование** турбулентных струй воздуха, плазмы и реального газа / Под ред. Г. Н. Абрамовича.— М.: Машиностроение, 1967, с. 5—51.
6. **Турбулентное** смешение газовых струй / Под ред. Г. Н. Абрамовича.— М.: Наука, 1974.— 272 с.
7. **Голубев В. А., Климкин В. Ф.** Исследование турбулентных затопленных струй газа различной плотности.— ИФЖ, 1978, т. 34, № 3, с. 493—499.
8. **Вулис Л. А., Кашкаров В. П.** Теория струй вязкой жидкости.— М.: Наука, 1965.— 265 с.
9. **Безменов В. Я., Борисов В. С.** Турбулентная струя воздуха, нагретого до 4000 К.— Изв. АН СССР, ОТН, Энергетика и автоматика, 1961, № 4, с. 42—45.
10. **Ricou F. P., Spalding D. B.** Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets.— J. Fluid Mech., 1961, vol. 11, pt. 1, p. 21—32.

Московский авиационный институт
им. Серго Орджоникидзе
23.03.81.

УДК 536.24

В. И. Коробко

РАЗВИТИЕ ПЛОСКОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ ВЯЗКО-ПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ

Решена задача о развитии затопленной струи вязко-пластичной жидкости на основе уравнений пограничного слоя в переменных Мизеса.

Система уравнений стационарного плоского пограничного слоя среды Гершеля—Балкли при постоянном давлении во внешнем потоке имеет вид [1]

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial y}\left[\tau_0+k\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^n\right],\quad \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0. \tag{1}$$

Граничные условия

$$\frac{\partial u}{\partial y}=0 \text{ при } y=0,\quad u\to 0 \text{ при } y\to\pm\infty. \tag{2}$$

Интегральное условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\rho u^2 dy=K_0=\text{const}. \tag{3}$$

Переходя в уравнении движения (1) к переменным Мизеса [2]

$$\int_0^x \omega(x)\,dx=\xi,\qquad \int_0^y u(x,\ y)\,dy=\eta, \tag{4}$$

получим

$$\frac{\partial z}{\partial \xi}=\frac{k}{\rho}\frac{u}{\omega}\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{\partial z}{\partial\eta}\right]^n, \tag{5}$$

где $z=u^2/2$. В (5) положим $\omega=\sqrt{2}\,\frac{kn}{\rho}\left(\frac{C}{\xi}\right)^{(3n-2)/2}$, где C — постоянная, которую следует определить. Решение уравнения (5) по аналогии со случаем развития затопленной струи ньютоновской жидкости [2] ищем в виде

$$z=\frac{C}{\xi}\varphi(\zeta),\quad \zeta=\eta\xi^{-1/2}. \tag{6}$$

Здесь постоянная C определена интегральным условием (3):

$$C=\left[K_0/\sqrt{2}\rho\int_{-\alpha}^{+\alpha}\sqrt{\varphi}\,d\zeta\right]^2;\ \pm\alpha \text{ — корни уравнения } \varphi(\zeta)=0.$$

Подставляя значения z и ζ, согласно (6), в (5), приходим к уравнению

$$(\varphi')^{n-1}\varphi''+\frac{\zeta}{2\sqrt{\varphi}}\varphi'+\sqrt{\varphi}=0. \tag{7}$$

Штрих и два штриха обозначают соответственно первую и вторую производные по ζ. Граничные условия для φ, согласно (2), а также условия симметрии и плавности поля продольных скоростей в струе [2]

$$\varphi=1 \text{ и } \varphi'=0 \text{ при } \zeta=0. \tag{8}$$

Уравнение (7) при граничных условиях (8) имеет решение

$$\varphi=\left[1+\frac{1-\frac{1}{2n}}{1+\frac{1}{2n}}\zeta(-n\zeta)^{\frac{1}{n}}\right]^{\frac{1}{1-\frac{1}{2n}}}. \tag{9}$$

Продольная составляющая скорости в переменных Мизеса

$$u=\sqrt{2z}=\sqrt{2C}\,\xi^{-1/2}\varphi^{1/2}. \tag{10}$$

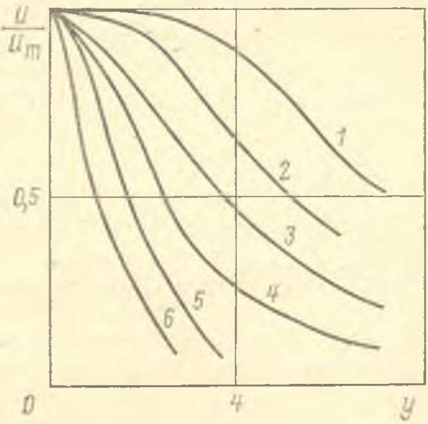
Для получения решения (1) необходимо совершить обратный переход к физическим координатам x, y по формулам (4):

$$y = \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{u}, \quad \sqrt{2}\,\frac{kn}{\rho} \int \left(\frac{C}{\xi}\right)^{(3n-2)/2} dx = \xi, \tag{11}$$

причем, согласно последнему равенству, имеем явную связь x и ξ:

$$\xi = \left\{ \sqrt{2}\,\frac{kn}{\rho} \left(\frac{2n-1}{2} + 1 \right) C^{(2n-1)/2} \right\}^{2/3n} x^{2/3n}. \tag{12}$$

Заметим, что при $n=1$ полученное решение совпадает с решением Л. Г. Лойцянского [2] для случая ньютоновской жидкости. Продольная скорость на оси струи ($\zeta=0$), согласно (10) и (12), падает по закону $u_m \sim x^{-1/3n}$, т. е. значительно быстрее, чем в ньютоновской жидкости ($n=1$), и так же, как в случае нелинейно-вязкой жидкости ($u_m \sim x^{-1/3n}$) [1]. Форма струи также зависит от реологического



Распределение продольных скоростей u/u_m по ширине струй y вязко-пластичных жидкостей: *1*—$n=0{,}2$; *2*—0,3; *3*—0,4; *4*—0,6; *5*—1,0; *6*—3,0

фактора, что видно в результате подстановки скорости u по (10) с учетом (12) в интегральное условие (3):

$$b(x) = \text{const}\, x^{2/3n}. \tag{13}$$

В случае $n>2/3$ граница струи имеет выпуклую наружную форму. Это следует из анализа производной db/dx при возрастании x. При $n=2/3$ границы струи являются прямолинейными, а при $n<2/3$ имеют вид расходящихся парабол. Следовательно, эжекционная способность струи возрастает с убыванием реологического параметра n, что соответствует усилению псевдопластических свойств среды. Это также подтверждается распределением скорости по ширине струи, вычисленным по формуле (10) с учетом (9) и (11) и представленным на рисунке. Заметим, что при малых значениях параметра n, которым соответствует значительно большая ширина струи, постановка задачи в рамках теории пограничного слоя становится некорректной.

При расчете ширины сечения выбирались два действительных симметричных корня $\pm\alpha$ уравнения $\varphi(\zeta)=0$. Тенденция возрастания эжекционной способности струи с убыванием реологического параметра n и изменение ее геометрии присущи также затопленной струе нелинейно-вязкой жидкости [1].

Обозначения

x, y — продольная и поперечная координаты; u, v — продольная и поперечная составляющие скорости; ρ — плотность; τ — касательное напряжение; n — реологический параметр, характеризующий степень неньютоновского поведения жидкости; k — мера консистенции; K_0 — количество движения; ξ, η — переменные Мизеса (формула (4)); $b(x)$ — граница струи; u_m — максимальное значение скорости в сечении струи.

Nomenclature

x, y, longitudinal and transverse coordinates; u, v, longitudinal and transverse velocities; ρ, density; τ, shear stress; n, rheological parameter characterizing the degree of non-Newtonian fluid behaviour; k, measure of consistence; K_0, momentum; ξ, η, Mises variables (formula (4)); $b(x)$, jet boundary, u_m, maximum velocity value in the jet section.

Figure Caption

Distribution of longitudinal velocities u/u_m over the width of viscoplastic fluid jets y.

Summary

The two-dimensional free visco-plastic fluid jet development problem is solved using boundary layer equations.

Литература

1. **Шульман З. П.** Конвективный тепломассоперенос реологически сложных жидкостей.— М.: Энергия, 1975, с. 120—127.
2. **Лойцянский Л. Г.** Ламинарный пограничный слой — М.: Госиздат, физ.-мат. литературы, 1962, с. 23—26; 39—42.

Новополоцкий политехнический институт им. Ленинского комсомола Белоруссии 09.12.80.

УДК 533.6.001.2

В. В. Цымбалов

СОПРОТИВЛЕНИЕ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ С ЦЕНТРАЛЬНЫМ ПРОТОКОМ В РЕЖИМЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ

В результате численного моделирования обтекания тела вращения с протоком с коническим входом и выходом определены зависимости сопротивления тела от геометрических характеристик и числа Маха сверхзвукового потока.

Тела вращения с центральным протоком относятся к классу тел, аэродинамические свойства которых в режиме сверхзвукового обтекания в значительной мере связаны с перестройкой ударно-волновой структуры течения при изменении скорости потока. Предмет настоящего исследования — изучение закона сопротивления движению такого рода тел при числе Маха невозмущенного потока, изменяющемся в диапазоне $1{,}2 \leqslant M_\infty \leqslant 6$ (здесь и далее индекс ∞ определяет параметры невозмущенного потока). Исследование проведено численно с помощью нестационарной разностной схемы С. К. Годунова [1], примененной на основе разработанного алгоритма построения косоугольных ячеек к системе уравнений Эйлера, записанной в цилиндрической системе координат. Использованы стандартные граничные условия в набегающем невозмущенном потоке, на оси симметрии и на твердых поверхностях; на прочих открытых поверхностях использованы условия равенства нулю производных газодинамических параметров в направлении нормалей к этим поверхностям. Расстояние от поверхности тела до границ расчетной области, а также неравномерность распределения узловых линий сетки, покрывающей эту область, выбраны в ходе численного эксперимента.

В качестве исследуемого тела (рис. 1, *а*) рассмотрен цилиндр диаметром D, удлинением $L=1{,}5$ и $2{,}25\,D$ с протоком диаметром $d \leqslant 0{,}9\,D$ с коническим входом и выходом. Угол конусности на входе $\theta_1=2$; 20 и 90°; на выходе $\theta_2=20$; 26 и 90° (вариант $\theta_1=\theta_2=90°$ представляет собой цилиндр с протоком в отсутствие на входе и выходе острых кромок). При $\theta_1 \neq 90°$ рассмотрены варианты тел как с острыми, так и с притупленными кромками на входе в проток: $d_1=D$; $d_1=0{,}95\,D$, где d_1 — диаметр в переднем торцевом сечении цилиндра, который определяет степень притупления кромок. На выходе из протока при $\theta_2 \neq 90°$ притупление кромок выбрано нулевым.

На рис. 1, *б*, *в* изображены ударно-волновые структуры (линии посто-