О СТРУКТУРАХ ПОЧТИ ПРОИЗВЕДЕНИЯ НА ОДНОРОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ, ПОРОЖДЕННОМ СОБСТВЕННОЙ ГРУППОЙ ПУАНКАРЕ

Ю.Я. Романовский (ГрГУ, Гродно)

Универсальной накрывающей группой, собственной группы Пуанкаре $\mathfrak{B}_+^\uparrow$ [1], является группа Ли $G_1 = G_0 \times| G$, где $\times|$ – полупрямое произведение групп Ли [2], $G_0 = He(2)$ – группа эрмитовых матриц второго порядка, $G = SL(2,\mathbb{C})$. Умножение в группе G_1 задается формулой $(z;a)\cdot(u;b) = (z + au\phi(a^{-1}); ab), \forall z,u \in G_0, \forall a,b \in G$, где $\phi : Mat(2,\mathbb{C}) \to Mat(2,\mathbb{C}) : a \to \varepsilon\overline{a}\varepsilon^{-1}$ – автоморфизм, $\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Введем в рассмотрение эндоморфизмы $\Psi : G_0 \to G_0, z \to \Psi(z) = 0$ и $\Phi : G \to G, a \to \mu a \mu^{-1}$, $\mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, тогда (Ψ,Φ) – эквивариантная пара [2] и $\Phi_1 = \Psi \times \Phi$ – эндоморфизм группы Ли G_1.

На регулярных Φ–пространствах $G_0/_{H^\Psi}$ и $G/_{H^\Phi}$ существует ровно две канонические структуры почти произведения, которые определяются операторами $P = \mathrm{id}$ и $P = -\mathrm{id}$.

Теорема 1. *На регулярном Φ–пространстве $G_1/_{H^{\Phi_1}}$ существуют 4 различных инвариантных структур почти произведения, определяемых операторами, $P = id \times id$, $P = (-id) \times id$, $P = id\times$ $\times(-id)$, $P = (-id) \times (-id)$.*

Группа G_1 допускает удобную матричную реализацию, которую будем обозначать тем же символом

$G_1 = \left\{ g = \begin{pmatrix} \phi(a) & 0 \\ z\phi(a) & a \end{pmatrix} | z \in G_0,\ a \in G \right\}$, при этом

$$\Phi_1 : G_1 \to G_1 : \begin{pmatrix} \phi(a) & 0 \\ z\phi(a) & a \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \phi(\mu a \mu^{-1}) & 0 \\ 0 & \mu a \mu^{-1} \end{pmatrix}.$$

Если обозначить θ ограничение $(d\Phi_1)_e$ на каноническое оснащение регулярного однородного пространства $G_1/_{H^{\Phi_1}}$, то на $G_1/_{H^{\Phi_1}}$ определяются канонические структуры почти произведения, которые задаются полиномами $P = \pm\mathrm{id}, P = \pm(\theta^2 - \theta - \mathrm{id})$ (алгоритм построения изложен в [3]). Структуры, описанные в теореме 1, совпадают с указанными структурами.

Литература

[1] *Боголюбов Н. Н., Логунов А. А., Тодоров И. Т.* Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. – М.: Наука, 1969.

[2] *Степанов Н. А.* φ–пространств полупрямых произведений групп Ли // Известия вузов. Математика. – 1983. –№ 10. – С. 64–73.

[3] *Балащенко В. В., Степанов Н. А.* Канонические аффинорные структуры классического типа на регулярных Ф–пространствах // Матем. сборник. – 1995. – № 11. – С. 3–34.