

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ПРОГОНКИ СТОЛБЦОВ И СТРОК НЕИЗВЕСТНОЙ МАТРИЦЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА В ПЕРЕМЕННЫХ ФУНКЦИЯ ТОКА-ВИХРЬ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ЗАКРЫТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЫ

*Волосова Наталья Константиновна (аспирант Московского государственного технического университета МГТУ им. Н.Э. Баумана), г. Москва;
navalosova@yandex.ru*

*Волосов Константин Александрович, профессор, д.ф. - м.н., научный руководитель;
konstantinvolosov@yandex.ru*

*Волосова Александра Константиновна, к.ф.- м.н. (МИИТ), г. Москва;
alya01@yandex.ru*

Пастухов Дмитрий Феликсович, к. ф.-м. н., доцент; dmitrij.pastuhov@mail.ru

Пастухов Юрий Феликсович, к. ф.-м. н., доцент; pulsar1900@mail.ru

(Полоцкий государственный университет), г. Новополоцк

Аннотация: В работе сравниваются два метода решения уравнения Пуассона, входящего в систему уравнений с частными производными в гидродинамической задаче на прямоугольнике с числом Рейнольдса $Re=1000$. Первый метод использует векторный метод прогонки столбцов неизвестной матрицы для функции тока. Второй метод решает уравнение Пуассона методом прогонки строк неизвестной матрицы. Остальные уравнения и алгоритмы в системе уравнений, начальные и краевые условия в гидродинамической задаче совпадают. В работе численно показано, что оба метода прогонки эквивалентны. То есть, решения для поля линий тока во все моменты времени визуально неразличимы. Это также связано с высоким шестым порядком аппроксимации дифференциальных операторов в уравнении Пуассона и в уравнении динамики для функции вихря и с высокой аппроксимацией производных на границе прямоугольника. Наличие двух методов прогонки позволит исследователям выбрать любой из соображений удобства и корректности.

Ключевые слова: уравнение Пуассона, численные методы, метод прогонки, уравнения математической физики, уравнения в частных производных, гидродинамика

SOLUTION OF FREDHOLM INTEGRAL EQUATIONS WITH NON-DEGENERATE KERNELS BY SUCCESSIVE APPROXIMATIONS OF QUADRATURE WITH THE TETH ORDER OF ERROR

N.K. Volosova, K.A. Volosov, A.K. Volosova, D.F. Pastuhov, YU.F. Pastuhov

Abstract: The paper compares two methods for solving the Poisson equation included in the system of partial differential equations in a hydrodynamic problem on a rectangle $Re=1000$. The first method uses the vector method of sweeping the columns of an unknown matrix for the current function. The second method solves the Poisson equation by the method of sweeping the

rows of an unknown matrix. The remaining equations and algorithms in the system of equations, the initial and boundary conditions in the hydrodynamic problem are the same. The paper shows that both sweep methods are equivalent. That is, solutions for the field of streamlines at all times are visually indistinguishable. This is also due to the high sixth order approximation of the differential operators in the Poisson equation and in the dynamics equation for the vortex function and the high approximation of the derivatives at the boundary of the rectangle. The presence of two sweep methods will allow researchers to choose any of the considerations of convenience and correctness.

Keywords: Poisson equation, numerical methods, sweep method, equations of mathematical physics, partial differential equations, hydrodynamics

Введение. В работе[2] показано, что уравнение Пуассона можно решать численно за конечное число элементарных операций, как прогонкой строк неизвестной матрицы, так и прогонкой столбцов неизвестной матрицы. Приведены тестирующие примеры с точными решениями. Показано, что оба алгоритма имеют шестой порядок погрешности[3]. Однако хотелось бы сравнить оба метода прогонки при решении сложной математической задачи с системой уравнений в частных производных, где решение уравнения Пуассона является одним из уравнений системы. Поэтому мы выбрали гидродинамическую задачу в закрытой прямоугольной каверне, которая, по словам авторов работы[4], является полигоном для проверки численных методов и алгоритмов. Речь идет о решении уравнения $\psi_{xx} + \psi_{yy} = -w(x, y)$ как связи функций тока и вихря[6].

Постановка задачи. Данная работа написана для Российской научной библиотеки eLibrary.ru. Полный текст работы можно прочесть и скопировать в библиотеке eLibrary.ru, в которой работе присвоен номер eLIBRARY ID: 49284731 EDN:AOYFJY DOI: 10.18411/trnio-07-2022-48

Литература

1. Волосова Н.К., Волосов К.А., Волосова А.К., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Сборник статей по гидродинамике//Москва. – 2022.(1-ое изд.). EDN: UAADIO
2. Волосова Н.К., Волосова А.К., Волосова К.А., Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф. Некоторые конечные методы решения уравнения Пуассона на прямоугольнике с шестым порядком погрешности: Учебное пособие к лекционным и практическим занятиям для студентов специальности 1-40 01 01 Программное обеспечение информационных технологий 1-98 01 01 Компьютерная безопасность/Д.Ф. Пастухов, Н.К. Волосова, Ю.Ф. Пастухов [и др.]. -3-е издание. – Москва: Учреждение образования "Полоцкий государственный университет",2022. – 33 С. EDN PWLFIQ.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы/Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – 7-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний,2011.- 636 с.: ил. – (Классический университетский учебник).
4. Фомин А.А., Фомина Л.Н. Численное моделирование течения жидкости в плоской каверне при больших числах Рейнольдса//Вычислительная механика сплошных сред.2014.Т.7.№4.С 363-377.
5. Применение быстрых разложений для построения точных решений задачи о прогибе прямоугольной мембраны под действием переменной нагрузки/ А.Д.

Чернышев, В.В. Горяйнов, С.В. Кузнецов, О.Ю. Никифорова//Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2021. №70. – С. 127-142. DOI 10.17223/19988621/70/11.

6. A. Salih Streamfunction - Vorticity Formulation//Department of Aerospace Engineering Indian Institute of Space Science and Technology, Thiruvananthapuram-Mach 2013. p.10.
7. Вакуленко С.П., Волосова Н.К., Пастухов Д.Ф. Способы передачи QR-кода в стеганографии/ С.П. Вакуленко, Н.К. Волосова, Д.Ф. Пастухов //Мир транспорта. – 2018. Т.16. № 5(78). С. 14-25.