

DOI: 10.24000/0409-2961-2022-7-22-28

УДК 622.867.322

© Коллектив авторов, 2022

# Корреляционные связи и асимптотика динамики сорбции в регенеративном патроне изолирующего респиратора



**С.Г. Ехилевский,**  
д-р техн. наук, проф.,  
ekhilevskiy@yandex.ru



**О.В. Голубева,**  
канд. физ.-мат. наук, доцент,  
первый проректор



**О.Н. Забелендик,**  
ст. преподаватель



**Е.П. Потапенко,**  
зам. начальника техн.  
инспекции

ПГУ, Новополоцк, Республика Беларусь

УП «Витебскоблгаз», Витебск,  
Республика Беларусь

В работе развит теоретико-вероятностный подход к моделированию рабочего процесса изолирующего респиратора на химически связанном кислороде. Случайная координата элементарного акта сорбции молекулы  $\text{CO}_2$ , ее дисперсия и время работы респиратора рассмотрены как системы непрерывных, корреляционно связанных случайных величин. Установлена симметрия относительно перестановки аргументов условной плотности вероятности координаты элементарного акта сорбции при данном значении времени. Показано, что независимо от критического проскока сорбтива срок защитного действия фильтра пропорционален его длине. С помощью полученных корреляционных зависимостей, неравенства Чебышева и условия экстремальности энтропии установлена нормальная асимптотика эволюции закона распределения случайной координаты элементарного акта сорбции и связанного с ним проскока сорбтива через фильтр. Обоснованы границы применимости такой асимптотики. Построена зависимость безразмерной длины фильтра, достаточной для формирования нормальной асимптотики динамики сорбции, от уровня критического проскока примеси. Указано минимальное значение критического проскока, позволяющее для определения срока защитного действия фильтра использовать соотношения, отражающие нормальную асимптотику процесса.

**Ключевые слова:** динамика сорбции, случайный процесс, корреляционные связи, экстремальность энтропии, асимптотика проскока примеси.

**Для цитирования:** Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Забелендик О.Н., Потапенко Е.П. Корреляционные связи и асимптотика динамики сорбции в регенеративном патроне изолирующего респиратора// Безопасность труда в промышленности. — 2022. — № 7. — С. 22–28. DOI: 10.24000/0409-2961-2022-7-22-28

## Введение

Задача динамики сорбции возникает при моделировании различных технологических процессов, связанных с поглощением вредной примеси из фильтруемого потока сплошной среды [1–3]. В частности, локальная регенерация атмосферы в замкнутом контуре изолирующего респиратора на химически связанном кислороде [3–5] включает процессы хемосорбции выдыхаемого углекислого газа пористыми гранулами надпероксида калия и выделения в результате такой реакции необходимого для нового вдоха кислорода, кДж:



Обычно задача динамики сорбции решается методами математической физики. Результат, получаемый при данных начальных и граничных условиях, однозначно зависит от режима и времени эксплуатации фильтра, его характеристик и длины [6–8]. Однако, несмотря на такой детерминизм, процесс является случайным, ибо координата элементарного акта сорбции достоверно непредсказуема. Учет этого обстоятельства позволяет не только правильно интерпретировать результаты моделирования, но и принципиально упростить их получение, подключив дополнительный мощный ресурс в виде основных положений теории вероятностей и математической статистики [9]. Дальнейшей реализации

и развитию такого подхода посвящена настоящая публикация.

### Симметрия плотности вероятности координаты элементарного акта сорбции

Согласно [9] при линейном законе кинетики сорбции и постоянстве концентрации примеси на входе в фильтр<sup>1</sup> доля ее непоглощенных молекул  $\omega$  описывается уравнением:

$$-\omega'_\xi = e^{-\tau} \left( e^{-\xi} + \int_0^\tau e^{\tau'} d\tau' \omega \right); \quad (1)$$

$$\xi = x\beta/v;$$

$$\tau = \beta\gamma t, \quad (2)$$

где  $\xi$ ,  $\tau$  — безразмерные переменные;  $x$  — расстояние от входа в фильтр;  $v$  — скорость фильтрации;  $\beta$ ,  $\gamma$  — феноменологические постоянные, задающие соответственно скорость сорбции и ее ресурс;  $t$  — время.

Исходя из смысла  $\omega(\xi, \tau)$  как доли молекул примеси к моменту времени  $\tau$ , проникающих в фильтр на глубину  $\xi$ , разность  $(1 - \omega(\xi, \tau))$  можно трактовать как статистическую вероятность того, что в указанный момент времени молекула примеси будет поглощена не дальше, чем на расстоянии  $\xi$  от входа в фильтр. При этом

$$f(\xi, \tau) = -\omega'_\xi(\xi, \tau) \quad (3)$$

плотность вероятности координаты элементарного акта сорбции.

Продифференцировав (1) по  $\xi$  и  $\tau$ , получим с учетом (3)

$$f''_{\xi\tau} + f'_\xi + f'_\tau = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) симметрично относительно перестановки аргументов, поэтому

$$f(\xi, \tau) = f(\tau, \xi). \quad (5)$$

Таким свойством обладают сумма и произведение одинаковых степеней аргументов.

Из (1) при  $\tau = 0$  следует, что  $\omega(\xi, 0) = e^{-\xi}$  или, согласно (3),

$$f(\xi, 0) = -\omega'_\xi(\xi, 0) = -(e^{-\xi})' = e^{-\xi}. \quad (6)$$

С учетом выводов из свойства (5) начальное условие (6) означает, что при произвольных временах

плотность вероятности координаты элементарного акта сорбции следует искать в виде:

$$f(\xi, \tau) = e^{-\xi-\tau} g(\xi, \tau), \quad (7)$$

где, в соответствии с (5)–(7),

$$g(0, \tau) = g(\xi, 0) = g(0, 0) = 1. \quad (8)$$

Из (8) следует, что  $g(\xi, \tau)$  не может зависеть от суммы аргументов. Поэтому будем искать  $g(\xi, \tau)$  в виде разложения по произведениям одинаковых степеней  $\xi$  и  $\tau$ :

$$g(\xi, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (\tau\xi)^n, \quad (9)$$

где  $a_n$  — коэффициенты разложения.

Правая часть (9) удовлетворяет условиям (8), если

$$a_0 = 1. \quad (10)$$

Выполнив в (7) дифференцирование по  $\xi$ ,  $\tau$

$$f'_\xi = -f + e^{-\xi-\tau} g'_\xi;$$

$$f'_\tau = -f + e^{-\xi-\tau} g'_\tau;$$

$$f''_{\xi\tau} = f - e^{-\xi-\tau} g'_\tau - e^{-\xi-\tau} g'_\xi + e^{-\xi-\tau} g''_{\xi\tau},$$

получим с помощью (4) уравнение для определения  $g(\xi, \tau)$ :

$$g''_{\xi\tau}(\xi, \tau) = g(\xi, \tau). \quad (11)$$

Подстановка (9) в (11)

$$\begin{aligned} g''_{\xi\tau}(\xi, \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n n^2 (\tau\xi)^{n-1} = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} a_{n+1} (n+1)^2 (\tau\xi)^n = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (\tau\xi)^n = g(\xi, \tau) \end{aligned}$$

дает рекуррентное соотношение для определения  $a_n$ :

$$(n+1)^2 a_{n+1} = a_n. \quad (12)$$

С учетом (10) решением (12) является

$$a_n = 1/(n!)^2. \quad (13)$$

С помощью (7), (9), (13) получим для  $f(\xi, \tau)$  выражение

$$f(\xi, \tau) = e^{-\xi-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\tau\xi)^n}{(n!)^2}, \quad (14)$$

явно отражающее симметрию плотности вероятности координаты  $\xi$  элементарного акта сорбции и момент времени  $\tau$  относительно перестановки ар-

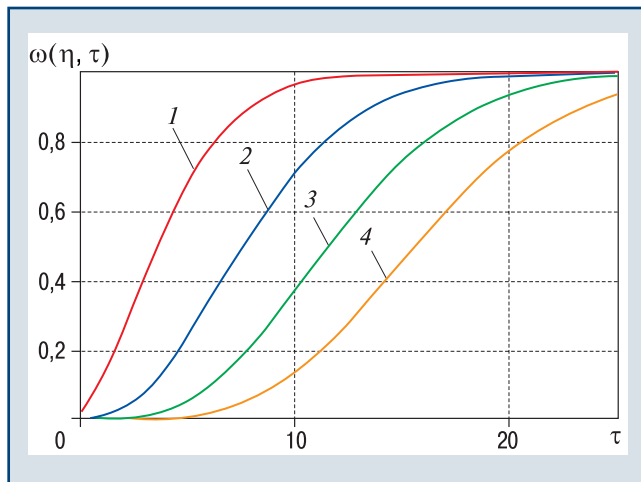
<sup>1</sup> Именно такая ситуация имеет место в регенеративном патроне респиратора на химически связанном кислороде, используемого в данном режиме тяжести, при наличии в воздухопроводной части паров воды, играющих роль катализатора.

гументов. С помощью (14), исходя из смысла  $f(\xi, \tau)$ , можно найти проскок примеси через фильтр как функцию времени:

$$\begin{aligned} \omega(\eta, \tau) &= \int_{\eta}^{\infty} f(\xi, \tau) d\xi = \\ &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{(n!)^2} \int_{\eta}^{\infty} \xi^n e^{-\xi} d\xi = \\ &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{(n!)^2} n! e^{-\eta} \sum_{k=0}^n \frac{\eta^k}{k!} = \\ &= e^{-\eta-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{n!} \sum_{k=0}^n \frac{\eta^k}{k!}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\eta$  — безразмерная длина фильтра.

Построенные с помощью (15) кривые представлены на рис. 1 (здесь 1 —  $\eta = 4$ ; 2 —  $\eta = 8$ ; 3 —  $\eta = 12$ ; 4 —  $\eta = 16$ ).

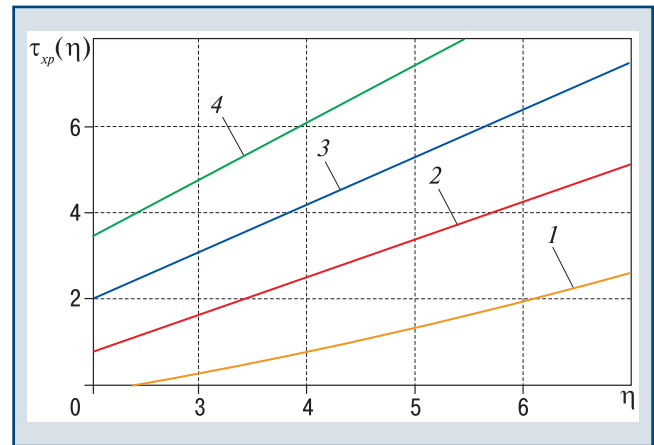


▲ Рис. 1. Эволюция проскока примеси через фильтры различной длины

▲ Fig. 1. Evolution of impurity breakthrough through the filters of various lengths

Видно, как по мере исчерпания поглотительного ресурса фильтра проскок примеси через него монотонно возрастает, асимптотически приближаясь к  $1 = \omega(0, \tau)$  — своему значению на входе в фильтр  $\omega(\xi, \tau)$ . При этом срок защитного действия фильтра  $\tau_{кр}(\eta)$  (время наступления критического значения проскока  $\omega(\eta, \tau_{кр}) = \omega_{кр}$ ) при любом значении  $\omega_{кр}$  растёт с увеличением  $\eta$  по линейному закону (рис. 2, здесь 1 —  $\omega_{кр} = 0,1$ ; 2 —  $\omega_{кр} = 0,35$ ; 3 —  $\omega_{кр} = 0,6$ ; 4 —  $\omega_{кр} = 0,8$ ). Так и должно быть при постоянстве расхода примеси, ибо сорбционный ресурс фильтра пропорционален его длине.

Видно, что при данной  $\eta$  меньшим значениям  $\omega_{кр}$  соответствует более короткий срок защитного действия. В частности (рис. 2, зависимость 1), проскок через короткий фильтр может сразу превышать критический (срок защитного действия равен нулю).



▲ Рис. 2. Срок защитного действия фильтра как функция его длины

▲ Fig. 2. Protective life of the filter as a function of its length

### Корреляционные связи в задаче динамики сорбции CO<sub>2</sub> в регенеративном патроне изолирующего респиратора

В соответствии с изложенным выше теоретико-вероятностным подходом к исследованию динамики сорбции CO<sub>2</sub> в регенеративном патроне респиратора, последняя является случайным процессом, в рамках которого закон распределения случайной координаты элементарного акта сорбции эволюционирует во времени, по мере послышной отработки поглотительного ресурса фильтра. При этом  $\tau$  играет роль параметра, при любом значении которого выполняется условие нормировки:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} f(\xi, \tau) d\xi &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{(n!)^2} \int_0^{\infty} \xi^n e^{-\xi} d\xi = \\ &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{(n!)^2} n! = e^{-\tau} e^{\tau} = 1. \end{aligned} \quad (16)$$

Однако в действительности при данном  $t$  нельзя достоверно предсказать, чему окажется равным  $\tau$ , а также проскок через фильтр поглощаемой примеси (экспериментальные кривые проскока примеси через одинаковые фильтры в одинаковых режимах эксплуатации совпадать не будут). Причина в невозможности точно обеспечить гранулометрический состав сорбента, а также однородность и плотность его упаковки. Все это влияет на числовые значения фигурирующих в (2) характеристик сорбента. В частности,  $\beta$  обратно пропорциональна диаметру гранул [10], а плотность их упаковки влияет на  $\gamma$ . Кроме того, нельзя строго обеспечить постоянство концентрации примеси на входе в фильтр, что, в соответствии с изложенным в [10] принципом песочных часов, тоже будет приводить к флуктуациям  $\tau$ . Теоретически учесть влияние всех перечисленных выше факторов на вид и параметры плотности вероятности  $f(\tau)$  не представляется возможным. Поэтому оценки инте-

ресующих числовых характеристик случайной величины  $\tau$  целесообразно проводить статистическими методами, обрабатывая результаты соответствующих натуральных экспериментов.

Таким образом, на самом деле при моделировании динамики сорбции имеем дело с двумерной случайной величиной с плотностью вероятности

$$f(\xi, \tau) = f(\tau)f(\xi|\tau), \quad (17)$$

где  $f(\xi|\tau)$  — условная плотность вероятности  $\xi$ , задаваемая правой частью (14)

$$f(\xi|\tau) = e^{-\xi-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\tau\xi)^n}{(n!)^2}, \quad (18)$$

что следует из (14)–(18), когда среднеквадратическое отклонение  $\tau$  от своего матожидания стремится к нулю ( $f(\tau)$  становится  $\delta$ -функцией).

Очевидно, с ростом времени работающий слой сорбента удаляется от входа в фильтр по мере исчерпания поглотительного ресурса расположенных у входа лобовых слоев сорбента. Это значит, что математическое ожидание  $\xi$  тоже будет расти. Иными словами, случайные величины  $\xi$  и  $\tau$  корреляционно связаны (см. (16), (18)):

$$\begin{aligned} m_{\xi}(\tau) &= \int_0^{\infty} \xi f(\xi|\tau) d\xi = \\ &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{(n!)^2} \int_0^{\infty} \xi^{n+1} \cdot e^{-\xi} d\xi = \\ &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n (n+1)!}{(n!)^2} = e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n (1+n)}{n!} = \\ &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{n!} + \tau e^{-\tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau^{n-1}}{(n-1)!} = 1 + \tau = m_{\xi}(\tau), \quad (19) \end{aligned}$$

где  $m_{\xi}(\tau)$  — условное математическое ожидание  $\xi$ .

Линейность корреляции обусловлена постоянством концентрации примеси на входе в фильтр и его однородностью (отсутствием начальной отработки поглотительного ресурса, изменения размера гранул по мере удаления от входа в фильтр и т.п.).

По этой причине уравнение линейной регрессии корреляционной зависимости

$$[m_{\xi}(\tau) - m_{\xi}]/\sigma_{\xi} = r_{\xi\tau}(\tau - m_{\tau})/\sigma_{\tau}, \quad (20)$$

где  $m_{\xi}$ ,  $m_{\tau}$  — математические ожидания соответственно  $\xi$  и  $\tau$ ;  $\sigma_{\xi}$ ,  $\sigma_{\tau}$  — их среднеквадратические отклонения;  $r_{\xi\tau}$  — коэффициент корреляции,

$$r_{\xi\tau} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\xi - m_{\xi}}{\sigma_{\xi}} \frac{\tau - m_{\tau}}{\sigma_{\tau}} f(\xi, \tau) d\xi d\tau, \quad (21)$$

становится точным равенством. Убедимся в этом непосредственно. С учетом (17), (19), (21)

$$\begin{aligned} m_{\xi} &= \int_0^{\infty} m_{\xi}(\tau) f(\tau) d\tau = \\ &= \int_0^{\infty} (1 + \tau) f(\tau) d\tau = 1 + m_{\tau}; \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi} \sigma_{\tau} r_{\xi\tau} &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (\xi - m_{\xi})(\tau - m_{\tau}) f(\xi, \tau) d\xi d\tau = \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \xi \tau f(\xi, \tau) d\xi d\tau - m_{\xi} m_{\tau}; \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \xi \tau f(\xi, \tau) d\xi d\tau &= \int_0^{\infty} \tau f(\tau) d\tau \int_0^{\infty} \xi f(\xi|\tau) d\xi = \\ &= \int_0^{\infty} \tau f(\tau) (1 + \tau) d\tau = m_{\tau} + m_{\tau}^2. \quad (24) \end{aligned}$$

Подставив (22), (24) в (23), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{\xi} \sigma_{\tau} r_{\xi\tau} &= m_{\tau} + m_{\tau}^2 - m_{\xi} m_{\tau} = m_{\tau} + m_{\tau}^2 - \\ &- (1 + m_{\tau}) m_{\tau} = m_{\tau}^2 - m_{\tau}^2 = \sigma_{\tau}^2 \end{aligned}$$

или

$$r_{\xi\tau} = \sigma_{\tau}/\sigma_{\xi}. \quad (25)$$

И наконец, подставив (22), (25) в (20), получим (19).

Аналогично (19) доказывается квадратичность корреляции случайных величин  $\xi^2$  и  $\tau$ :

$$\begin{aligned} m_{\xi^2}(\tau) &= \int_0^{\infty} \xi^2 f(\xi|\tau) d\xi = e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{(n!)^2} \times \\ &\times \int_0^{\infty} \xi^{n+2} e^{-\xi} d\xi = e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n (n+2)!}{(n!)^2} = \\ &= e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n (n+1)(n+2)}{n!} = \\ &= 2e^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tau^n}{n!} + 3\tau e^{-\tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau^{n-1}}{(n-1)!} + \\ &+ \tau e^{-\tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tau^{n-1} (n-1+1)}{(n-1)!} = \\ &= 2 + 4\tau + \tau^2 e^{-\tau} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\tau^{n-2}}{(n-2)!} = 2 + 4\tau + \tau^2. \quad (26) \end{aligned}$$

Из (19), (26) следует, что

$$\sigma_{\xi}^2(\tau) = m_{\xi^2}(\tau) - m_{\xi}^2(\tau) = 1 + 2\tau. \quad (27)$$

**Асимптотика динамики сорбции CO<sub>2</sub> в регенеративном патроне респиратора с большим сроком защитного действия**

Согласно (27) в длинных фильтрах выполняется неравенство  $\eta \gg \sigma_\xi [\tau_{кр}(\eta)] \sim \sqrt{\eta}$ , так как срок защитного действия фильтра пропорционален его длине (см. рис. 2). То есть при больших временах ( $\tau \geq 18$ ), когда

$$3\sigma_\xi(\tau) = 3\sqrt{1+2\tau} \leq 1 + \tau = m_\xi(\tau),$$

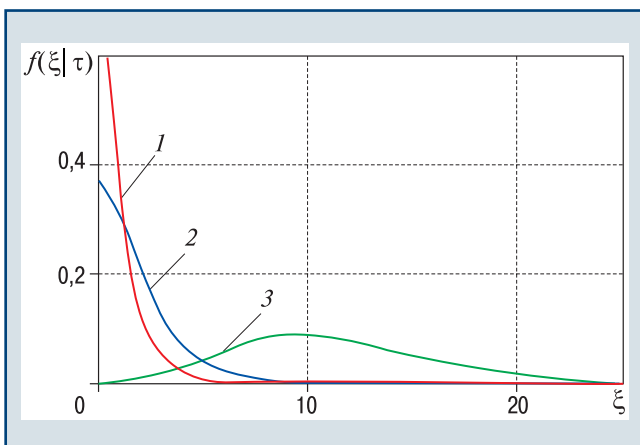
(см. (19), (27)) фильтр из полубесконечного, в соответствии с неравенством Чебышева и правилом трех  $\sigma$  [11], становится как бы бесконечным. А экстремальность энтропии на бесконечном промежутке обеспечивается нормальным законом распределения [11]:

$$f(\xi|\tau) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi(\tau)} e^{-\frac{[\xi-m_\xi(\tau)]^2}{2\sigma_\xi^2(\tau)}}. \quad (28)$$

То есть, в соответствии со вторым началом термодинамики, асимптотика процесса фильтрации примеси в задаче динамики сорбции задается формулами (19), (27), (28), что подтверждается кривыми, представленными на рис. 3 (здесь  $1 - \tau = 0$ ;  $2 - \tau = 1$ ;  $3 - \tau = 10$ ), построенными с помощью формулы (18). Видно, как экспоненциальное распределение (см. (6), реализованное в чистом фильтре ( $\tau = 0$ ), трансформируется в нормальное, по мере послонной отработки его поглотительного ресурса. Для того чтобы этот процесс мог завершиться до наступления критического проскока сорбтива

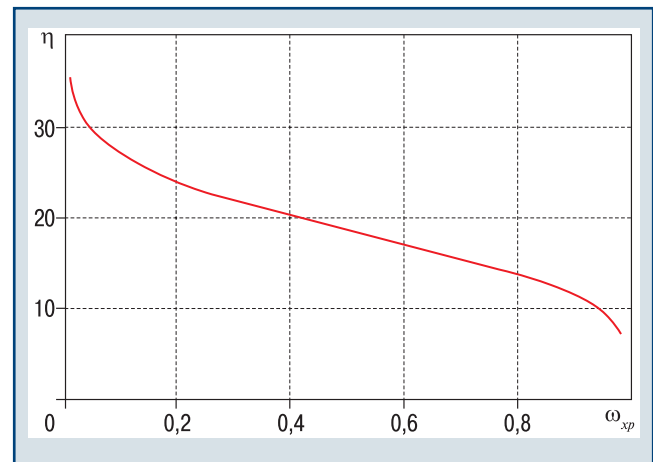
$$\tau_{кр}(\eta) > 18, \quad (29)$$

фильтр должен обладать достаточной безразмерной длиной.



**▲ Рис. 3. Эволюция плотности вероятности координаты элементарного акта сорбции**  
**▲ Fig. 3. Evolution of the probability density of the coordinate of an elementary act of sorption**

Результаты численных расчетов, выполненных с помощью соотношений (15), (29), в графической форме представлены на рис. 4. Полученная зависимость допускает следующую интерпретацию. Поскольку наклон представленных на рис. 2 прямых зависит от  $\omega_{кр}$ , достаточная для формирования нормальной асимптотики безразмерная длина патрона тем больше, чем меньше критический проскок сорбтива.



**▲ Рис. 4. Величина  $\eta$ , достаточная для формирования нормальной асимптотики  $f(\xi|\tau)$ , как функция  $\omega_{кр}$**   
**▲ Fig. 4. Value  $\eta$ , sufficient to form the normal asymptotics of  $f(\xi|\tau)$  as a function of  $\omega_{кр}$**

В частности, в выдыхаемом человеком воздухе содержится 4 % углекислого газа. Отравление углекислым газом начинается, когда в поступающем на вдох воздухе его содержание превышает 1,5 % [6]. То есть для изолирующего дыхательного аппарата на химически связанном кислороде  $\omega_{кр} = 1,5/4 = 0,375$ . Согласно представленной на рис. 4 кривой при таком значении критического проскока CO<sub>2</sub> нормальная асимптотика плотности вероятности координаты элементарного акта сорбции успевает сформироваться до истечения срока защитного действия дыхательного аппарата при  $\eta > 20,5$ . В режиме средней тяжести (расход воздуха 29 л/мин) таким свойством обладают респираторы, снаряженные более чем 3,3 кг кислородсодержащего продукта на основе надпероксида калия [6]. А при легкой физической нагрузке (расход воздуха 11 л/мин) — дыхательные аппараты (респираторы и самоспасатели с круговой схемой воздухопроводной части [12]) с 1,35 и более кг кислородсодержащего продукта на основе надпероксида калия.

С помощью (28), (14), (18) и первого равенства (15) можно выразить асимптотику проскока примеси через длинный фильтр

$$\omega(\eta, \tau) = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\eta - m_\xi(\tau)}{\sigma_\xi(\tau)}\right) \quad (30)$$

и из условия



$$\omega_{\text{кр}} = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{\eta - 1 - \tau_{\text{кр}}}{\sqrt{2\tau_{\text{кр}} + 1}}\right) \quad (31)$$

(см. (19), (27) определить срок его защитного действия  $\tau_{\text{кр}}(\eta, \omega_{\text{кр}})$  как функцию  $\eta$  и  $\omega_{\text{кр}}$ . В формулах (30), (31)  $\Phi(x)$  — табулированная первообразная плотности вероятности приведенной нормально распределенной величины,  $\Phi(\infty) = 1/2$  [11].

При этом важно, что, в соответствии с ранее изложенным, асимптотика (28) верна лишь в окрестности условного математического ожидания  $\xi$

$$|\xi - m_{\xi}(\tau)| < 3\sigma_{\xi}(\tau),$$

дающей главный вклад в энтропию. То есть в (31) можно подставлять лишь значения  $\omega_{\text{кр}} \in (0,5 - c; 0,5 + c)$ , где  $c = \Phi(3) = 0,49865$  (см. [11]). В частности, это значит, что при  $\omega_{\text{кр}} < 0,00135$  (например, когда фильтруемая примесь очень ядовита) пользоваться асимптотическими формулами (28)–(30) нельзя.

### Заключение

Таким образом, установлена симметрия относительно перестановки аргументов условной плотности вероятности координаты элементарного акта сорбции  $\xi$  при данном значении обезразмеренного времени работы фильтра  $\tau$ . Показано, что независимо от критического проскока примеси срок защитного действия фильтра пропорционален его длине. С помощью полученных корреляционных зависимостей  $\xi$  и  $\xi^2$  от  $\tau$ , а также неравенства Чебышева и условия экстремальности энтропии установлена нормальная асимптотика эволюции закона распределения  $\xi$  при больших временах и связанного с ним проскока примеси через фильтр. Обоснованы границы применимости такой асимптотики. Построена зависимость обезразмеренной длины фильтра, достаточной для формирования нормальной асимптотики динамики сорбции, от уровня критического проскока примеси. Указано минимальное значение критического проскока, позволяющее для определения срока защитного действия фильтра использовать соотношения, отражающие нормальную асимптотику процесса.

### Список литературы

1. Жуховицкий А.А., Забежинский Я.Л., Тихонов А.Н. Поглощение газа из тока воздуха слоем зернистого материала// Журнал физической химии. — 1945. — Т. 19. — Вып. 6. — С. 253–261.
2. Yu C.-H., Huang C.-H., Tan C.-S. A review of CO<sub>2</sub> capture by absorption and adsorption// Aerosol and Air Quality Research. — 2012. — Vol. 12. — Iss. 5. — P. 745–769. DOI: 10.4209/aaqr.2012.05.0132
3. Мищенко С.В., Балабанов П.В., Кримштейн А.А. Динамика хемосорбции диоксида углерода веществами на основе супероксидов щелочных металлов// Теоретические основы химической технологии. — 2014. — Т. 48. — № 3. — С. 328–334.

4. Recent advances in capture of carbon dioxide using alkali-metal-based oxides/ S. Wang, S. Yan, X. Ma, J. Gong// Energy & Environmental Science. — 2011. — Vol. 4. — Iss. 10. — P. 3805–3819. DOI: 10.1039/C1EE01116B

5. Holquist J.B., Klaus D.M. Characterization of potassium superoxide and a novel packed bed configuration for closed environment air revitalization. URL: <https://ttu-ir.tdl.org/bitstream/handle/2346/59647/ICES-2014-192.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата обращения: 10.05.2022).

6. Значения феноменологических параметров модели хемосорбции в регенеративных патронах шахтных респираторов/ В.В. Пак, С.Г. Ехилевский, Э.Г. Ильинский, Е.И. Конопелько// Известия высших учебных заведений. Горный журнал. — 1998. — № 11–12. — С. 108–112.

7. Моделирование системы регенерации воздуха в изолированном помещении/ П.В. Балабанов, А.А. Кримштейн, С.В. Мищенко, А.П. Савенков// Математическое моделирование. — 2018. — Т. 30. — № 3. — С. 52–66.

8. A Method for the Development of Self-Contained Breathing Apparatus Using Computer Modeling/ V.G. Matveikin, E.N. Tugolukov, S.Yu. Alekseyev, A.Yu. Zakharov// International Journal of Engineering and Technology. — 2018. — Vol. 7. — № 3.14. — P. 481–486. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.14.17046

9. Ехилевский С.Г., Голубева О.В., Потепенко Е.П. Теоретико-вероятностный подход к моделированию респиратора на химически связанном кислороде// Безопасность труда в промышленности. — 2020. — № 10. — С. 7–15. DOI: 10.24000/0409-2961-2020-10-7-15

10. Ехилевский С.Г. Нестационарная задача динамики сорбции углекислого газа в регенеративном патроне изолирующего респиратора// Вестник Фонда фундаментальных исследований. — 2019. — № 3 (89). — С. 57–65.

11. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. — М.: Наука, 1969. — 400 с.

12. К расчету индивидуальных дыхательных сорбционных аппаратов с круговой схемой движения воздуха/ А.А. Кримштейн, С.В. Плотникова, В.И. Коновалов, Б.В. Путин// Журнал прикладной химии. — 1993. — № 8 (66). — С. 1734–1736.

ekhilevskiy@yandex.ru

Материал поступил в редакцию 21 мая 2022 г.

«Bezopasnost Truda v Promyshlennosti»/ «Occupational Safety in Industry», 2022, № 7, pp. 22–28.  
DOI: 10.24000/0409-2961-2022-7-22-28

Correlation Relationship and Asymptotics of the Sorption Dynamics in the Regenerative Cartridge of the Insulating Respirator

S.G. Ekhilevskiy, Dr. Sci. (Eng.), Prof.,  
ekhilevskiy@yandex.ru

O.V. Golubeva, Cand. Sci. (Eng.), Assoc. Prof., First Dean

O.N. Zabelendik, Senior Lecturer

Polotsk State University, Novopolotsk, Republic of Belarus

E.P. Potapenko, Deputy Head of the Technical Inspectorate  
Production republican unitary enterprise «Vitebskoblgaz»,  
Vitebsk, Republic of Belarus

## Abstract

Usually, to simulate the operation of an insulating respirator, the problem of sorption dynamics is solved. The result obtained under the given initial and boundary conditions uniquely describes the evolution of impurity breakthrough through the filter. However, the coordinate of the elementary act of sorption is reliably unpredictable. Therefore, a probability-theoretic approach to modeling the workflow of an insulating respirator on chemically bound oxygen is possible. This publication is devoted to its further development.

An additional powerful resource is connected to the modeling of sorption dynamics in the form of the main theorems of the probability theory. The random coordinate of the elementary act of adsorption of the CO<sub>2</sub> molecule, its dispersion, and the time of operation of the respirator are considered as a system of continuous, correlationally related random variables. Symmetry with respect to the permutation of the arguments of the conditional probability density of the coordinate of the elementary act of sorption is established for a given time value. It is shown that regardless of the critical breakthrough of the sorbitol, the period of the protective action of the filter is proportional to its length. With the help of the obtained correlation dependences, Chebyshev inequality and the condition of extremity of entropy, the normal asymptotic behavior of the evolution of the distribution law of the random coordinate of the elementary act of sorption and the related breakthrough of the sorbate through the filter is established. The limits of applicability of such asymptotics are substantiated.

The dependence of the dimensionless length of the filter, which is sufficient for the formation of the normal asymptotics of the sorption dynamics, on the level of critical impurity breakthrough was constructed. The minimum value of the critical breakthrough is indicated, which allows to use relations that reflect the normal asymptotics of the process to determine the period of the filter protective action.

**Key words:** sorption dynamics, random process, correlation relationship, extremality of entropy, impurity breakthrough asymptotics.

## References

1. Zhukhovitskiy A.A., Zabezhinskiy Ya.L., Tikhonov A.N. Gas absorption from the air flow by a layer of granular material. *Zhurnal fizicheskoy khimii = Physical Chemistry Journal*. 1945. Vol. 19. Iss. 6. pp. 253–261. (In Russ.).
2. Yu C.-H., Huang C.-H., Tan C.-S. A review of CO<sub>2</sub> capture by absorption and adsorption. *Aerosol and Air Quality Research*. 2012. Vol. 12. Iss. 5. pp. 745–769. DOI: 10.4209/aaqr.2012.05.0132

3. Mishchenko S.V., Balabanov P.V., Krimshcheyn A.A. Dynamics of Chemical Adsorption with Regenerative Substances on the Basis of Superoxide of Alkaline Metals and Absorbers. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoy tekhnologii = Theoretical foundations of the chemical technology*. 2014. Vol. 48. № 3. pp. 328–334. (In Russ.).

4. Wang S., Yan S., Ma X., Gong J. Recent advances in capture of carbon dioxide using alkali-metal-based oxides. *Energy & Environmental Science*. 2011. Vol. 4. Iss. 10. pp. 3805–3819. DOI: 10.1039/C1EE01116B

5. Holquist J.B., Klaus D.M. Characterization of potassium superoxide and a novel packed bed configuration for closed environment air revitalization. Available at: <https://ttu-ir.tdl.org/bitstream/handle/2346/59647/ICES-2014-192.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (accessed: May 10, 2022).

6. Pak V.V., Ekhilevskiy S.G., Ilinskiy E.G., Konopelko E.I. Values of the phenomenological parameters of the chemisorption model in the regenerative cartridges of the mine respirators. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Gornyy zhurnal = News of the Higher Institutions. Mining Journal*. 1998. № 11–12. pp. 108–112. (In Russ.).

7. Balabanov P.V., Krimshcheyn A.A., Mishchenko S.V., Savenkov A.P. Modeling of the air regeneration in closed cabin. *Matematicheskoe modelirovanie = Mathematical modeling*. 2018. Vol. 30. № 3. pp. 52–66. (In Russ.).

8. Matveikin V.G., Tugolukov E.N., Alekseyev S.Yu., Zakharov A.Yu. A Method for the Development of Self-Contained Breathing Apparatus Using Computer Modeling. *International Journal of Engineering and Technology*. 2018. Vol. 7. — № 3.14. pp. 481–486. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.14.17046

9. Ekhilevskiy S.G., Golubeva O.V., Potapenko E.P. Probability-theoretic Approach to Modeling a Respirator on Chemically Bound Oxygen. *Bezopasnost truda v promyshlennosti = Occupational Safety in Industry*. 2020. № 10. pp. 7–15. (In Russ.). DOI: 10.24000/0409-2961-2020-10-7-15

10. Ekhilevskiy S.G. Non-stationary problem of the dynamics of sorption of carbon dioxide in the regenerative cartridge of an isolating respirator. *Vestnik Fonda fundamentalnykh issledovaniy = Bulletin of the Foundation for Fundamental Research*. 2019. № 3 (89). pp. 57–65. (In Russ.).

11. Gnedenko B.V. A course in the probability theory. Moscow: Nauka, 1969. 400 p.

12. Krimshcheyn A.A., Plotnikova S.V., Konovalov V.I., Putin B.V. To the calculation of individual respiratory sorption apparatuses with a circular scheme of the air movement. *Zhurnal prikladnoy khimii = Journal of Applied Chemistry*. 1993. № 8 (66). pp. 1734–1736. (In Russ.).

Received May 21, 2022

ПАМЯТКА  
АВТОРУ

С авторов научно-технических статей, включая аспирантов, за публикацию их рукописей плата не взимается. Вознаграждение авторам не выплачивается. Электронная версия опубликованной статьи высылается каждому автору на его электронную почту.