УДК 519.6: 517.958

МАТРИЧНОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФРЕДГОЛЬМА КВАДРАТУРОЙ С ДВЕННАДЦАТЫМ ПОРЯДКОМ ПОГРЕШНОСТИ

Волосова Наталья Константиновна (аспирант Московского государственного технического университета МГТУ им. Н.Э. Баумана), г. Москва; navalosova@yandex.ru

Волосов Константин Александрович, профессор, д.ф. - м.н.; konstantinvolosov@yandex.ru

Волосова Александра Константиновна, к.ф.- м.н. (МИИТ), г. Москва; alya01@yandex.ru

Карлов Михаил Иванович, к. ф.-м. н., доцент (Московский физико-технический университет МФТИ), г. Москва; karlov@shade.msu.ru

Пастухов Дмитрий Феликсович, к. ф.-м. н., доцент; dmitrij.pastuhov@mail.ru

Пастухов Юрий Феликсович, к. ф.-м. н., доцент; pulsar1900@mail.ru

(Полоцкий государственный университет), г. Новополоцк

Аннотация: Предложен алгоритм численного решения уравнения Фредгольма второго рода с непрерывным ядром методом замены интеграла и матричным решением СЛАУ с квадратурной формулой двенадцатого порядка погрешности с числом интервалов интегрирования кратным десяти. Новая формула по сравнению с формулой Симпсона дает 15 значащих цифр для узловых значений функции решения даже при небольшом числе интервалов 10,20 на отрезке за конечное число элементарных операций. Полученный алгоритм имеет двойную точность и минимальное время вычислений. В то время как формула Симпсона совместно с матричным методом решения СЛАУ дает только 6 значащих цифр с числом интервалов интегрирования равным двадцати. Более того, для формулы Симпсона двойная точность недоступна (15 нулей в бесконечной норме невязки решения), так как язык FORTRAN допускает максимальные массивы матриц 200×200. Получены оценки верхней границы допустимого параметра $|\lambda|$ для матрицы уравнения Фредгольма со строгим диагональным преобладанием или с небольшой нормой интегрального ядра.

Ключевые слова: уравнение Фредгольма, численные методы, уравнения математической физики, матрица

MATRIX SOLUTION OF THE FREDHOLM INTEGRAL EQUATIONS BY A QUADRATURE WITH THE TWELVETH ORDER OF ERROR

N.K. Volosova, K.A. Volosov, A.K. Volosova, M.I. Karlov, D.F. Pastuhov, YU.F. Pastuhov

Abstract: An algorithm for the numerical solution of the Fredholm equation of the second kind with a continuous kernel by the method of integral replacement and the matrix solution of SLAE with a quadrature formula of the twelfth order of error with a number of integration intervals divisible by ten is proposed. The new formula, compared to Simpson's formula, gives 15 significant digits for the nodal values of the solution function, even with a small number of intervals of 10.20 on a segment in a finite number of elementary operations. The resulting algorithm has double precision and minimal computation time. While Simpson's formula, together with the matrix method for solving SLAE, gives only 6 significant digits with twenty integration intervals. Moreover, double precision is not available for Simpson's formula (15 zeros in the infinite norm of the solution residual), since the FORTRAN language allows maximum matrix arrays of 200×200. Estimates are obtained for the upper bound of the admissible parameter |λ| for the matrix of the Fredholm equation with strict diagonal dominance or with a small norm of the integral kernel.

Keywords: Fredholm equation, numerical methods, equations of mathematical physics, matrix

Введение. В работе[1] описан метод замены интеграла для численного решения уравнения Фредгольма второго рода. Для этого нужно составить систему алгебраических линейных уравнений (СЛАУ), в которой неизвестными являются узловые значения функции. Примеры монографии[1] используют квадратурную формулу Симпсона в методе замены ядра. В данной работе мы предлагаем матричный алгоритм численного решения СЛАУ, используя квадратурную интегральную формулу с 12 порядком погрешности[2],[3]. В работе [2] использован метод последовательных итераций, метод прост, но ограничивает допустимую область по параметру λ, то есть применим при малых по модулю значениях λ. Поэтому в данной работе матричный алгоритм решения СЛАУ существенно расширит область допустимого параметра λ.

Постановка задачи.

Работа написана для Российской научной библиотеки elibrary.ru. Полный текст программы можно прочесть(копировать) в elibrary.ru, в которой работе присвоен номер

eLIBRARY ID: 49510927 EDN: LBUIKP DOI: 10.18411/trnio-09-2022-31

Литература

1. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие. – М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 240 с.

2. Решение интегральных уравнений Фредгольма с невырожденными ядрами последовательными приближениями квадратурой с десятым порядком погрешности/Н.К. Волосова, К.А. Волосов, А.К. Волосова [и др.]//Тенденции развития науки и образования. – 2022. - № 85-2. – С. 21-25. – DOI 10/18411/trnio-05-2022-55/ - EDN: CKXBNI.

3. Пастухов Д.Ф., Пастухов Ю.Ф., Волосова Н.К., Волосова К.А., Волосова А.К. Численные методы. Лекции. Численный практикум. Учебное пособие к лекционным и практическим занятиям для студентов специальности 1- 40 01 01 Программное обеспечение информационных технологий 1-98 01 01 Компьютерная безопасность/ Новополоцк. Москва, 2021. (3-е изд., дополненное).

4. Волков Ю.С. Оценки норм матриц, обратных к матрицам монотонного вида и вполне отрицательным матрицам/Ю.С. Волков, В.Л. Мирошниченко//Сибирский математический журнал. – 2009. – Т. 50. - № 6. – С. 1248-1254. – EDN: LABVLZ.

5. О двух численных алгоритмах для решения конечномерной задачи Лагранжа на экстремум с ограничениями типа равенств: Учебное пособие для практических занятий по предметам Методы оптимизации и Математическое программирование/ Н.К. Волосова, А.К. Волосова, К.А. Волосов [и др.]. – 1-е издание. – Москва: Учреждение образования ”Полоцкий государственный

университет”, 2022. – 33 с. EDN: ZHJIPU

6. Пастухов Д.Ф., Волосова Н.К., Волосова А.К. Некоторые методы передачи QR-кода в стеганографии/ Д.Ф. Пастухов, Н.К. Волосова, А.К. Волосова //Мир транспорта. – 2019. Т.17. № 3(82). С. 16-39.
7. Применение быстрых разложений для построения точных решений задачи о прогибе прямоугольной мембраны под действием переменной нагрузки/ А.Д. Чернышев, В.В. Горяйнов, С.В. Кузнецов, О.Ю. Никифорова//Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2021. №70. – С. 127-142. DOI 10.17223/19988621/70/11.