УДК 621.396.96

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМА АУКЦИОНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ НА ЭТАПЕ ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКИ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

канд. техн. наук, доц. А.С. СОЛОНАР, А.А. МИХАЛКОВСКИЙ
(Военная академия Республики Беларусь, Минск)

Рассмотрено решение задачи отождествления принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями при помощи алгоритма аукциона. Описаны особенности реализации различных видов алгоритмов аукционов. Приведены условия сопоставительного моделирования между алгоритмом аукциона и венгерским методом, представлены полученные результаты.

Введение. Одним из наиболее сложных этапов вторичной обработки является отождествление принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями. На этом этапе требуется распределить обнаруженные отметки по сопровождаемым траекториям. Для этого каждая траектория предварительно определяет область пространства, в которую могут попасть отметки. Эта область называется стробом. Траектория может принять для обработки отметку только в том случае, если она попала в строб. Каждой попавшей в строб отметке ставится в соответствие свой коэффициент правдоподобия как мера близости ее координат к центру строба. Коэффициенты правдоподобия удобно записывать в матрицу стоимости, строки которой соответствуют номерам траекторий, а столбцы – номерам отметок. После выявления возможных претендентов на отметки из сопровождаемых траекторий начинается непосредственно распределение отметок по траекториям.

Задача отождествления решается просто, если в строб попадает одна отметка. Все усложняется, когда стробы траекторий перекрываются или в них попадает несколько отметок. Это может быть вызвано различными причинами, например наличием интенсивных дискретных помех (ложных обнаружений).

Известны два подхода распределения попавших в строб отметок: небайесовские и байесовские [1–7]. В байесовских алгоритмах при формировании коэффициента правдоподобия учитываются априорные гипотезы отождествления, в небайесовских – не учитываются. Причем алгоритмы могут быть одношаговыми или многошаговыми. В одношаговых алгоритмах распределение ограничивается одним обзором радиолокационных станций, в многошаговых – правдоподобность гипотез отождествления рассматривается в течение нескольких смежных обзоров. Все алгоритмы отождествления подразумевают или предварительное, или окончательное распределение отметок по траекториям на каждом обзоре.

В случае введения ограничения на возможное отождествление одной траектории только одной отметкой задача отождествления относится к классу задач линейного программирования типа задач распределения ресурсов [7]. Задача распределения ресурсов позволяет раздать по одному ресурсу по возможности каждому потребителю с максимальной суммарной выгодой.

Существует целый ряд методов для решения задачи распределения ресурсов: метод прямого перебора (метод ветвей и границ); венгерский метод; алгоритм аукциона; метод Мака и другие [7]. В некоторых зарубежных источниках [2, 8–10] декларируется преимущество метода аукциона по отношению к другим методам. При этом приводится лишь общее описание алгоритма аукциона без указания тонкостей его реализации, но не представлены убедительные результаты сопоставительного анализа.

Рассмотрим особенности реализации алгоритма аукциона для решения задачи отождествления принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями и проведем сопоставительное моделирование для подтверждения достоинств алгоритма аукциона.

Постановка задачи. Пусть на текущем обзоре в устройстве вторичной обработки радиолокационной информации сопровождается n траекторий; в устройстве обработки принятого сигнала обнаружены m отметок; сформирована матрица стоимостей с размерностью $n{\times}m$. На пересечении строк и столбцов матрицы стоят коэффициенты правдоподобия c_{ij} $(i=1,2,...,n;\ j=1,2,...,m)$, пропорциональные взвешенному расстоянию между центром строба i-й траектории и координатой j-й отметки. Если j-я отметка не попала в строб i-й траектории, то $c_{ij}=0$.

В общем случае $m \neq n$. С каждой траекторией можно отождествить только одну отметку. Решение об отождествлении n траекторий и m отметок записывается в виде матрицы соответствия $\mathbf{x}$ [7]. Элементами этой матрицы x_{ij} $(i=1,2,...,n;\ j=1,2,...,m)$ могут быть нули или единицы, причем

$$x_{ij}=\begin{cases}1, & \text{если на } i\text{-ю отметку назначена } j\text{-я траектория;}\\ 0, & \text{в противном случае.}\end{cases}$$

Из всего множества матриц соответствия $\mathrm{x}^{\{k\}}$, $k = 1, 2, ..., N_x$ требуется найти такую матрицу соответствия $\hat{\mathrm{x}}$, чтобы удовлетворялось требование максимизации суммарного коэффициента правдоподобия:

$$\hat{\mathrm{x}} = \arg\max_{\mathrm{x}^{\{k\}}} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} x_{ij}^{\{k\}}. \quad (1)$$

Задача отождествления в данной формулировке эквивалентна задаче распределения m ресурсов между n потребителями. Решению задачи $\hat{\mathrm{x}}$ распределения соответствует суммарная стоимость ресурсов:

$$\hat{S} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij} \hat{x}_{ij} . \quad (2)$$

Чем больше $\hat{S}$, тем эффективней происходит распределение ресурсов. С точки зрения практического применения важным критерием решения задачи распределения является время $\tau_{реш}$, затрачиваемое на решение [11–14]. Наиболее просто и точно задача распределения ресурсов решается *методом прямого перебора* [11–14], однако у этого метода есть существенный недостаток – число возможных вариантов матриц соответствия N_x может стремиться к бесконечности при m или n более десяти. Применение этого метода на практике связанно с большими вычислительными затратами, что приводит к значительному росту $\tau_{реш}$.

Согласно публикациям в отечественной и зарубежной литературе [11–14] широкое распространение на практике получил *венгерский метод* для решения задачи распределения ресурсов. В качестве одной из альтернатив венгерскому рассматривается *метод аукциона*. В публикациях [2, 8–10] утверждается о преимуществах этого метода по отношению к другим. Однако убедительных сопоставительных результатов в источниках не приводится. Кроме того, в открытых источниках приводятся лишь принципы, положенные в основу алгоритма аукциона, что вызывает затруднения при его практическом использовании.

Рассмотрим особенности реализации алгоритма аукциона для задачи распределения ресурсов, проведем сравнение показателей качества распределения ресурсов по результатам работы венгерского алгоритма, прямого перебора возможных вариантов распределения и алгоритма аукциона.

Алгоритм аукциона – это интуитивный метод решения классической задачи распределения ресурсов. Алгоритм хорошо подходит для параллельного вычисления [8], что обусловило его широкое применение на практике. Впервые алгоритм был предложен Кастаньоном в 1979 году. Существует несколько вариантов аукциона: прямой аукцион, обратный и комбинированный (комбинация прямого и обратного).

Прямой аукцион. Чтобы развить интуитивное понимание алгоритма аукциона, полезно представить экономическую задачу о распределении ресурсов в процессе торгов.

На рисунке 1, *а* показана блок-схема алгоритма прямого аукциона. Рассмотрим возможность распределения m ресурсов с n потребителями. Считается, что потребители борются за ресурсы. Максимальная цена, которую готов заплатить i-й потребитель за j-й ресурс, равна c_{ij}. До проведения аукциона цена всех ресурсов устанавливается равной нулю: $p_j = 0$ $(j = 1, 2, ..., m)$.

Каждый потребитель стремится получить «важный» для него ресурс, обладающий максимальным значением c_{ij}. Конкуренция на торгах приводит к необходимости рассмотрения всех возможных вариантов покупки ресурсов каждым потребителем. У потребителя возникает противоречие: с одной стороны, потребитель будет стараться поднять текущую цену этого ресурса p_j до величины, которую не смогут заплатить другие потребители; с другой – потребителю выгодна низкая цена ресурса.

Для разрешения противоречия i-й потребитель на торгах пользуется следующей стратегией:

1) проводит анализ своих возможностей покупки ресурсов (рис. 1, *а*, блок 1). Он определяет разницу между максимальной предполагаемой c_{ij} и текущей p_j ценой j-го ресурса $c_{ij} - p_j$ $(j = 1, 2, ..., m)$. Тем самым расставляются индивидуальные предпочтения на покупку ресурсов;

2) определяется ставка γ_i (рис. 1, *а*, блок 2), на которую он готов поднять текущую цену на «важный» для него ресурс. Ставка рассчитывается как разница между первым $v_i = \max\{a_{ij} - p_j\}$ и вторым $w_i = \max_{j \neq j_i}\{a_{ij} - p_j\}$ предпочтительными ресурсами: $\gamma_i = v_i - w_i$;

3) аукцион выбирает максимальную ставку для одного ресурса $\max\gamma_i$ и увеличивает на нее текущую цену: $p_j = p_j + \max\gamma_i$ (рис. 1, *а*, блок 3). Одновременно с этим i-й потребитель с максимальной ставкой $\max\gamma_i$ считается предварительно назначенным на j-й ресурс (главным претендентом на j-й ресурс). Это решение аукциона записывается в матрицу соответствия **x** как $x_{ij} = 1$ на пересечении i-й строки и j-го столбца;

4) торги продолжаются до тех пор, пока всем потребителям в соответствии не назначены ресурсы (рис. 1, *а*, блок 4). В общем случае число итераций аукциона (торгов) может быть значительным. Одним из главных условий аукциона является то, что цены на ресурсы должны подниматься после каждой итерации торгов. Необходимо заметить, что стратегия поднятия ставок на ресурсы i-м потребителем должна учитывать возможный одинаковый интерес к нескольким ресурсам сразу. Признаком этого будет условие: $\gamma_i = 0$. Если одинаковый интерес возник с начала аукциона (с первой итерации торгов), аукциону предлагается ставка за ресурс с меньшим номером j. Если одинаковый интерес к ресурсам возник в процессе торгов, в качестве приоритетного ресурса считается предварительно назначенный на предыдущей итерации торгов (за него предлагается нулевая ставка).

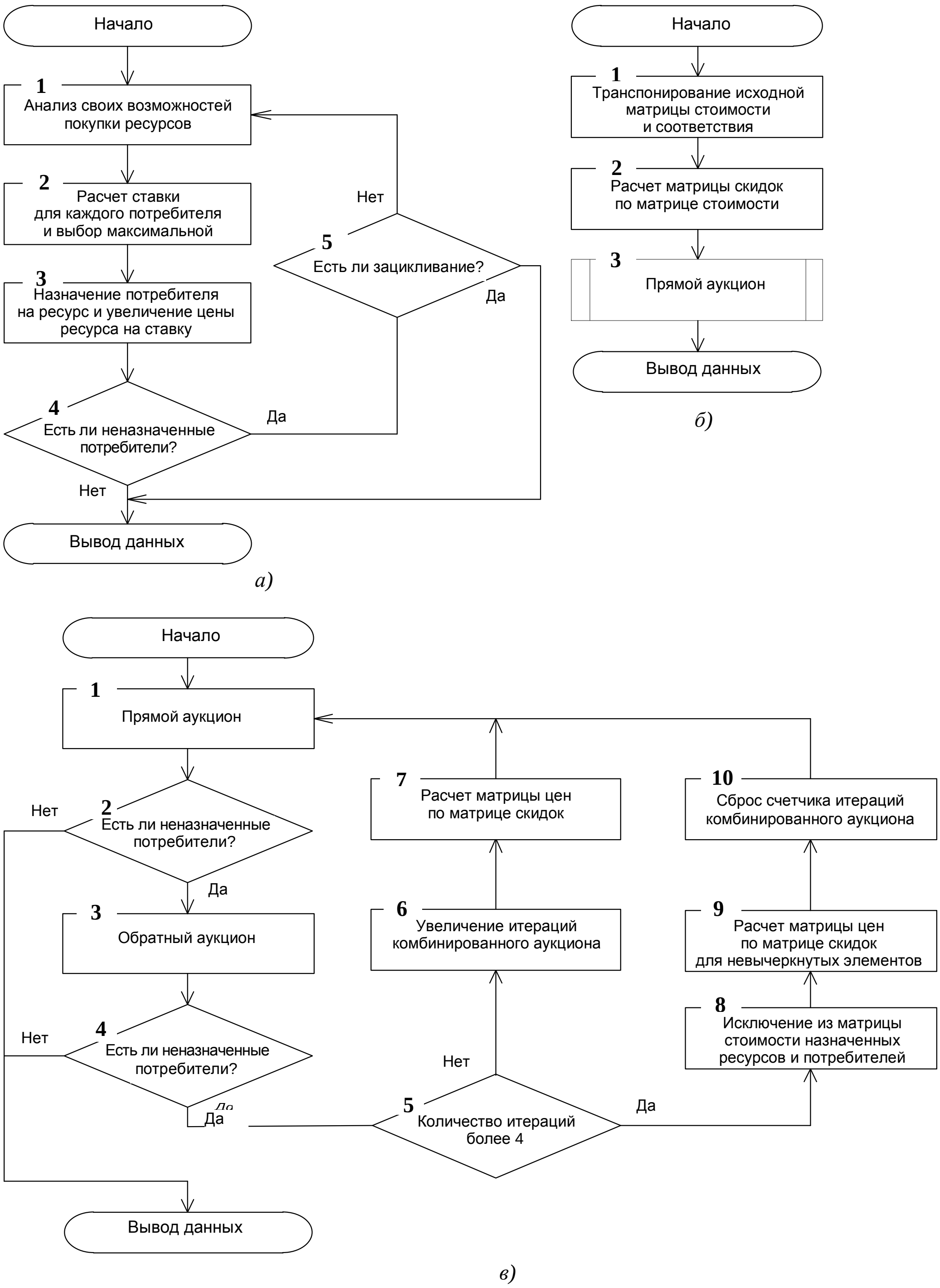


Рис. 1. Блок-схемы алгоритмов аукциона:
а – прямого аукциона; *б* – обратного аукциона; *в* – комбинированного аукциона

С точки зрения аукциона могут возникнуть две исключительные ситуации:

1) когда несколько потребителей борются за равноинтересные им ресурсы, при этом ставки потребителей за один и тот же ресурс равны нулю: $\max \gamma_i = 0.$ Это приводит к так называемому явлению «застоя» цен, т.е. от итерации к итерации торгов цена на ресурс не увеличивается, что противоречит главному правилу аукциона;

2) когда два и более потребителей заинтересованы в одном ресурсе, но никто не хочет уступать, при этом окончательное распределение ресурсов невозможно. Такая ситуация проявляется в виде затягивания торгов на неопределенное время (число итераций торгов неограниченно растет) и называется «зацикливанием» аукциона. Признаком такой ситуации является периодическое повторение одного и того же результата назначения.

Для исключения явления «застоя» в алгоритм аукциона вводится коэффициент неустойчивости ε. Он предоставляет право аукциону поднимать ставку потребителей на величину ε на каждой итерации торгов. Таким образом, каждый потребитель формирует ставку по правилу: $\gamma_i = \upsilon_i - \omega_i + \varepsilon.$ В таком случае ресурс получит тот потребитель, который первым поднимет ставку.

При возникновении «зацикливания» аукцион вынужден отказаться от дальнейших торгов. В этом случае имеет смысл остановить торги в момент максимального числа пар распределения ресурсов и потребителей. При этом необходимо учитывать, что ряд потребителей останутся без ресурсов, т.е. задача распределения не может считаться решенной.

Важной задачей при проведении аукциона является определение факта «зацикливания». Для этого применяется соответствующий алгоритм (рис. 1, *а*, блок 5). После каждой *k*-й итерации торгов на вход алгоритма поступает число $N_k^{n\text{-}p}$ распределившихся пар потребитель – ресурс. Алгоритм подразумевает наличие сдвигающегося буфера. Размер буфера $L_Б$ определяется максимально возможной длиной повторяющейся последовательности L_n : $L_Б = 2L_n$. Из практических соображений L_n выбирают не более 6. Очередное число $N_k^{n\text{-}p}$ записывается в конец буфера, а из начала удаляется число пар, соответствующее номеру итерации $k - L_Б$. После добавления числа $N_k^{n\text{-}p}$ осуществляется поиск повторяющихся последовательностей длительностью от 2 до L_n. Одновременно производится выявление максимального числа пар потребитель – ресурс $N_{\max}^{n\text{-}p}$.

В случае выявления повторяющейся последовательности алгоритм дожидается итерации аукциона, на которой выполнится условие: $N_k^{n\text{-}p} = N_{\max}^{n\text{-}p}$, и сообщает аукциону об обнаружении «зацикливания». После получения сообщения об обнаружении «зацикливания» торги прекращаются.

Обратный аукцион. В отличие от прямого, в обратном аукционе ресурсы борются за потребителей, предлагая на себя скидки π_j $(j = 1, 2, ..., m)$. Это приводит к снижению себестоимости ресурсов и делает их привлекательнее для потребителей.

Таким образом, прибыль играет для потребителей аналогичную роль, как и цены для ресурсов.

Действия прямого аукциона идентичны обратному, только потребители и ресурсы меняются местами. Обратный аукцион можно реализовать через алгоритм прямого (см. рис. 1, *б*). Для реализации обратного аукциона требуется:

1) транспонировать матрицы стоимости $\mathbf{c} = \mathbf{c}^T$ $(c_{ji} = c_{ij})$ и соответствия $\mathbf{x} = \mathbf{x}^T$ $(x_{ji} = x_{ij})$, чтобы строки соответствовали ресурсам (нумерация строк $j = 1, 2, ..., m$), а столбцы – потребителям (нумерация столбцов $i = 1, 2, ..., n$) (рис. 1, *б*, блок 1);

2) пересчитать текущие цены p_j $(j = 1, 2, ..., m)$ в скидки π_j $(j = 1, 2, ..., m)$ как $\pi_j = c_{ji} - p_j$ для всех товаров, у которых произошло назначение $x_{ji} = 1$ (см. рис. 1, *б*, блок 2);

3) по преобразованным данным провести прямой аукцион, считая скидки начальной ценой (рис. 1, *б*, блок 3).

Комбинированный аукцион. На рисунке 1, *в* представлена блок-схема комбинированного аукциона. В данном алгоритме одна итерация подразумевает последовательное выполнение прямого и обратного аукционов (см. рис. 1, *в*, блоки 1, 2, 3, 4). В случае распределения ресурсов по всем потребителям после прямого или обратного аукциона комбинированный аукцион завершается. При переходе от обратного аукциона к прямому, необходимо пересчитать вектор скидок в вектор цен по следующему правилу: $p_j = c_{ij} - \pi_j$ – для всех товаров, у которых произошло назначение $x_{ji} = 1$ (см. рис. 1, *в*, блок 7). Целесообразно выполнять не более четырех итераций комбинированного аукциона. Если за четыре итерации комбинированного аукциона не произошло назначение, то необходимо ввести ограничения на назначения (на так называемые «недопустимые сделки») (см. рис. 1, *в*, блок 8). В этом случае из задачи распределения убираются (вычеркиваются) пары потребитель – ресурс решение, по которым было принято решение о назначении $(x_{ji}=1)$. После вычеркивания комбинированный аукцион начинается заново с невычеркнутыми потребителями и ресурсами, пока не произойдет распределение ресурсов по всем потребителям.

4. Математическое моделирование

Для проверки работоспособности алгоритма комбинированного аукциона и анализа показателей качества распределения, а также сопоставления их с показателями качества алгоритма прямого перебора и венгерского метода был разработан комплекс математического моделирования.

Для каждого опыта с номером k_t комплекс позволяет: сформировать исходную матрицу стоимости размерностью $n{\times}m$ со случайными значениями элементов; подать сформированную матрицу для распределения на вход алгоритма комбинированного аукциона, венгерского метода и алгоритма прямого перебора; сохранить результаты и показатели качества распределения отдельно для каждого алгоритма.

Показателями качества для k_t опыта считались минимальное время решения $\tau_{реш}(k_t)$ задачи распределения и суммарная стоимость ресурсов $\hat{S}(k_t)$. Кроме этого комплекс позволяет проводить опыты распределения многократно $k_t = 1, 2, \ldots, N_{опыт}$, одновременно определяя суммарное значение времени на принятие $\tau_{реш\Sigma} = \sum_{k_t=1}^{N_{опыт}} \tau_{реш}(k_t)$ и результирующую стоимость ресурсов $\hat{S}_{реш\Sigma} = \sum_{k_t=1}^{N_{опыт}} \hat{S}(k_t)$.

При моделировании подтвердились свойство алгоритма прямого перебора: рост в геометрической прогрессии $\tau_{реш\Sigma}$ при увеличении размерности матрицы стоимости; обеспечение максимально возможного значения $\hat{S}_{реш\Sigma}$, что соответствует оптимальному распределению ресурсов по потребителям.

Венгерский метод и алгоритм комбинированного аукциона позволяют значительно снизить $\tau_{реш\Sigma}$ по сравнению с методом прямого перебора, но при этом результирующие стоимости для распределения венгерским методом $\hat{S}^{в}_{реш\Sigma}$ и комбинированным аукционом $\hat{S}^{а}_{реш\Sigma}$ будут меньше или равны $\hat{S}^{пп}_{реш\Sigma}$, полученной прямым перебором.

На рисунке 2 показаны результаты сопоставления $\hat{S}_{реш\Sigma}$ венгерского метода $\hat{S}^{в}_{реш\Sigma}$ и комбинированного аукциона $\hat{S}^{а}_{реш\Sigma}$ с $\hat{S}^{пп}_{реш\Sigma}$, полученной прямым перебором. За 100 % брался результат $\hat{S}^{пп}_{реш\Sigma}$. Число опытов сопоставления результатов распределения $N_{опыт} = 200$ для каждой из матриц стоимости размерностью 5×5, 8×8, 5×8 и 8×5. Исследования показали, что точность $\hat{S}^{а}_{реш\Sigma}$ и $\hat{S}^{в}_{реш\Sigma}$ методов более 93 %. Когда размерность матрицы стоимости $n \geq m$, венгерский метод решает задачу распределения точнее ($\hat{S}^{а}_{реш\Sigma} \leq \hat{S}^{в}_{реш\Sigma}$). Но в случае, когда $n < m$, наблюдается обратная закономерность.

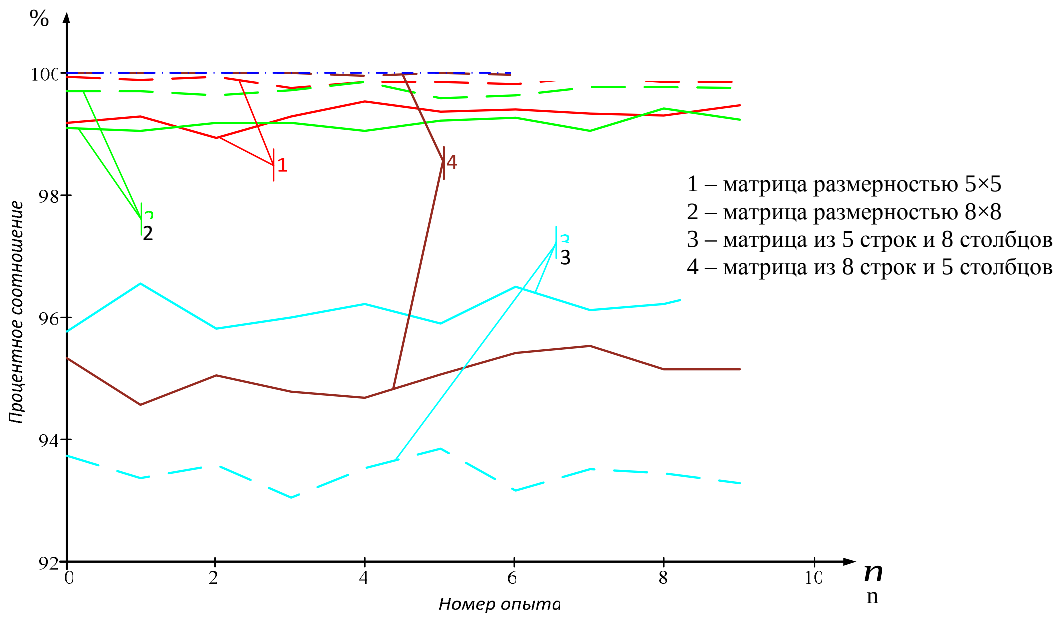
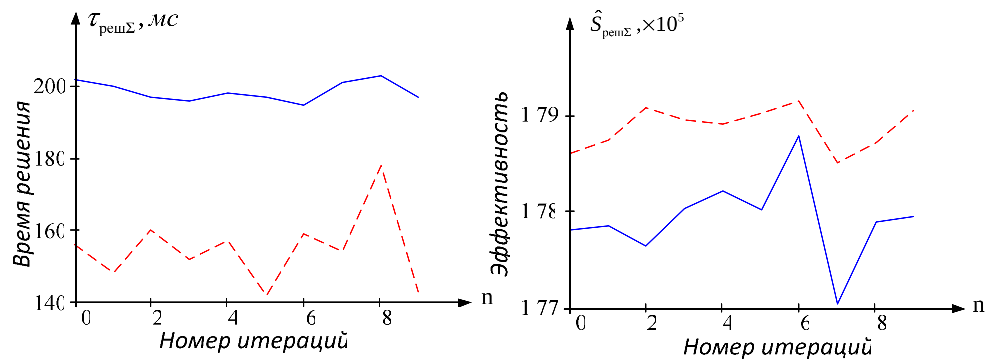
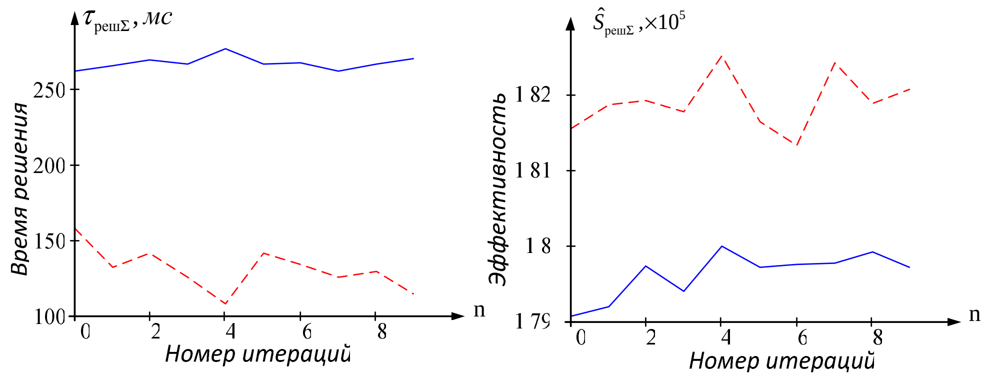


Рис. 2. Зависимость эффективности от номера опыта:
— · — метод прямого перебора; —— —— венгерский метод; —— метод комбинированного аукциона

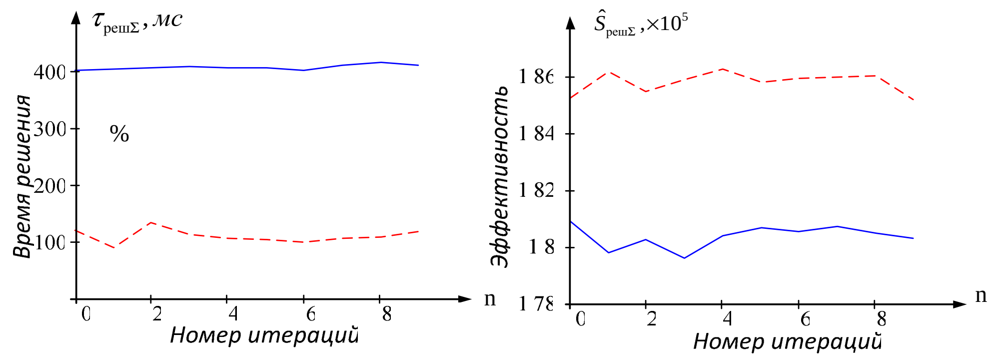
На рисунке 3 показано, как изменяются $\tau_{реш\Sigma}$ и $\hat{S}_{реш\Sigma}$ при увеличении n или m.



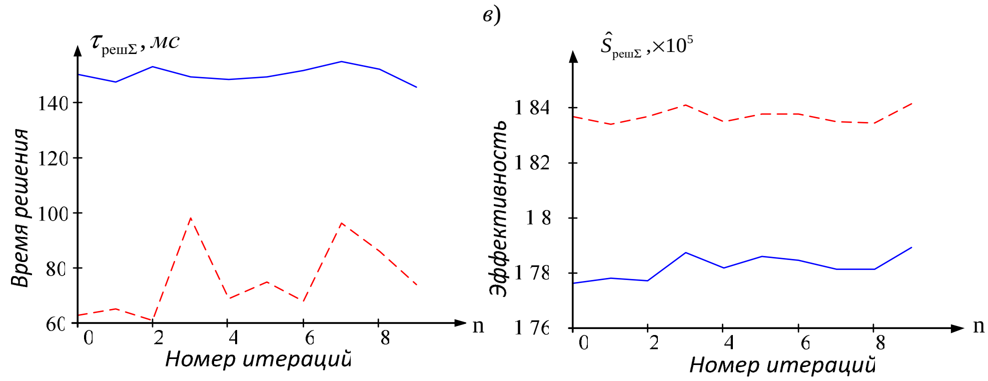
а)



б)



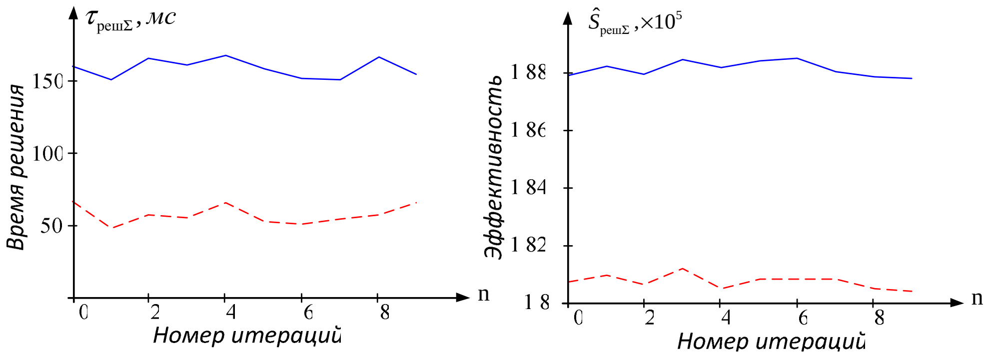
в)



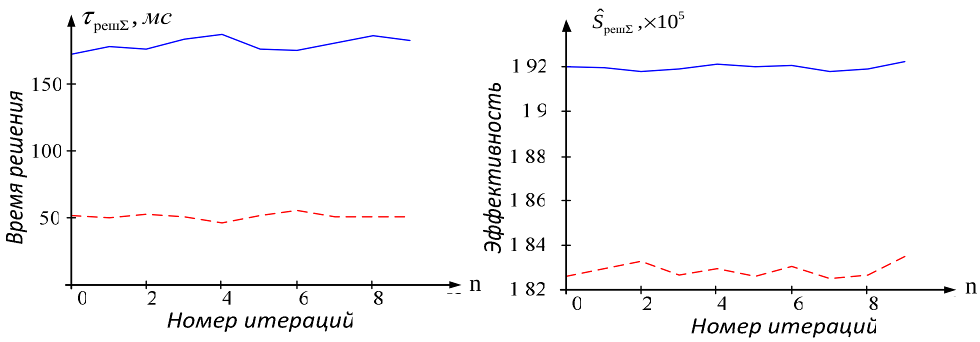
г)

Рис. 3. Зависимость времени выполнения и эффективности от номера опыта:
а – размерность матрицы 10×10; *б* – размерность матрицы 25×25;
в – размерность матрицы 20×10; *г* – размерность матрицы 35×15

(окончание рисунка 3 см. с. 101)



д)



е)

Рис. 3 (окончание). Зависимость времени выполнения и эффективности от номера опыта:
д – размерность матрицы 10×20; *е* – размерность матрицы 15×35

Число опытов сопоставления результатов распределения $N_{опыт} = 200$ для каждой из матриц стоимости следующей размерностью: 10×10 (рис. 3, *а*); 25×25 (рис. 3, *б*); 20 × 10 (рис. 3, *в*); 35 × 15 (рис. 3, *г*); 10×20 (рис. 3, *д*); 15×35 (рис. 3, *е*).

Прерывистой линией на рисунке 3 отображаются результаты моделирования венгерского метода, сплошной – комбинированного аукциона.

Моделирование показало, что при увеличении *n* или *m* комбинированный аукцион решает задачу быстрее венгерского метода примерно в 2–3 раза.

Заключение. Особенностью реализации алгоритма комбинированного аукциона является применение последовательного сочетания прямого и обратного аукционов на одной итерации. Общее число итераций не должно превышать четырех. В случае возникновения исключительных ситуаций требуется предусмотреть механизм выведения пар потребитель-ресурс из аукциона.

Описанный алгоритм комбинированного аукциона можно применять без изменений для решения задачи отождествления принятых отметок с уже сопровождаемыми траекториями на этапе вторичной обработки радиолокационной информации. При этом траектории выступают в качестве потребителей, а отметки – в качестве ресурсов.

Аукцион получил широкое распространение для решения задач распределения ресурсов с неравным числом потребителей и ресурсов, его эффективность сопоставима с венгерским методом, при этом время, затрачиваемое на решение аналогичной задачи, в 2–3 раза меньше.

Одним из главных достоинств метода аукциона является возможность распараллеливания вычислений, что приводит к выигрышу во времени выполнения задач на 1 или 2 порядка по сравнению с венгерским методом [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Фарина, А. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / А. Фарина, Ф. Студер; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1993.
2. Blackman, S. Design and analysis of modern tracking systems / S. Blackman, R. Popoli. – Boston, London: Artech House, 1999.

3. Bar-Shaalom, Y. Multitarget Multisensor Tracking: Principles and Techniques / Y. Bar-Shaalom, Xivo Rong Li // YBS Publishing, 1995.
4. Кузьмин, С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С.З. Кузьмин. – Киев: Изд-во КвіЦ, 2000. – 428 с.
5. Кузьмин, С.З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации. Сопровождение целей / С.З. Кузьмин. – М., 1974.
6. Цифровая обработка радиолокационной информации при сопровождении целей / Бочкарев А.М. [и др.] // Зарубежная радиоэлектроника. – 1991. – № 3. – С. 3–22.
7. Радиоэлектронные системы. Основы построения и теория: справочник / Я.Д. Ширман [и др.]. – 2-е изд. перераб. и доп.; под ред. Я.Д. Ширмана. – М., 2007.
8. Bertsekas, D.P. Auction algorithms for network flow problems: a tutorial introbuction / D.P. Bertsekas // Comhutational optimization, 1992.
9. Castanon, D.A. Reverse auction algorithms for assignment problems / D.A. Castanon // DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, 1992.
10. Bertsekas, D.P. A Distributed Algorithm for the Assignment Problem / D.P. Bertsekas // Lab. for Information and Decision Systems Working Paper, M.I.T., March, 1979.
11. Матряшин, Н.П. Математическое программирование / Н.П. Матряшин, В.К. Макеева. Харьков: Вища школа, 1978. – 160 с.
12. Вагнер, Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер; пер. с англ. Т. 1, 2. – М.: Мир, 1972.
13. Романик, М.И. Элементы линейной алгебры и линейного программирования / М.И. Романик. – М.: Высш. шк., 1963.
14. Юдин, Д.Б. Задачи и методы линейного программирования / Д.Б. Юдин, Е.Г. Гольштэйн. – М.: Сов. радио, 1961.

Поступила 09.01.2014

THE PECULIARITIES OF AUCTION ALGORITHM APPLICATION FOR THE SOLUTION OF IDENTIFICATION TASK AT THE STAGE OF SECONDARY TREATMENT OF RADIOLOCATING INFORMATION

A. SOLONAR, A. MIKHALKOVSKI

The solution of the identification task of the adopted marks with already accompanied paths is examined with the help of the auction algorithm. The peculiarity of implementation of different types of auction algorithms is described. The terms of the contrastive modeling between auction algorithm and Hungarian method are given, their results are presented.