УДК 004

ПРИМЕНЕНИЕ КРИВЫХ БЕЗЬЕ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ В ТЕХНОЛОГИИ РЕДАКТОРА ВИДЕОШАБЛОНОВ

В.А. ПЛЯСОВ
(Представлено: канд. техн. наук, доц. Д.О. ГЛУХОВ)

Рассматриваются различные виды кривых Безье. Анализируются вопросы их определений и построений, а также свойства этих кривых. Показано, как их можно использовать в технологии редактора в виде ошаблонов.

В настоящий момент кривые Безье широко используются в программных продуктах для построения кривых различной формы. Данный вид кривых является простым для построения, так как имеет довольно простой алгоритм и является наиболее гибким, чем другие виды построения кривых по 3 и более опорным точкам.

Кривая Безье представляет собой параметрическую кривую, которая задается выражением (1):

$$B(t)=\sum_{i=0}^{n} P_i b_{i,n}(t), \quad 0\le t\le 1, \tag{1}$$

где P_i – функция компонент векторов опорных вершин (т.е. координаты ключевых вершин) $b_{i,n}(t)$ – базисные функции кривой Безье, которые записываются следующим выражением:

$$b_{i,n}(t)=\binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \tag{2}$$

где $\binom{n}{i}=\frac{n!}{i!(n-i)!}$ – число сочетаний из n по i (n – степень полинома; i – порядковый номер опорной вершины).

Рассмотрим типы кривых Безье:

1. Линейные кривые:

В данном случае $n = 1$, то есть говорит о наличии 2-х опорных вершин для построения кривой Безье. После попытки построения кривой получим обыкновенную прямую между двумя точками. Кривая задается выражением (3):

$$B(t)=(1-t)P_0+tP_1, \quad 0\le t\le 1. \tag{3}$$

2. Квадратичные кривые:

Здесь $n = 2$, то есть кривая строится по 3-м опорным точкам P_0, P_1, P_2. Кривая задается выражением (4), произвольная точка на кривой задается выражениями (5) и (6).

$$B(t)=(1-t)^2 P_0+2t(1-t)P_1+tP_2, \quad 0\le t\le 1 \tag{4}$$

$$x=(1-t)^2 x_0+2t(1-t)x_1+tx_2, \quad 0\le t\le 1 \tag{5}$$

$$y=(1-t)^2 y_0+2t(1-t)y_1+ty_2, \quad 0\le t\le 1, \tag{6}$$

где x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2 – координаты опорных вершин P_0, P_1, P_2.

Пример данной кривой представлен на рисунке 1.

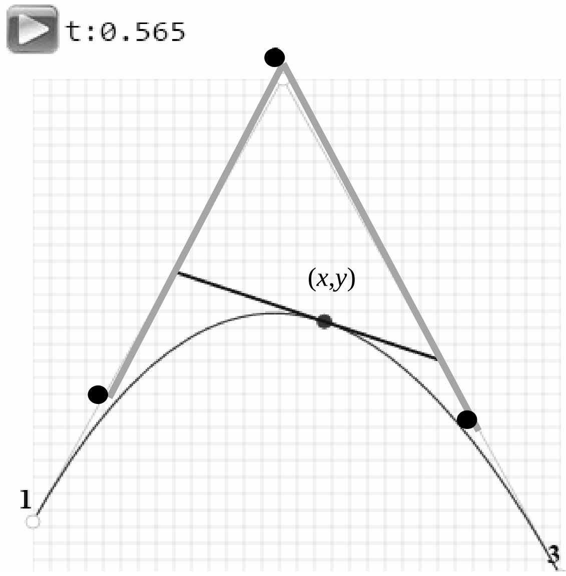


Рисунок 1. – Пример квадратичной кривой Безье

3. Кубические кривые:

При $n = 3$ кривая строится по 4-м опорным точкам. Данная кривая описывается следующим выражением (7):

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3, \quad 0 \le t \le 1. \tag{7}$$

Линия берёт начало из точки P_0, направляясь к P_1, и заканчивается в точке P_3, подходя к ней со стороны P_2. То есть кривая не проходит через точки P_1 и P_2, они используются для указания её направления. Длина отрезка между P_0 и P_1 определяет, как скоро кривая повернёт к P_3 (1).

4. Кривые Безье высших порядков:

В данном случае $n > 3$, что непосредственно реализует форму записи (1). Здесь уже количество опорных точек определяется как $n + 1$.

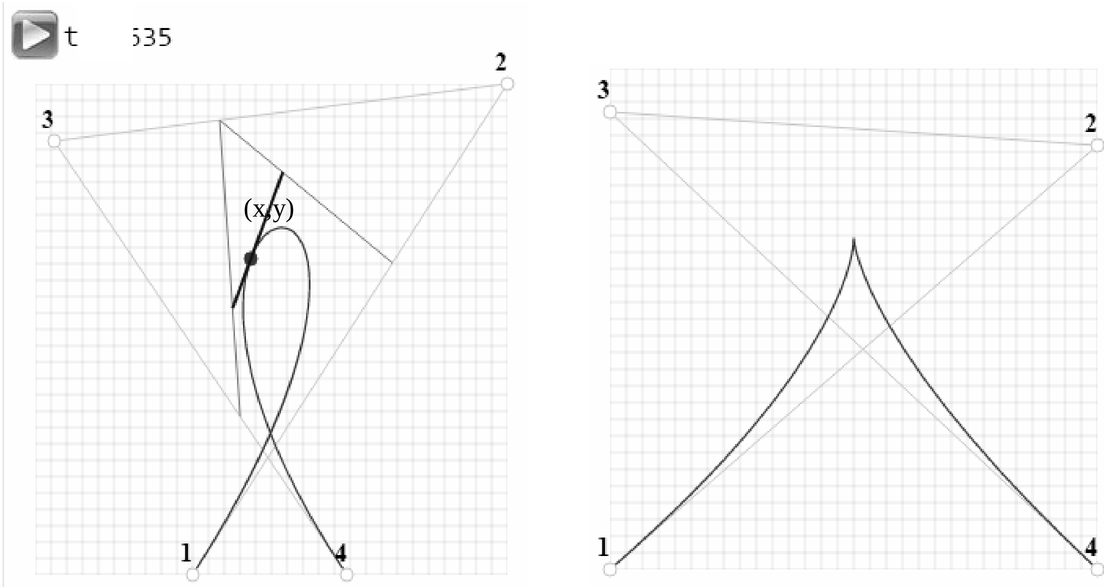
В современных графических системах и форматах, таких как PostScript (а также основанные на нём форматы Adobe Illustrator и Portable Document Format (PDF)), Scalable Vector Graphics (SVG)[1], Metafont, CorelDraw и GIMP, для представления криволинейных форм используются кривые Безье, составленные из кубических кривых (1).

Рассмотрим основные свойства кривых Безье:

1) непрерывность заполнения сегмента между начальной и конечной точками;
2) кривая всегда располагается внутри фигуры, образованной линиями, соединяющими контрольные точки;
3) при наличии только двух контрольных точек сегмент представляет собой прямую линию;
4) прямая линия образуется при коллинеарном (на одной прямой) размещении управляющих точек;
5) кривая Безье симметрична, то есть обмен местами между начальной и конечной точками (изменение направления траектории) не влияет на форму кривой;
6) масштабирование и изменение пропорций кривой Безье не нарушает её стабильности, так как она с математической точки зрения «аффинно инвариантна»;
7) изменение координат хотя бы одной из точек ведет к изменению формы всей кривой Безье;
8) любой частичный отрезок кривой Безье также является кривой Безье;
9) степень кривой всегда на одну ступень ниже числа контрольных точек. Например, при трех контрольных точках форма кривой – парабола;
10) окружность не может быть описана параметрическим уравнением кривой Безье;
11) невозможно создать параллельные кривые Безье, за исключением тривиальных случаев (прямые линии и совпадающие кривые), хотя существуют алгоритмы, строящие приближённую параллельную кривую Безье с приемлемой для практики точностью.

Применение кривых Безье при построении траектории движения динамических объектов дает: повышение быстродействия программы (за счет простых алгоритмов реализации), параметризацию опорных точек (легко меняем координаты опорных точек, не замедляя работы программы), гибкость построения (возможность построения различных кривых с различным расположением точек).

На рисунке 2 (*а*, *б*) показана кривая Безье, которая имеет форму петли, а также негладкая форма, что довольно сложно реализовать, используя другие типы построения кривых по данному примеру.



а *б*

Рисунок 2. – Кривая Безье в виде петли (*а*); негладкая кривая Безье (*б*)

Из вышесказанного можно сделать *вывод*, что кривые Безье хорошо подходят для решения проблемы в движении динамических объектов между кадрами видео в технологии редактора видеошаблонов за счет своей простоты в реализации, параметризации опорных вершин, гибкости в построении.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кривая Безье [Электронный ресурс]. – 2016. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki. – Дата доступа: 20.09.2016.
2. Кривые Безье [Электронный ресурс]. – 2016. – Режим доступа: https://learn.javascript.ru/bezier. – Дата доступа: 20.09.2016.
3. Простые в использовании кривые Безье [Электронный ресурс]. – 2016. – Режим доступа: http://www. cyberguru.ru/ algorithms/algorithms-theory/curves-bezier.html. – Дата доступа: 20.09.2016.